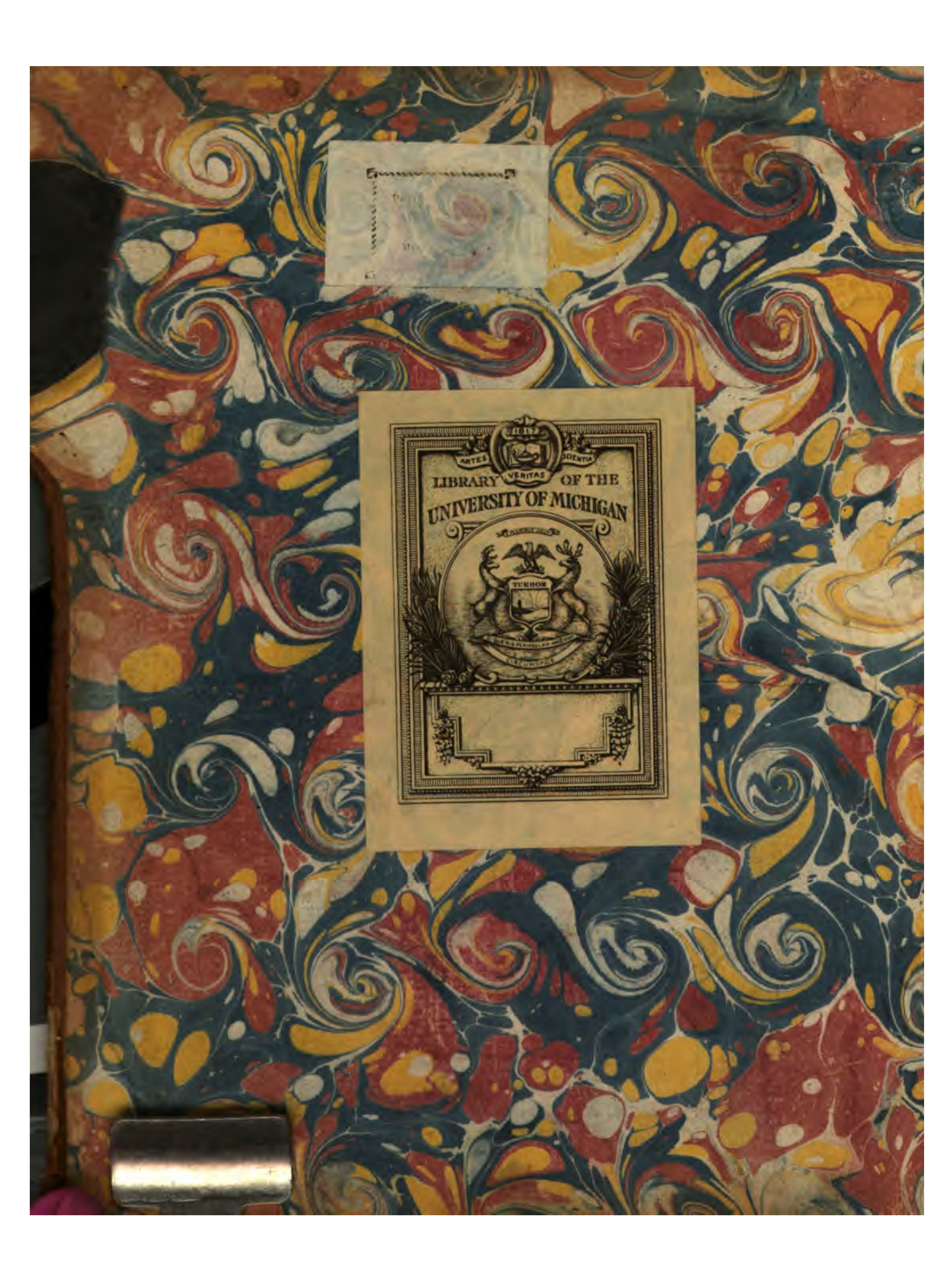
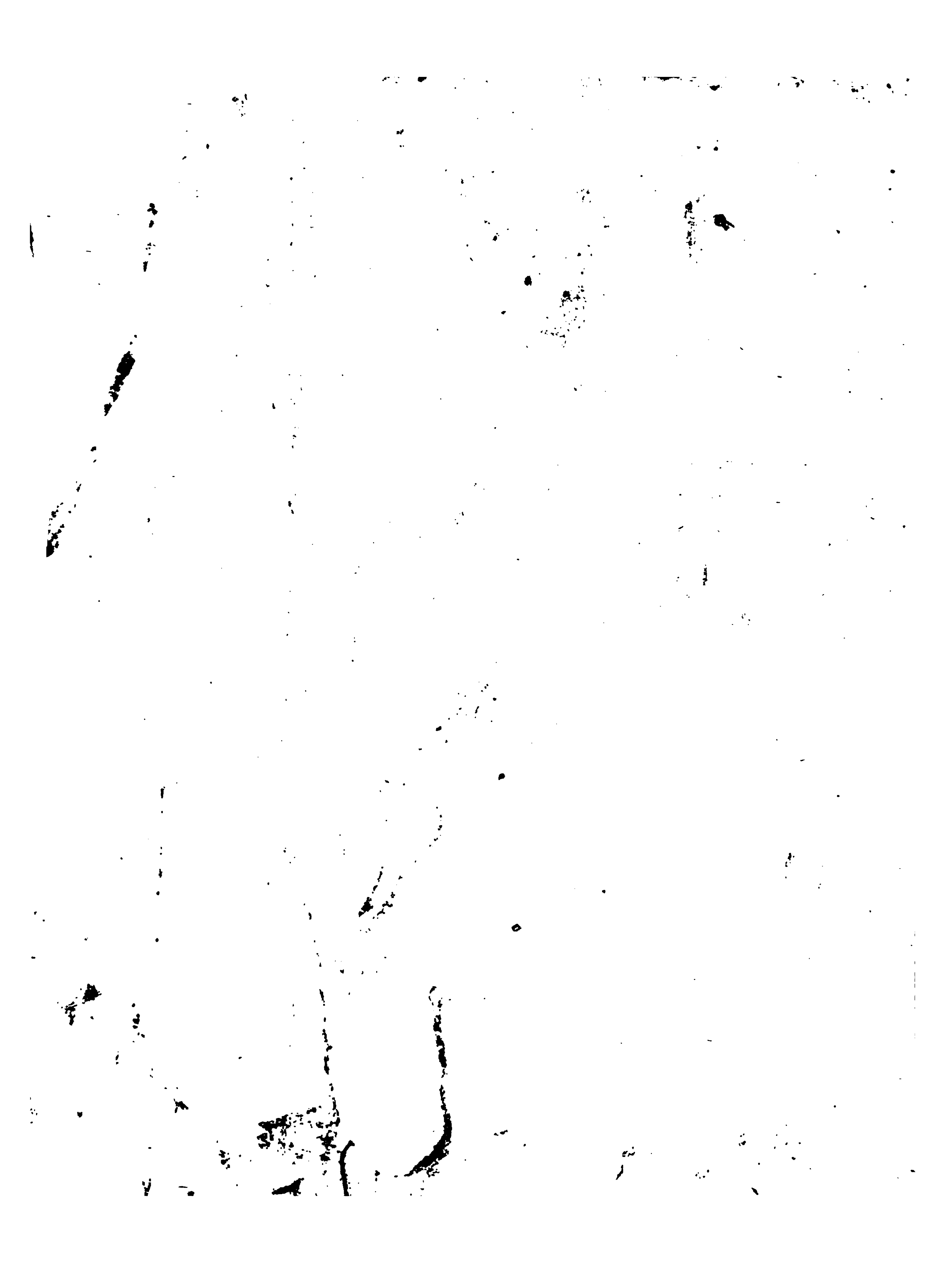



ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR





LA THEORIE ET LA PRATIQUE
DE LA
COUPE DES PIERRES
ET DES BOIS
POUR LA CONSTRUCTION DES VOUTES
Et autres Parties des Bâtimens Civils & Militaires,

OU

TRAITÉ DE STEREOTOMIE
A L'USAGE DE L'ARCHITECTURE,

Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis ; Ingenieur ordinaire du Roy en Chef à Landau.

TOME TROISIEME,

Auquel on a joint une Dissertation sur les Ordres d'Architecture.

Frézier, Amédée François



A STRASBOURG,
Chez JEAN-DANIEL DOULSSEKER le Fils, Marchand Libraire à l'entrée de la Ruë dite Flader-Gass.

A PARIS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT Libraire, Rue St. Jacques, au coin de la Ruë des Mathurins.

M DCC XXXIX.



TABLE DES TITRES
DU TROISIEME TOME.

SECONDE PARTIE DU IV. LIVRE.

Des Voûtes coupées de deux ou de plusieurs Surfaces.

pages.

Pages.

Recher-

FIN DE LA TABLE.

AVERTISSEMENT.

JE croi devoir repeter ici les conseils que j'ai donné au commencement de cet ouvrage, touchant l'unique moyen de remedier aux fautes d'impression, que je n'ai pû empêcher, parce qu'elle a été faite loin de moi. C'est de les corriger chacune dans leur place, suivant l'errata ci-joint, avant que de commencer à lire: faute de cette précaution la plûpart des Lecteurs sont embarassez ou trompez par le changement ou le défaut de quelqu'unes de ces lettres, qui sont essentielles pour l'intelligence du discours.

QUANT au retardement de l'édition, dont on a eu raison de se plaindre, on sçait par mon avertissement, qui est à la tête du second Tome, qu'il n'y a aucunement de ma faute. La gravure y a eu quelque part dans ce troisiéme, en ce qu'elle n'a été achevée, que quatre mois après l'impression: il est vrai que le nombre des planches a été augmenté de 22. au-delà de celui qui avoit été promis dans le projet de souscription, partie pour ôter la confusion de celles, qui étoient trop chargées de figures, qu'il convenoit d'agrandir, pour les rendre plus distinctes; partie pour quelques additions, que l'extreme lenteur de l'impression, m'a donné occasion de faire, lesquelles serviront à dédommager un peu les Souscripteurs d'une trop longue attente, si j'ai réussi dans le dessein, que j'ai eu d'y inserer tout ce qui étoit nécessaire pour parvenir à une réguliere & solide construction des Voûtes, qui a été le principal objet de cet ouvrage.

Fautes

Fautes à corriger avant que de lire.

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
7	10	aux points P, p^2	Q q^2 q^3 q^4 & des paralleles au côté AE, qui couperont le premier arc-droit aux points P p^2 p^3 p^4
8	24	dessiné	désigné
9	13	D *r*	*d r*
ibid.	17	a^1 *p*	a^1 p^1
10	13	*s* F D a^1	*g* E F D
16	18	g^u	*g* L
13	36	*d e f* C	*d e f e*
14	9	12	11
18	7	*x*, *m*	X *m*
ibid.	19	triange	triangle
23	18	*g c*	*g e*
24	15	par O	par *o*
26	20	cintres	centres
27	21	indefie	indéfinie
34	18	p^2 en S 2	p2 en S_2
35	26	AG	FG
ibid.	32	qu'il a été dit ci-devant	qu'il sera dit ci-après
36	13	un composez	un composé
ibid.	37	AN ^{1}, AN ^{3}	AN_3
37	14	surfeces	surfaces
38	18	x^1, y^2 y^2 y^3, x^4	x^1 y^2, y^2 y^3, y^3 x^4
39	27	*x*, *y*,	x^1, y^2
40	1	x^d y^x,	*xd*, *yd*
ibid.	7	*x* x^o	x^1 x^o
ibid	33	q^2 q^4	q^2 q^1
42	8	31	30
43	en marge	73	74
46	20	NC	N *c*
ibid.	31	3 8	3 7
47	2	7 C 8	7 *c* 8
50	24	7 4	7° 4
55	25	égale	égal
56	7	I *t*	I *t*
ibid.	10	a^3, qui devroient	a^3 qui devroit
ibid.	15	& pour	& sert pour
ibid.	26	E S B	E S R
57	1	I e^4	I e^4
ibid.	22	a^2 *b*	a^2 *b*8
ibid.	35	1^r 2^r *b*	1^r 2^r 6
59	derniere	B *c* A	B C A
61	29	P *d*	E *d*
62	24	E *n* A	E *n* *d*
ibid.	25	A *n* B	A *b* B
63	8	ces	ces
64	29	q^1	*q*
68	33 & 34	soldiité	solidité
70	23	C *f* E	C *f e*

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
80	4	ramarquer	remarquer
ibid.	18	A & L	A & L
87	8	g l	g h
89	31	l'arc	l'axe
92	29	décrira	divisera
93	4	T *l*	T A L
97	8	2 ³	v³
ibid.	22	en F	en *f*
ibid.	23	en G	en *g*
ibid.	25	C *i* I	C *i r*
98	17	façees	faces
103	12	differe	different
107	8	Q *o e*	*q o e*
111	12	horisontale	horisontal
112	6	*h* 4	H 4
114	5	d'un	d'une
ibid.	18	*ff*	*fa*
ibid.	20	*e d*	*ad*
116	32	occupe	coupe
117	30	R I	R *i* I
118	4	R *r*	R *a r*
ibid.	5	3 *e*	3 *e*
ibid.	9	E *y* F	*a y* F
ibid.	16	*b f*	*bi* R
119	5	81 & 82	81 *effacez* & 82
ibid.	30	*b* H	*b* A
120	24	7 I	7 *e*
126	6	R A	R B
ibid.	21	*p g*	B *g*
128	36	l'interjection	l'intersection
129	1	quent	que
130	7	centre	cintre
134	11	lesquelles	lesquels
141	20	D I	C I
143	13	V E	H *b*
ibid.	24	T¹ G	T¹ *g*
144	20 & 36	X	X *s*
145	8	E V	H *b*
ibid.	9	*x r* V	M *b*
150	3	F & C	F & G
153	en marge	Pl. 09.	Pl. 90.
164	25	face	base
165	penult.	5 ° 4	5 ° *x* 51
166	7	4 ° S	4 *r* S
ibid.	8	N V	R 4 *f*
175	12	*q* Y	*b* Y
ibid.	14	Y 1 °	Y 1 2
180	en marge	Pl. 93.	Pl. 94.
181	27	ou *g* I	ou *g* P
184	en marge	Pl. 94.	Pl. 95.
185	*idem*	94.	95.
188	9		Z Y
192	en marge	9 5	96.
ibid.	30	sçait	soit

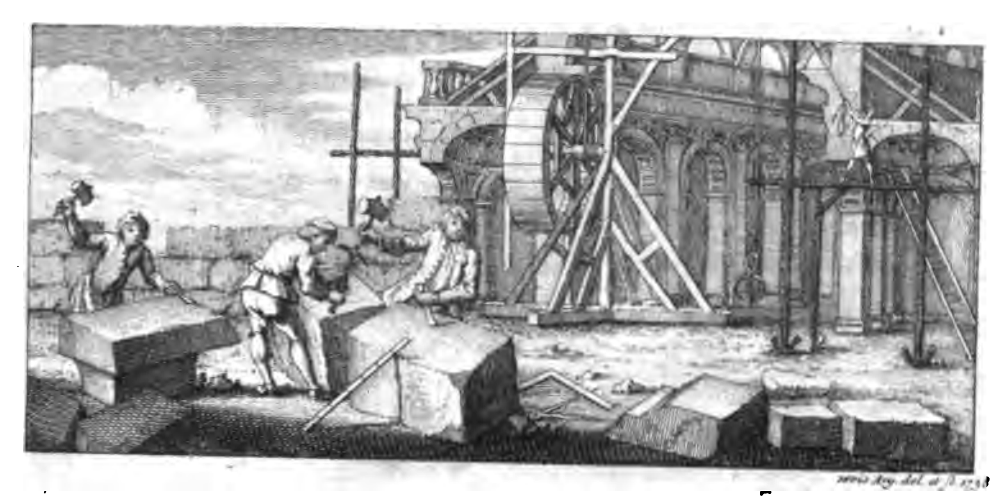
Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
193	en marge	Pl. 95.	Pl. 96.
ibid.	35	& point D	& du point D
195	33	& élever	& élevé
196	1	feroient	ferviront
ibid.	8	*p* 6	*p* 16
197	en marge	fig. 124.	fig. 129.
198	19	fervant	fe fervant
200	18	& 31	& 21
ibid.	28	L D	*l* D
205	22	le point	le joint
209	11	la clef S i^2	la clef S bi^6
ibid.	24	en C*b*	en C*bn*
218	25	un quatriéme	une quatrieme
213	21	que les prendre	qu'en les prenant
214	en marge	Pl. 97.	Pl. 98.
224	35	A G	A *g*
225	21	du point I	du point *i*
ibid.	23	du point V	du point *v*
ibid.	penult.	mixte	curviligne
229	13	que l'axe	qu'à l'axe
232	2	convient	conviennent
236	32	T R	T *r*
ibid.	penult.	vuide	côté
244	26	C M^1	C M*e*
247	12	op ofez	opofées
250	8	p^4 p^3	*p*, 4, p^3, 3
ibid.	23	14	1^2
ibid.	31	$n^1 f n^2 g$	$n^4 f n^3 g$ ou bien n^1 F, n^2 G
251	15	*v n*	V v^2
ibid.	23	R E	R^3 E
252	2	*u i*	V^2 *i*
ibid.	5	*u v*	V^2 V
255	27	*c o*	C*o*
258	1 & 2	4°	g^1
260	31	G*a*	G*a*
ibid.	en marge	169	170
265	3	a^1, a^2, a^3, a^4	o^1, o^2, o^3, o^4;
271	22	qui lui eft intervale	qui la croiffe
277	8	lei	les
ibid.	25	M P E	M P*e*
280	26	*gl* à fon extremité	faffe en *gi*
281	31	O*b*	O*e*
283	10	2 *r a* 3	2, *m*, 3
286	3	la centre	le centre
296	23	porte le mur	porte dans le mur
302	26	*g d* & I 4*r*	4*r d* & I *g*
ibid.	30	4*r* L *d g*	*g* L *d* 4*r*
303	penult.	4*r* b^2	V b^2
305	26	4°o, 5°o, 6.o	4*o*, 5*o*, 6*o*
320	22	*ar fbn*	*ar* b^2 *s*
321	2	*ar* S *l bn*	*ar* b^2 & *s* F
ibid.	7	*gr* F*r*	*gr* F*r*
322	2	*s p*	*sr pr*

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
326	6	s^{2}, m^{2}, s^{3}	r^{2}, m^{2}, r^{3}
350	5	T à la ligne	T perpendiculaire à la ligne
354	18	celles	celle
355	1	de, peur	de peur
ibid.	34	à un	& à un
356	29	considerons	considerant
358	24	en B	en *b*
361	8	A V	*a*V
369	8	ce point	ce joint
ibid.	23	on aura—LT *effacez* —— *ib.* AF *lis.* TF	
371	3	triangles—semblab. *effacez* —	

374 *Après le mot* Démonstration *on a oublié l'explication des noms, qu'il faut suppléer ainsi :*

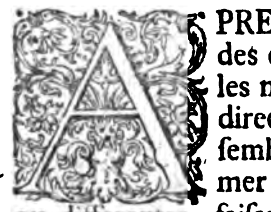
Soit l'arc N M de l'intrados $= a$, sa hauteur MO $= d$, le rayon MC $= r$ l'épaisseur AM $= m$, on aura AC $= r + m$, soit aussi P le centre de gravité de la demi-voûte A N M.

387	19	l'équerre	le quarré
ibid.	11	6^{2} 6^{4} 6^{4}	b^{2} b^{4} b^{4}
389	10	P H I	P H B
ibid.	en marge		PL. 112.
392	12	rondes	ronds
ibid.	32 en mar.		fig. 246.
397	16	du quart de	du quart du quart de
ibid.	36	A x b	A fx b
398	26	A D S B	A D S *b*
400	6	nécessaire	nécessaires
406	30	perpendiculaire	parallele
407	21	en *q*, qu'on	en *q*, & qu'on
409	23	tufe	Tuf
ibid.	36	d'égal	d'égale
413	3	50 degrez	30 degrez
415	15	*ρ*K	*ρk*



TRAITÉ DE STEREOTOMIE.

SECONDE PARTIE DU QUATRIEME LIVRE DES VOUTES COMPOSEES, De deux ou de plusieurs surfaces.



APRES avoir parcouru toutes les especes de surfaces, des doêles des Voutes, que j'apelle *Simples*, parce qu'elles ne sont interrompuës par aucun changement de direction, il nous reste à voir comment on peut rassembler quelques parties de ces surfaces, pour en former une seule Voute, *Composée* de figures semblables ou differentes, faisant entr'elles des angles saillans ou rentrans.

Si l'on a fait quelque attention à ce qui a été dit à la seconde Partie du premier Livre, touchant le Pénétration des corps, on concevra facilement, quelles doivent être les interfections des surfaces des Voutes, qui se rencontrent, ou qui se croisent en angle saillant ou rentrant, & l'on connoîtra la nature des lignes courbes, qui se for-

ment aux arêtes de ces angles lorſqu'ils ſont ſaillans, ou dans leur creux, lorſqu'ils ſont rentrans, ce que nous apellons les *Angles d'enfourchemens*, en quoi conſiſte toute la difficulté des *Voutes composées* de pluſieurs ſurfaces.

Si ces lignes courbes ſont planes, on trouvera le moyen de les décrire par les Problemes de la premiere partie du ſecond Livre.

Si elles ſont à double courbure, on verra par la troiſiéme partie du même Livre, que pour parvenir à les décrire, il faut s'y préparer non ſeulement par la voye de la projection, mais auſſi par la formation d'une des ſurfaces courbes, que donne une de leurs projections.

De quelque nature que ſoient ces Courbes d'interſection des ſurfaces de deux Voutes qui ſe rencontrent, il eſt clair qu'elles déterminent les extremitez des directions de chaque doële, ou de l'extrados, par conſéquent, qu'elles fourniſſent les moyens de les déveloper, pour connoître l'étenduë de chaque partie, que peut comprendre un Vouſſoir de grandeur donnée, ſoit qu'on rectifie les arcs de ces Courbes méchaniquement, ſoit qu'on ſe contente d'en prendre les cordes, pour la formation des ſurfaces planes inſcrites, que nous apellons doëles plates; Ainſi tout ce que nous avons à dire des *Voutes Composées*, de deux ou de pluſieurs ſurfaces égales ou inégales, ſemblables ou differentes, qui aboutiſſent les unes aux autres, pour former une ſeule Voute de pluſieurs parties, n'eſt qu'une aplication des principes de Theorie, & de pratique du premier Tome, compris dans le premier, ſecond & troiſiéme Livre, auquel nous pourrons renvoyer le Lecteur, pour y trouver les démonſtrations des Traits de chaque Voute, & abreger ainſi le diſcours.

Pour montrer plus ſenſiblement la conformité de ce troiſiéme Tome, avec la ſeconde partie du premier Livre, qui concerne la pénétration mutuelle des corps ronds, de même ou de differente eſpece, comme Sphères, Cônes, Cylindres, Anneaux & Hélices, nous ſuivrons à peu près le même ordre de combinaiſons des Voutes qui leur reſſemblent, que nous avons obſervé à l'égard de ces mêmes corps, avec cette difference, que nous les apellerons des noms conſacrez à l'Architecture.

J'ai dit *à peu près*, parce qu'il ne convient pas de s'aſſujetir préciſément au même ordre, en ce que le plus régulier étant d'aller du ſimple au compoſé, on ne peut regarder dans la pratique des Traits, la formation des corps les plus ſimples, comme la plus facile.

Quoique dans la Théorie la Sphère ſoit le corps le plus ſimple,

& ensuite le cône, il n'en est pas de même pour le Trait des Voutes des mêmes figures.

Les Traits des Sphériques sont plus composez que ceux des coniques, & les coniques plus que les cylindriques; c'est pourquoi nous avons arrangé differemment les matieres de ce dernier Tome, que nous diviserons en dix Chapitres.

Dans le premier, nous traiterons des rencontres, & des pénétrations des Berceaux entr'eux, en quelque situation qu'ils puissent être les uns à l'égard des autres, ce qui répond au sixiéme Chapitre du premier Livre.

Dans le second, nous traiterons des rencontres des Berceaux avec les Trompes & Voutes coniques.

Dans le troisiéme, des rencontres des Berceaux avec les Cu-de-Fours ou Voutes Sphériques.

Dans le quatriéme, des Voutes coniques entr'elles.

Dans le cinquiéme, des Coniques avec les Sphériques.

Dans le sixiéme, des Cylindriques, Coniques & Sphériques avec les Annulaires.

Dans le septiéme, des Voutes composées des surfaces irrégulieres, & des régulieres Cylindriques, Coniques & Sphériques.

Dans le huitiéme, des Annulaires Hélicoïdes avec les irrégulieres.

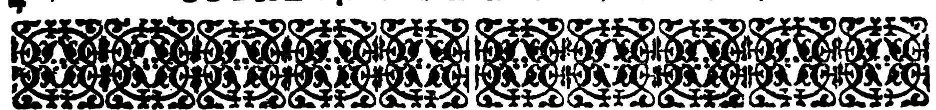
Dans le neuviéme, nous traiterons de l'Apareil des Escaliers, considerez en eux-mêmes, sans aucune Voute; mais seulement par leurs *Limons* & *Coquille.*

A ces neufs Chapitres, nous en ajouterons un dixiéme, divisé en deux *Appendices*, concernant les dispositifs à la construction des Voutes.

Le premier, traitera de la *Poussée des Voutes*, & des moyens de trouver l'épaisseur des piédroits, nécessaire pour en soutenir l'effort.

Le second, traitera de la charge des Cintres de Charpente, avant que les Voutes soient fermées par leur Clef.

Enfin nous terminerons ce troisiéme & dernier Tome par cet hors d'œuvre, que nous avons promis dans le programe touchant l'examen de la vraie beauté, & du bon & mauvais usage de ce genre de Décoration, qu'on apelle les *Ordres* d'Architecture.



CHAPITRE PREMIER

Des Enfourchemens, qui se font à la rencontre des Berceaux, traversez par d'autres Berceaux.

LORSQUE nous avons parlé au premier Livre des interſections des ſurfaces cylindriques, nous n'avons eu aucun égard à leurs ſituations rélatives à l'horiſon, parce qu'il ne s'agiſſoit que de la Theorie des Courbes. Il n'en eſt pas de même pour la pratique du Trait, il faut conſiderer les demis Cylindres, que nous apellons Berceaux en trois ſituations differentes, comme nous avons fait en traitant des Voutes ſimples.

PREMIEREMENT, *de Niveau*, c'eſt-à-dire, lorſque les impoſtes & la Clef ſont en ſituation horiſontale.

SECONDEMENT, *à Plomb*, lorſque les axes ſont verticaux, telles ſont les Tours rondes, qu'on ne conſidere pas comme des Voutes; mais qu'on doit compter comme des Berceaux *debout*; parce qu'il s'y fait des enfourchemens, lorſqu'ils ſont rencontrez, ou traverſez par d'autres Berceaux de niveau ou en rampe, dont les arêtes d'interſection ſont des Courbes de la même eſpece, que celles des autres rencontres de Berceau, ſuivant les angles d'interſection des axes entr'eux, & leurs poſitions rélatives.

LA *troiſiéme* ſituation des Berceaux, eſt celle où leurs axes & leurs impoſtes ne ſont ni de niveau ni aplomb, mais en *Rampe*, ou *Deſcente*.

Compoſition des Voutes de la premiere Situation, de la Rencontre des Berceaux horiſontaux entr'eux.

UN Berceau de niveau n'en peut rencontrer un autre de même ſituation, que de deux manieres, ou perpendiculairement, ou obliquement, c'eſt-à-dire, en termes de l'Art, que leurs directions ſont néceſſairement d'équerre ou de biais, ſans deſcente.

Mais ſi l'on conſidere la poſition rélative de certaines parties, com-

me des clefs & des impostes, chacune de ces rencontres peut encore être subdivisée en differens cas.

1°. Lorsque les *Clefs*, c'est-à-dire, les rangs de Voussoirs les plus élevez, & les impostes qui sont les rangs de leurs naissances, se rencontrent à même hauteur, comme on voit au profil de la premiere figure, où le point B de l'imposte est commun au Berceau BDC & BHC, & où la Clef D rencontre la Clef H. Pl. 70. *Fig.* 1.

2°. Lorsque les impostes se rencontrent comme en A, & que les clefs ne peuvent se rencontrer, parce qu'elles sont d'inégale hauteur, comme à la même figure, la clef *d* qui aboutit en I au dessous de H.

3°. Lorsque au contraire les clefs se rencontrent, & que les impostes étant à des hauteurs inégales ne peuvent se rencontrer, telles sont les clefs H & D, de la figure seconde, qui se rencontrent, & les impostes E & B, qui ne se rencontrent pas. *Fig.* 2.

4°. Enfin lorsque les clefs & les impostes ne se rencontrent point, comme la clef *d*, qui tombe au dessous de H en F, & l'imposte G, qui est au dessus de A.

Au premier cas, où les clefs & les impostes se rencontrent, l'arête d'enfourchement des doëles est toujours une demi-Ellipse, soit que les directions des Berceaux soient Droites, c'est-à-dire, perpendiculaires entr'elles, ou qu'elles soient obliques; cette verité a été démontrée au Theoreme 17 du premier Livre.

Au second cas, si les Berceaux se rencontrent perpendiculairement, la Courbe de l'arête d'enfourchement est un Cicloïmbre, suposant que les deux Berceaux soient en plein cintre, comme il a été démontré au Theoreme 18 du même Livre;

Or parce que cette Courbe n'est pas plane, mais à double courbure, on n'en peut former le cintre, ni la cerche sur des planches, comme pour les autres Voutes du cas précédent.

Au troisiéme & quatriéme cas des rencontres de Berceau, les Courbes des arêtes d'enfourchement sont des Ellipsimbres, lesquelles sont à double courbure, comme les Cicloïmbres.

PROBLEME I.

Former en Pierre, ou en Bois, l'enfourchement de deux Berceaux de niveau, qui se pénétrent perpendiculairement ou obliquement.

Ce Probleme renferme deux cas differens.

1°. Lorsque les impostes & les clefs se rencontrent.

2°. Lorsqu'elles ne se rencontrent pas.

Le premier cas comprend deux especes de Voutes, l'une de celles où les angles de rencontre des doëles sont saillans; on apelle celles-ci *Voutes d'Arêtes.*

L'autre, de celles où les angles de rencontre des doëles sont rentrans, qu'on apelle *Voutes en Arc de Cloitre*; ces deux cas se trouvent rassemblez dans l'enfourchement de deux berceaux, qui se rencontrent sans se croiser.

Le second cas comprend toutes les rencontres des Berceaux inégaux, qui forment dans le plus grand une ouverture qu'on apelle *Lunette.*

Fig. 13. Premier Cas representé en Perspective à la figure 13.

De la rencontre de deux Berceaux de Niveau, d'égale ou inégale largeur; mais d'égale hauteur, qui aboutissent l'un à l'autre, sans se croiser, perpendiculairement ou obliquement.

Soit, figure 5. le trapeze AEKB, le plan d'un Berceau elliptique, ou si l'on veut en plein cintre, & AFGB celui d'un autre Berceau égal, ou plus large, ou plus étroit, mais d'égale hauteur sous clef, dont l'axe x S fait avec l'axe SX, du précédent un angle quelconque, Droit, obtus ou aigu; nous le suposerons ici obtus.

Il faut commencer par se déterminer au choix du cintre primitif, qu'on peut prendre en deux ou trois endroits differens à chaque Berceau, & par conséquent en six sur les deux; sçavoir, 1°. perpendiculairement à un des axes, comme en ER ou en D r; 2°. à une des faces qui peut être biaise comme EK; 3°. obliquement & parallelement à l'axe du second Berceau, comme en EB ou DB. Au premier cas l'arc Droit est le cintre primitif, aux deux seconds il est secondaire.

Nous prendrons pour cintre primitif dans cet exemple le cintre

BHE, que nous ferons circulaire ou elliptique, il n'importe pour la construction.

AYANT divisé ce cintre en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé de ses divisions des perpendiculaires sur son diametre BE, suivant l'usage ordinaire, qui le couperont aux points *f*, *g*, *i*, *k*, on menera par ces points des paralleles à la direction du Berceau, qui rencontreront la diagonale AB, aux points a^1, a^2, b^3, b^4, par lesquels on menera d'autres lignes paralleles au côté AD du second Berceau, qui couperont le diametre oblique DB aux points, *o*, *n*, *m*, *l*, & le diametre perpendculaire du second arc Droit D *r*, aux points P, p^2, p^3, p^4.

LES divisions correspondantes à celles du cintre primitif, étant ainsi trouvées sur tous ces diametres de differentes sections, il sera aisé de trouver les points des Courbes des cintres, qui conviennent à chacune de ces sections & positions de leurs diametres, parce qu'elles sont toutes des demi-Ellipses, plus ou moins alongées sur leur diametre horisontal, mais dont toutes les ordonnées sont d'égale hauteur.

AINSI, il ne s'agit que de transporter la hauteur de la retombée de chaque division du cintre primitif, sur les projections correspondantes dans chacun de ces diametres, où l'on a toujours marqué le même chifre.

PAR exemple, la hauteur 1 *f* égale à *k* 4, sera portée sur AB en a^1 1^d & b^4 4^d; la même sera portée sur le diametre ER en *p* 1^r, *p* 4^r, pour le premier arc droit, la même hauteur sera encore portée sur le diametre DB en *o* 1^u, *l* 4^u, enfin la même sera portée sur D *r* en Q 1^r, q^4 4^r, pour le second arc Droit, la seconde hauteur *g* 2 égale à *i* 3, sera aussi portée sur tous les mêmes diametres aux projections correspondantes, où se trouvent les mêmes chifres; ainsi l'on aura tous les points des Ellipses, qu'on doit tracer à la main, ou avec une regle pliante, les unes ralongées comme ATB, les autres racourcies, comme RVE & D *u r*.

AU lieu de porter toutes ces hauteurs en particulier, on peut élever des perpendiculaires indéfinies, sur tous les points de projections trouvées, & avec la hauteur sous clef donnée, & commune à tous les differens cintres, on peut tracer chaque Ellipse, par le Probleme 7, du deuxiéme Livre; la trace de son contour coupera ces perpendiculaires en des points, qui détermineront ceux de leurs divisions; cette méthode convient mieux que la précédente lorsque les Voussoirs sont un peu larges, & les Ellipses petites, parce qu'alors ils comprennent des parties sensiblement courbes, dont il faut trouver le point du milieu par une soudivision, que font les Auteurs de la coupe des pier-

res, laquelle devient inutile par cette méthode, en ce qu'elle donne l'arc tout d'un coup, sans qu'il soit nécessaire d'en chercher la fleche, ce qui rend l'épure moins embroüillée de lignes.

Il peut arriver qu'on n'a pas besoin de tracer tant de cintres pour la rencontre de deux Berceaux, comme lorsque chaque Berceau est terminé par une face, ou un *formerêt* contre un mur qui est d'équerre sur sa direction, parce qu'alors, l'arc Droit, & l'arc de face sont confondus; mais s'ils sont inégaux, on ne peut se dispenser de tracer cinq cintres, deux à chaque Berceau, pour l'arc de face ou de *Formerêt* & l'arc Droit, & un cinquiéme ATB, qui est la commune intersection des deux doëles, où se fait l'angle d'enfourchement, lequel est rentrant en dehors depuis A jusqu'en T, & saillant en dedans depuis B jusqu'en T, ce qui forme deux sortes de Voutes dans une seule, sçavoir, la Voute en *Arc de Cloitre*, pour la partie à angle rentrant de A en T, & une *Voute d'Arête* de B en T; c'est dans ces angles que consiste proprement le Trait dont il s'agit; car chaque Berceau en particulier doit être formé comme nous l'avons dit à la premiere partie de ce Livre sur les cintres donnez.

Il ne reste plus à présent qu'à trouver le biveau de l'angle, que font les doëles plates des deux Berceaux entr'elles à leur rencontre, ce qui est aisé suivant nos Principes de Goniographie, expliquez au troisiéme Livre, page 384, dont nous allons faire l'aplication au cas présent.

Suposons qu'il s'agisse de trouver le biveau des doëles plates du second rang de Voussoirs, qui forment l'enfourchement dessiné sur la projection AB, par l'intervale a^1 a^2, & sur l'élevation du cintre de rencontre ATB, par la corde 1^d 2^d.

On prendra au cintre primitif BHE, la hauteur $t\,2$, de la retombée $s\,1$ ou gf, pour la porter perpendiculairement sur AB, de a^2 en x, d'où l'on tirera la ligne $x\,a^1$, à laquelle on fera une perpendiculaire $x\,y$, qui rencontrera AB au point y; par ce point y on menera une seconde perpendiculaire sur AB, qui rencontrera les projections des premiers joins de lit de chaque Berceau a^1 P, a^1 Q prolongée aux points 8, 9, ensuite ayant transporté la longueur $y\,x$ en $y\,z$ sur AB, on menera du point z aux points 8, 9, des lignes droites qui comprendront l'angle $8z9$, qui est celui du biveau que l'on cherche.

Ou il faut remarquer, que quoique cet angle soit rentrant dans la moitié de l'enfourchement de A en S, & saillant dans l'autre de B en S, il est toujours le même dans les rangs de Voussoirs d'égale hauteur sur l'imposte de part & d'autre; la seule difference qu'il y a, c'est qu'au rentrant

rentrant SA, on aplique le dos du biveau qui eſt ſaillant, & à l'arête SB, on aplique le dedans du biveau qui eſt rentrant; ce que l'on peut connoître ſenſiblement en jettant les yeux ſur les figures 7 & 9, qui repréſentent les deux premiers Vouſſoirs d'enfourchement, l'un (7) deſtiné pour être mis en A, l'autre qui eſt marqué 9 pour l'arête à la naiſſance B.

Ces préparations ſupoſées, il ſera facile de raſſembler tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer & tailler la pierre.

Premierement, les panneaux de tête ſont donnez à l'arc de face de chaque berceau, & à ſon arc Droit, comme il a été dit pour toutes les Voutes en berceau ſimples, Droites ou biaiſes, ſuivant la direction de la face ſur ſon axe, par exemple ſur l'arc droit ER en $5^r\ 1^r\ 2^r\ 6^2$, au grand berceau, & ſur l'arc droit Dr, le même pour le petit.

Secondement, on formera *les panneaux de doële plate*, comme nous l'avons dit pour les berceaux ſimples biais, par le moyen de la projection pour les longs côtez, & par les cordes de l'élevation pour les têtes.

Ainsi on formera un trapeze ou rectangle au joint de tête, composé des deux côtez paralleles $a^2\ p^2\ a^1\ p$, dont les meſures ſeront priſes ſur les mêmes lignes du plan horiſontal, & avec la corde $1^r\ 2^r$ de l'arc droit EVR, pour intervale perpendiculaire de ces deux paralleles: le quatriéme côté qui leur eſt oblique, ſera égal à la corde $1^d\ 2^d$ du cintre de rencontre ATB.

Le panneau de doële de l'autre berceau ſera fait de même, ſupoſant, par exemple que la branche de l'enſourchement au ſecond berceau ſoit terminée au point 8, on fera $8^{\cdot}\ q$ perpendiculaire ſur la projection du joint a^1 Q, puis on formera un trapeze rectangle en 8, dont les deux côtez qui doivent marquer les joins de lit, ſeront pris ſur le plan horiſontal en a^1_r 8, & $a^2\ q$, & leur intervale perpendiculaire ſur l'arc droit D ur, en $1^r\ 2^r$, le quatriéme côté qui marquera l'arête de rencontre des doëles plates, ſera égal comme au panneau précédent à la corde $1_d\ 2_d$ de l'arc ATB.

Troiſiémement, les *panneaux de lit* ſe feront de la même maniere que ceux de doële, avec leſquels ils ont déja deux côtez communs, qui ſont les joins de lit à la doële; l'intervale de ces deux côtez ſera pris à volonté, ſuivant l'épaiſſeur de la Voute, ainſi on formera de même un trapeze rectangle d'un côté avec les trois donnez, le quatriéme ſe trouve déterminé par les extrêmitez des deux paralleles.

Mais comme on peut ſe paſſer de panneaux de lit, en opérant par

équarrissement ou par demi-équarrissement, nous ne nous arrêterons pas à en donner un exemple.

Quatriémement, il est clair que les biveaux de lit & de doële sont donnez à l'arc-droit de chaque berceau, comme si la Voute étoit simple, les uns sur l'arc RVE en 2' 1' 5' & 1' 2' 6', & les autres sur l'arc D*u r* en D 1' 5", 5" 1' 2', 1' 2' 6" &c.

Enfin les biveaux de rencontre des doëles plates, qui forment l'enfourchement des deux Voutes, ont été trouvez ci-devant par l'angle obtus 829, ainsi rien me manque pour tracer & tailler la pierre.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Premierement, *par équarrissement* pour la partie d'enfourchement AS, qui est en angle rentrant.

Fig. 7. Ayant dressé un parement 1 FD*a'* (fig. 7) pour servir de lit horisontal, supofé qui s'agisse du Coussinet, on y tracera avec le biveau l'angle rentrant DAE, de la figure 5 en *d* A *e* de la figure 7, & sur les lignes A*e*, A*d*, on en tracera d'autres à l'équerre pour les joins montans de doële, ou suivant l'angle AEB, ou ADB, s'il s'agissoit d'une tête biaise (fig. 5) sur ces lignes qui se rencontrent par exemple en *gu*, on formera deux paremens d'équerre au premier DFE (fig. 7) qui seront les surfaces aplomb *go*, *gm*, sur les arêtes desquelles on portera de *d* en 8, la retombée DQ de la figure 5, & de *e* en *p*, (à la fig. 7) la retombée E*p* de la fig. 5.

Par les points *p* & *d* on tracera des paralleles aux lignes *e* A, A *d*, qui se croiseront en *a* par les points *p* & 8, on tracera aussi des paralleles à l'arête L*g*, qui est la rencontre des deux seconds paremens aplomb, puis par les trois points donnez *p a q*, 8 *a k*, on fera par le Probleme I. du IV. Livre, Tome 2. passer deux surfaces planes, qui se rencontreront en angle rentrant, suivant une ligne *a i*, c'est-à-dire, que l'on emportera toute la pierre, qui forme le parallelepipede *g i*.

Ces deux nouvelles surfaces en angle rentrant, ne sont faites que pour y placer les lignes d'arêtes des lits avec les doëles des deux berceaux, par le moyen de la hauteur de la premiere retombée 1*f* du cintre primitif, ou de tout autre cintre, parce qu'elle y est toujours égale. Ainsi on portera cette hauteur sur les nouvelles arêtes *pq*, 8 *k*, & dans l'angle rentrant *a i*, pour tracer sur les deux surfaces les lignes 1' *x*, 1" *x*, qui seront les arêtes des joins de lit à la doële.

On tracera aussi avec le biveau d'aplomb & de coupe, l'angle Q $1^r 5^u$, qui donnera, à la figure 5, l'inclinaison du joint 8 1^u 5, égale à celui de l'autre côté $p\ 1^r 5^r$, & par les trois points donnez $x\ 1^r 5^r$ d'un côté, & $x\ 1^u 5^u$ de l'autre, on fera passer deux surfaces planes, qui se rencontreront suivant la ligne $x\ 5^d$ en angle rentrant, & les lits seront formez.

Il ne reste plus qu'à creuser la doële, par le moyen du biveau mixte formé sur la tête de l'arc droit de chaque berceau, comme E $1^r 5^r$, pour le grand, & D $1^u 5^u$, pour le petit ; la rencontre de leurs deux doëles cylindriques, faites suivant leur direction à la regle, sera l'angle rentrant de l'enfourchement, *qu'il falloit former.*

Pour en verifier le contour, & le rectifier des fautes qu'on auroit pû y faire dans l'exécution, on pourra lever une cerche sur l'arc A 1^d, du cintre de rencontre ATB, la position de laquelle est déterminée à ses extrémitez sur les points A & x, & pour sa direction suivant la Diagonale g A, qu'on a pû prolonger au lit de dessous, pour en bien diriger la position.

L'exemple qu'on vient de donner pour le Coussinet, doit aussi servir pour les Voussoirs au dessus; car quoiqu'ils n'ayent pas un lit horisontal, il faut toujours en suposer un, comme nous l'avons dit en parlant de la taille des Voussoirs des Voutes simples par équarrissement; ainsi à ceux qui sont au dessus du Coussinet, il y a une opération de plus qui est celle de la coupe du lit de dessous, qui se fera en abattant la pierre par le moyen du biveau mixte, dont une branche, qui est la courbe, coulera sur la doële, & l'autre indiquera la pierre qu'il faut abattre ; ou bien plus simplement, ayant tracé avec le biveau la coupe (par exemple d 7 figure 7) on fera passer une surface plane par les trois points donnez A d 7 (par le Prob. I. du quatriéme Liv. Tome second) on en fera de même sur l'autre joint montant $e\,o$, sur laquelle ayant tracé la tête du lit de dessous, par exemple e 6, on fera passer une surface par les trois points donnez A e 6, laquelle rencontrant la précédente, formera à l'intersection une arête saillante, qui doit se placer dans l'angle rentrant, que font les deux du lit de dessus du Voussoir inférieur.

Sur quoi l'on peut remarquer, que le premier lit horisontal n'a servi qu'à y placer les deux lignes droites, qui sont les arêtes du lit de dessous avec la doële; le reste de cette surface ayant été enlevé en dedans pour former la doële, & en dehors pour former le lit.

Secondement, pour la partie de la Voute en *Arête saillante.*

De la maniere de tailler un Voussoir d'ensourchement en angle rentrant, il sera aisé de tirer celle d'en tailler un de la partie BS, qui est au contraire en angle saillant, & qui fait ce qu'on apelle la *Voute d'Arête*; en effet il ne s'agit dans celui-ci que d'enlever toute la pierre qu'on avoit laissé dans l'autre, comme on peut le connoître sans un plus long discours, par la comparaison des Voussoirs dessinez en Perspective aux figures 7 & 9, où l'on voit que les retombées sont transportées du dedans de l'angle DAE, au dehors de l'angle RB *r* ou KBG (figure 5) au reste l'opération est en tout la même, comme on va le voir.

Ayant dressé un parement pour le lit horisontal, qui sera permanent au Coussinet, & de suposition aux Voussoirs au dessus, on y tracera avec la fausse équerre l'angle $q\,6^4 p_4$, des premieres retombées, & son parallele au dedans, qui est celui des piédroits *r* BR, suivant les distances p^4 R, $q^4 r$.

Fig. 5. & 9.

On abattra ensuite la pierre en retour d'équerre au premier parement, suivant les lignes $q\,6^4$, $p\,6^4$, pour les faces de suposition, & suivant les lignes *q*O, *p*O d'équerre à ces faces pour les paremens des têtes qu'on y tracera, puis avec les biveaux d'aplomb & de coupe Q $1^s\,5^s$, *p* $1^r\,5^r$, on abattra la pierre pour former les lits, qui se rencontreront en angle saillant sur la Diagonale $8^d\,4^d$, faisant couler l'angle rentrant du biveau sur les horisontales $4^r\,4^d$, $4^s\,4^d$, qu'on a dû y tracer par la hauteur des retombées, comme on a fait au Voussoir rentrant, dont nous venons de parler, & on achevera le reste de même.

Seconde Maniere par demi équarrissement.

Pour opérer par équarrissement, il faut avoir une pierre bien pratiquée, où l'on puisse faire des paremens verticaux de suposition, qui soient à vive-arête entr'eux, & avec l'horisontal; de sorte qu'on ne peut faire usage d'une pierre, qui n'est pas assez pleine pour recevoir cette préparation, quoiqu'elles soit de grandeur suffisante, pour contenir le Voussoir qu'on se propose de faire.

En ce cas, après avoir formé le lit horisontal, on y tracera l'angle des piédroits DAE, pour le rentrant ou *r* BR, pour le saillant, puis avec le biveau de l'angle de l'horison avec la doële plate *e* E 1^r, & *a* D 1^s, on abattra la pierre en angle obtus le long des lignes droites, qui font les côtez de l'angle donné; ces deux surfaces se rencontreront en ligne droite, qui sera le fond d'un angle rentrant du côté de SA, & en angle saillant du côté de SB, on tracera sur chacune une ligne parallele à l'arête du lit à distance de la corde D 1^s, ou E 1^r, qui sera

l'arête de lit & de doële, par le moyen de laquelle avec le biveau rectiligne de la doële plate, & de coupe D 1" 5", E 1' 5', on formera les lits; nous suposons les têtes faites, comme dans la maniere précédente.

Troisiéme Maniere par Panneaux.

Les Apareilleurs font rarement les Voussoirs d'enfourchement, c'est-à-dire, de concours rentrant ou saillant de deux Berceaux par la voye des panneaux, c'est une espece d'usage de les faire par équarrissement, pour diminuer le soin de l'exécution, parce que les tailleurs de pierre, qui en ont fait un ou deux sont en état de les continuer d'eux-mêmes sur les hauteurs de retombées, & les retombées mêmes, dont on leur donne les mesures, sur-tout lorsque l'un des berceaux est en plein cintre; cependant l'usage des panneaux, quoique un peu plus embarrassant a bien son mérite pour menager la pierre : le voici.

Fig. 6.

Ayant dressé un parement pour servir de doële plate d'un des berceaux, on y apliquera le panneau qui lui convient, par exemple *a b d c*, pour en tracer le contour; puis on prendra le biveau de l'angle des deux doëles plates, qui a été trouvé sur l'épure, par exemple l'angle 8 z 9, de la figure 5, qu'on apliquera perpendiculairement au côté *e d*, pour abattre la pierre suivant ce qu'indiquera une des branches, tenant l'autre apliquée sur la premiere doële plate; l'angle de ce biveau sera saillant pour les Voussoirs vers A, & rentrant pour ceux qui sont de *f* en B. Ainsi au premier cas, ce sera le dos extérieur du bras qui servira, & pour le second ce sera l'intérieur. Or comme dans le premier, il faut creuser en angle rentrant, l'usage du biveau est moins commode, que lorsqu'il faut abattre en angle saillant : en ce cas, il n'y a pas grand avantage sur la précédente méthode, parce qu'il n'y a point de pierre à épargner.

La doële plate étant faite, on abattra la pierre pour former les lits avec les biveaux de lit & de doële plate, & les têtes se feront en faisant passer une surface plane par les angles, & par un retour d'équerre sur la direction du Voussoir, s'il s'agit d'un joint transversal, ou suivant l'angle du biais, si le Voussoir fait une portion de face biaise.

La figure 6 fait voir un Voussoir d'enfourchement renversé, dessiné en Perspective pour y montrer ses doëles *a b d c*, *d e f* C, qui font un angle saillant ou rentrant le long du côté *d c*, secondement les lits rentrans du dessus *b l m d e g*, les lits de dessous *a c f b i k*, qui font un angle saillant en *i c*, & une tête *f e g h*.

COROLLAIRE. I.

DES VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

Nous avons déja dit qu'on apelloit Voute en arc de Cloitre, celle qui étoit composée de proportions de Berceaux, dont les doëles se rencontroient en angle rentrant.

D'ou il suit, que si l'on repete en sens contraire, la partie de Voute de la figure 5, dont le triangle DAE est la projection, supofant que DE passe par S, on aura une Voute en arc de Cloitre de quatre côtez, dont l'extrados est représenté à la figure 12, & la projection horisontale à la figure 8 en AD *a e*, & si plusieurs berceaux se croisoient de même, il se formeroit une Voute en arc de cloître de plus de quatre côtez en nombre pair; si au contraire ce n'étoit qu'une rencontre de demi berceau, il se formeroit une Voute en arc de Cloître en nombre de côtez impair, tels sont par exemple les Voutes des Chapiteaux des Guérites des fortifications, qui sont sur des Pentagones.

D'ou il suit, que si la Tour voutée étoit d'un grand nombre de côtez, chaque portion de berceau deviendroit aussi très étroite, & la Voute aprocheroit d'autant plus de la Sphérique, que le nombre se multiplieroit, de sorte qu'on pourroit considerer une Voute Sphérique, comme un arc de cloître d'une infinité de côtez.

Lorsque les côtez de la Tour à Pans voutez sont égaux entr'eux, il est évident que la Voute n'est qu'une repétition d'un même segment de Cylindre, pour le Trait duquel il n'y a que deux cintres à décrire, sçavoir, l'arc Droit, & celui d'enfourchement dans l'angle rentrant des doëles qui se rencontrent;

Mais lorsque les côtez & les angles sont inégaux, comme à la figure 8, il faut tracer plusieurs, cintres differens, sçavoir;

1°. Le cintre du milieu de direction sur le diametre oblique, comme
Fig. 8. M *m*, ou son égal *a e*, qu'on a tracé en *a* H *e*, pour trouver les projections des joins de lit sur toutes les arêtes, comme en a^1 a^2 sur la Diagonale A *a*, & p^3 p^4 sur la Diagonale D *e*, par la réproduction des points des projections *f*, *g*, *i*, *k*, conduits parallelement au côté A *e*, jusqu'à la Diagonale *a* A, & de là parallelement au côté DA, jusqu'à la Diagonale D *e*.

2°. Le cintre de direction transversale aussi oblique *n* N, on peut se passer de celui-ci.

3°. Le cintre de l'arc Droit sur les petits côtez, comme T *t*, ou son égal DR.

4°. CELUI fur le grand côté comme r" R", ou fon égal D r.

5°. LE cintre de Diagonale courte a A, qui eft l'arc a b A.

6°. ENFIN le cintre de Diagonale longue D e; il eft vifible que fi les côtez font inégaux, & en nombre impair, il faut opérer à part pour chaque pan de Voute, comme nous allons le montrer.

Des Voutes en Arc de Cloitre, fur un Polygone de côtez en nombre impair.

SOIT (figure 15, de la Pl. 71) le triangle fcalene ABD, fur lequel on veut élever une Voute en Arc de Cloitre. On commencera par divifer fes angles, chacun en deux également par les Diagonales AC BC, DC, qui fe rencontreront en C, où fera le centre de l'arc Droit CE*b*, lequel fera un quart de cercle, où d'Ellipfe formé fur une ligne CE, perpendiculaire à un des côtez AB du Polygone, n'importe lequel. *Fig.* 15. PL. 71.

CET arc fera le cintre primitif, qu'on divifera en fes Vouffoirs en nombre incomplet, par exemple en deux & demi, cet excédent de demi eft pour la moitié de la Clef.

AYANT abaiffé des divifions 1 & 2, des perpendiculaires fur le rayon CE, qui le couperont aux points P & *p*, on menera par ces points des paralleles au côté AB, qui couperont les Diagonales AC, BC aux points *e*, *f*; *g*, *i*, par lefquels on reproduira d'autres paralleles aux côtez BD, AD, qui couperont la Diagonale CD aux points *l k*, & la projection des joins de lit fera faite.

IL faut préfentement former les cerches ralongées des cintres des angles rentrans des doëles, qui font des quarts d'Ellipfes bien faciles à tracer, parce que leurs abfciffes font données fur les Diagonales de la projection aux points *e*, *f*; *g i*, &c. & leurs ordonnées égales aux correfpondantes 1 P, 2 *p*; nous avons tracé pour exemple le quart d'Ellipfe CDS*b*, qui eft renverfé pour la commodité de la Place de la figure.

Il ne refte plus qu'à faire ufage de ces lignes, pour tracer les Vouffoirs d'enfourchement par équarriffement ou par panneaux, comme il a été dit ci-devant, touchant le Trait de partie ADE, de la figure 5 & de la figure 8, ce qu'il eft inutile de repeter.

COROLLAIRE. II.

DES VOUTES D'ARETES.

Fig. 13. & 5. Si l'on revient aux figures 13 & 5, de la planche précédente, qui font l'objet de ce probleme, on reconnoîtra que si l'on joint ensemble quatre fois la moitié de la figure 13, marquée *ru* SVR, on aura une figure de deux berceaux, qui se croisent en angle saillant, comme il est représenté à la figure 10, ce qu'on apelle *Voute d'Arête*, ainsi la Voute d'arête tracée en projection à la figure 4, n'est qu'une repétition de la moitié DBE de la figure 5, ce qui fait de la Clef une espece de croix, telle qu'on la voit à la figure 3.

D'ou il suit qu'on peut établir une Voute d'arête sur une base rectiligne en Polygone d'un nombre de côtez quelconque, sans que le Trait & la construction en devienne plus difficile, mais seulement plus composé.

On observera seulement que si l'on tient les clefs de niveau, & que le cintre primitif soit circulaire, pris sur une des Diagonales, plus il y aura de côtez, plus les cintres des formerêts seront surhaussez, parce que leur diametre horisontal se racourcit pendant que le demi diametre vertical est permanent.

Et au contraire, si le cintre primitif étoit pris sur un des côtez, & en plein cintre, plus le nombre des côtez augmenteroit, plus la Voute s'abaisseroit, & si leur nombre étoit infini, elle deviendroit enfin plane.

L'exemple que nous avons donné pour la moitié de la figure 5 & 13, à la figure 4, montre le Trait des Voutes d'arêtes sur des Polygones en nombre de côté Pair. Il suffira d'en ajouter un pour les impairs, ou il y a un peu plus de difficulté, ou plûtôt de varieté.

Des Voutes d'Arêtes sur des Polygones impairs.

Dans les Voutes en *Arc de Cloitre*, nous avons toujours établi la clef à l'intersection des Diagonales, qui divisent chacun des angles du Polygone en deux également, parce qu'il convient de prendre pour rayon, ou pour un des axes du cintre primitif, celui d'un cercle inscrit dans le Polygone donné, lequel est perpendiculaire à chacun des côtez (par la quatriéme du 4e. Livre d'Euclide), & par conséquent l'Arc Droit commun à tous les demi-berceaux, qui composent l'Arc de Cloitre ; ce qui rend la doële autant réguliere qu'il est possible, car si

si le milieu de la clef est plus près d'un côté que de l'autre, comme on peut le faire si l'on veut, il y aura autant de differens arcs Droits, qu'il y aura de demi-Berceaux, lesquels seront les uns en plein cintre, les autres surmontez ou surbaissez suivant l'inégalité de ces distances variables, qui feront un des axes des cintres, celui de hauteur restant permanent & commun à tous.

On ne doit pas opérer de même pour les Voutes d'arêtes, parce que ces rayons perpendiculaires ne tombans pas sur les milieux des côtez du triangle isoscele ou scalene, les cintres des Formerêts élevez sur ces côtez deviennent *Corrompus* (en terme d'Architecture,) c'est-à-dire, composez de deux arcs de Courbes inégales, sçavoir d'un quart de cercle AR, & d'un quart d'Ellipse RB, dont le rayon *g*A est égal à S*g*, comme le P. Deran fait ceux de la Voute d'arête, établie sur un triangle rectangle isoscele; tels sont les arcs AR*n*B & A*r* ND de la figure 17, ou bien de deux quarts d'Ellipses differentes, ce qui est aussi désagréable à la vûë. Or il est clair que l'on doit avoir dans ce genre de Voute plus d'attention à la régularité de ces cintres, qui en fait la beauté, qu'à la position de la clef dans l'interfection des Diagonales, qui partagent les angles en deux également ; d'où il suit que le Trait de cet Auteur doit être rejetté, parce qu'il fait des irrégularitez difformes sans aucune nécessité, & que l'on peut parfaitement bien éviter. PL. 71. *Fig.* 17.

Il faut donc chercher la projection de la clef de la Voute d'arête sur un triangle, par la 5[e]. Proposition du même Livre d'Euclide cité, qui est à la suite de la précédente ; c'est-à-dire, qu'il faut circonscrire un cercle au Polygone donné, afin que toutes les Diagonales qui sont les projections des arêtes de la Voute deviennent égales entr'elles, & que les directions des clefs de chacun des Berceaux tombent perpendiculairement sur les milieux des côtez du Polygone, pour les diviser également, & non pas inégalement comme a fait le P. Deran dans le Trait cité, (quatriéme Partie, Chap. IV.) mais cette construction a un autre inconvenient, qu'on ne peut éviter qu'en changeant la direction Droite des Berceaux obliques, comme nous le dirons ci-après.

Soit, pour exemple, le triangle ABD, qu'on veut couvrir d'une Voute d'arête ; ayant divisé en deux également deux de ses côtez, comme AB en C, & AD en E, on leur tirera par ces points des perpendiculaires indéfinies EX, CX qui se croiseront en X, où sera le milieu de la clef, duquel on menera aux angles A, B, D, les Diagonales AX, BX, DX qui seront égales entr'elles, & par le même point X on tirera sur le troisiéme côté DB la perpendiculaire X*e*. *Fig* 16.

On voit que ce milieu de clef X est bien different de celui que donne le Trait de la Voute en Arc de cloitre, provenant de la division des angles en deux également par des Diagonales, qui se croisent en *m*.

Il suit de cette construction, 1°. que le point X s'aprochera d'autant plus du point *m*, que les côtez du triangle aprocheront de l'égalité entr'eux ; de sorte que ces points *x*, *m* se confondront en un seul, lorsque les trois côtez seront parfaitement égaux.

2°. Que ce point X, s'aprochera d'autant plus d'un des côtez, que l'angle qui lui est oposé aproche du Droit, de sorte que si cet angle est Droit, le milieu de la clef, suivant cette construction, tombera sur le milieu de l'hypotenuse, parce que la profondeur du Berceau, dont elle est le diametre s'évanouit, & se réduit à la seule ligne du cintre commun aux deux autres ; ainsi au lieu de trois Berceaux, il n'en faut plus que deux pour couvrir cet espace triangulaire, ce qui paroît très singulier, mais qui est sensible en ne considerant que la moitié DBE des figures 4 & 5, de la Planche 70

Ce cas est le dernier où cette construction puisse servir ; car si le triange avoit un angle obtus, il est évident que le point X tombant aux dehors de la figure, le plan ou mur du formerêt du grand côté couperoit les deux Berceaux reünis au dedans du concours des Clefs ; ce qui formeroit une courbe composée de deux arcs, dont l'intersection seroit arquée en *contre*[illegible], & seroit un angle curviligne d'arête, qui ne pourroit se soutenir.

Il faut donc conclure de toutes ces observations, qu'il ne convient pas toujours de mettre le sommet de la clef dans l'intersection des Diagonales en *m*, ni dans l'intersectiou des perpendiculaires sur les milieux des côtez en X ; mais qu'on peut placer à volonté le milieu de la clef, par exemple en S, sans autre inconvenient, que celui du changement des directions Droites XE, XC en obliques SE, SC, ce qui ne cause aucune difformité à la Voute.

Cela supofé, pour former le Trait de la Voute d'arête sur le triangle scalene ABD, on choisira tel côté que l'on voudra pour diametre du cintre primitif, par exemple AB., sur lequel on tracera un demi cercle AHB, ou une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée, comme on le jugera à propos, puis l'ayant divisé en ces Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera à l'ordinaire des perpendiculaires sur ce diametre, qui le couperont aux points P *p*, Q *q*.

On placera ensuite à volonté le milieu de la clef en S hors des régles, ou en *m* suivant la régle des Arcs de cloitre, ou en X suivant celle des Voutes d'arêtes, tout comme on le jugera à propos.

De ce sommet S, on tirera des lignes aux milieux C, E, *e*, des trois côtez, & aux trois angles ADB, ensuite par les points P & *p*, on tirera les paralleles PN, *pn*, à la ligne DB, qui couperont le côté AD, aux points N & *n*.

De même par les points Q & *q*, on tirera des paralleles au côté AD, qui couperont DB aux points O & *o*.

Par les points N & *n*, on menera les lignes N*f*, *n g*, paralleles à la direction ES, & P*f*, *p g*, paralleles à la direction CS, qui se rencontreront sur la fausse Diagonale AS en *f* & *g*; on tirera de même O *i*, *o k* paralleles à la direction S *e*, qui couperont la fausse Diagonale SB en *i* & *k*; ainsi de même pour les demi-côtez restans DE, D *e*, CB, & l'on aura toutes les projections des divisions des Voussoirs, tant sur les diametres des Formerêt, que sur les vrayes ou fausses Diagonales, par le moyen desquelles projections & des hauteurs des retombées du cintre primitif AHB, on fera les cintres des formerêts A*h*D, B*h'* D, & même ceux des arêtes SA, SB, SD, si l'on veut; ce qui est trop facile pour s'y arrêter.

On voit à la figure 17, ou le triangle donné est rectangle isoscele, la convenance de notre construction, parce que 1o. si l'on fait les directions CX, *m*X des Berceaux, qui ont pour diametre les côtez AB & AD, qui comprennent l'angle Droit, perpendiculaires à ces côtez, la position de la clef tombe en X sur le côté BD, & fait évanouir le troisiéme Berceau, qui étoit ci-devant exprimé par la projection DSB.

2°, Si l'on met le sommet de la clef en S, sur le point d'intersection des Diagonales AS, BS, DS, & que l'on veuille (comme le P. Deran) faire les deux Berceaux ASB, ASD, de direction Droite sûr AB & AD, il résulte qu'on ne peut les faire ni elliptiques, ni circulaires, mais d'un contour irrégulier, comme sont les Courbes ARB, A*r*D, parce que les sommets R & *r* tombent aplomb des points *g* & G, produits par les perpendiculaires tirées du point S; donc il faut changer ces directions Droites S*g* & SG en obliques SC & S *m*, pour avoir un milieu *h* au sommet d'un demi cercle, ou de la demi-Ellipse, prise pour cintre primitif.

Il faut encore remarquer qu'on pourroit prendre si l'on vouloit, une direction oblique comme SC, & une Droite comme SG, en fai-

ſant le cintre AKD corrompu ; ce que nous obſerverons en paſſant ſans en conſeiller la pratique.

L'Aplication du Trait de ces Voutes eſt viſiblement la même, que celle des berceaux d'égale hauteur, qui ſe rencontrent perpendiculairement ou obliquement, dont ces cas ne ſont que des Corollaires.

Des Voutes d'Arêtes incompletes.

J'apelle ainſi celles dont les arêtes ne font qu'un quart de cintre, telles ſont par exemple celles de la plûpart des chevets de nos anciennes Egliſes, qui ſont à *Pans Coupez*, dont la clef eſt ſur le milieu du cintre, qui rachete la Voute de la nef; il eſt viſible qu'une telle Voute eſt la moitié d'une Exagone de même eſpece, dont on a retranché l'autre moitié ſuivant un de ſes diametres, ainſi il n'eſt pas néceſſaire d'en parler en particulier, après ce qui a été dit en general.

Il faut ſeulement obſerver que de telles Voutes demandent à être bien apuyées à la clef pour ſubſiſter, parce que les arêtes pouſſeroient au vuide au delà de l'arc doubleau, s'il n'y avoit pas une Voute au-devant.

Des Berceaux Croiſez, qui rachetent des Plat fonds.

Le Pere Deran dans le Chap. XIX. de ſa quatriéme partie, annonce le Trait d'une *Voute d'Arête ſur un quarré, ayant un Plat-fond quarré au milieu*, il n'eſt pas difficile de montrer, qu'il propoſe une choſe impoſſible, s'il prétend racorder la Voute avec le plat-fond ; car puiſque les directions des côtez du quarré du plat-fond ſont perpendiculaires aux axes des Berceaux, qui ſe croiſent pour former la Voute d'arête, elles ne peuvent être que les cordes ou les tangentes des ſections tranſverſales de ces Cylindres, leſquelles ſont eſſentiellement des lignes courbes circulaires ou elliptiques, par conſéquent les côtez du quarré ne peuvent ſe racorder avec le milieu de la croiſée de la Voute, que par le moyen de la ſaillie du quadre, qu'il y demande pour *la beauté de l'ouvrage*; il auroit dû dire pour en cacher un peu le défaut & la diſcordance, parce que les angles de ce quadre ſeront plus bas que la clef, de toute la hauteur de la flêche de l'arc, que ce côté de quarré comprend, auquel la bordure ſe termine par une ſaillie inégale, depuis ſon milieu à ſes angles, laquelle ſera d'autant plus difforme que le plat-fond ſera grand.

Il n'en eſt pas de même pour les Voutes en arc de cloitre, on

peut fort bien y pratiquer au milieu un plat-fond, si grand que l'on voudra, en voici la raison.

Les joins de lit de chaque assise des Voutes d'arête, sont des lignes droites horisontales paralleles aux impostes de chaque Berceau; par conséquent on peut pratiquer au milieu de cette espece de Voute une surface plane d'autant de côtez que le nombre des impostes ; quarré sur une Voute de deux Berceaux, qui se croisent en angle Droit, exagone sur trois; ainsi du reste.

J'ai dit qu'on pouvoit faire ce plat-fond si grand que l'on veut, mais à condition qu'il servira d'étresillon, pour contenir les Voussoirs qui poussent au vuide entre les angles rentrans, car il n'y a que ceux des angles qui se contiennent mutuellement par le concours des deux diametres de leurs côtez.

De ces deux observations, il suit que le Trait du même Auteur, au Chap. XX. à la suite du précédent, est partie bon, partie mauvais, comme nous le dirons en parlant des Voutes à doubles arêtes.

Aplication du Trait sur le Bois.

POUR LA CHARPENTE, OU POUR LA MENUISERIE.

On ne peut pas toujours, ni par-tout faire des Voutes de Pierres ou de Briques; on a souvent des raisons de les faire en Charpente, ou du moins de revêtir de Lambris de Menuiserie, celles qui sont faites de Pierre, ou de Briques.

Les raisons que l'on peut avoir de faire des Voutes de Charpente sont.

1°. La rareté, ou la cherté de la pierre dans le lieu où l'on bâtit, lorsqu'il est auprès d'une forêt.

2°. La foiblesse des murs, sur lesquels on veut établir une Voute, dont la *Poussée* pourroit les renverser, si on la faisoit de pierre ou de briques.

3°. La crainte des secousses des tremblemens de terre, dans les Pays qui y sont fort sujets. Par cette raison toutes les Eglises de Lima, grande Ville Capitale du Perou, où j'ai été, sont faites de Charpente recouverte d'un Lattis de Cannes, & de Mortier; j'en ai vû plus de

soixante si bien faites, que je ne les jugeai pas telles du premier abord, étant ornées d'ordres d'Architecture, de pilastres, corniches, arcs doubleaux, &c. tout comme les Voutes de maçonnerie, comme je l'ai dit dans la rélation de mon voyage imprimé en 1716. à Paris, en Hollande, & en Angleterre, où il a été traduit dans la Langue du Pays.

On a aussi quelquefois raison de revêtir en Lambris de Menuiserie des Voutes, qui ne sont pas agréables à la vûë, & qu'on ne veut pas démolir, soit pour en changer le contour, comme du Gothtique au plein cintre, ou pour en cacher quelques imperfections, ou pour les rendre plus susceptibles des Ornemens de Sculpture, Dorure & Peinture.

Soit que l'on se propose de faire en bois une Voute en Arc de cloître, ou une Voute d'arête.

On fera l'épure comme pour les Voutes de pierres; les cintres étant tracez pour les formerêts & arcs doubleaux, les ouvriers ne trouveront non plus de difficulté à les exécuter en bois, qu'à faire une demi-rouë de plusieurs jantes, parce que ces pieces sont directement tranversales.

Il n'en est pas tout à fait de même pour les cintres des Diagonales, creusez en angle rentrant pour les Arcs de cloître, ou débillardez en angle saillant, pour les *arêtes* des Voutes, qui en portent le nom, il y faut un peu plus de façon.

Soit (figure 4,) le parallelograme DBEb, le plan horisontal d'une Voute d'arête biaise, dont l'arc surbaissé DTE est le cintre d'arête, formé sur la plus grande Diagonale DE, pour axe horisontal, & la hauteur ST donnée égale à CH, du cintre primitif DH b.

On commencera par déterminer la longueur de la piece de bois, sur l'épaisseur de celle qu'on veut employer, considerant la flêche, & la profondeur de l'arc qu'on y peut creuser, & ajoutant à cette longueur, celle des Tenons nécessaires pour l'assemblage avec les pieces suivantes, & la sabliere, sur laquelle elle doit être posée.

Pl. 70. Fig. 4. Suposons qu'il s'agisse d'un cintre de Diagonale d'une Voute d'arête DTE, (figure 4,) on y inscrira une corde par exemple D 3^d, égale à la longueur du bois donnée, laquelle fera avec la Diagonale ED, prolongée vers k, l'angle obtus 3^d D k, qu'on prendra avec la fausse équerre pour couper en *gras* le bout inférieur de la piece de bois aux deux côtez du Tenon, qui doivent s'apuyer sur les bords de la mor-

toise de la *fabliere* * (qui est la piece de bois, où est la naissance de la Voute.)

* Ce mot vient du Latin *Subligare*, lier par-dessous.

On levera ensuite la cerche ou le panneau du segment d'Ellipse D 4[d] 3[d], avec laquelle on tracera sur les côtez de la largeur le creux de la piece de bois qu'on coupera cylindriquement, comme si l'on vouloit en faire une simple portion de Berceau, comme l'on voit à la figure 14, la partie de *g* en G. Pl. 71. Fig. 14.

Sur le milieu de cette surface concave, on tracera avec un *Trusquin*, ou en trainant le compas ouvert de la moitié de l'épaisseur, ou seulement un *Echantillon*, la ligne du milieu D *b* 3, qui marquera l'arête que l'on doit former.

On tracera ensuite sur l'épure de la figure 4 *, une ligne *i g*, perpendiculaire à DE, sur laquelle on portera de part & d'autre la moitié de l'épaisseur du bois de D en *i*, & de D en *g*, par où on menera des paralleles à DE ou D *k*, qui rencontreront les côtez BD prolongé en *a*, & *b* D prolongé en *e*. * Pl. 70.

On portera les longueurs *i a*, sur un côté de la hauteur ou largeur du bois, & *g e* de l'autre, pour tracer par ces deux points des lignes courbes paralleles aux arêtes *i k* I (figure 14) & *g f* G, comme *c r n* & son opposée, que le dessein ne peut représenter, parce qu'elle est cachée par l'épaisseur du bois. Pl. 71.

Enfin par la ligne du milieu D *b* 3, & cette derniere *c r n*, on débillardera, c'est-à-dire, on abattra le bois en chanfrin, comme il est représenté en *b r n* 3, & de même de l'autre côté, ce qui formera l'arête qu'on voit en Perspective au bout *n* 3 *o*, laquelle sera celle d'une des croisées de la Voute d'arête qu'on veut faire.

L'autre arête de croisée se formera de même sur le cintre de même hauteur, qui a pour diametre la Diagonale *b* B, ou si l'on veut revenir à la figure 5, qui est la primitive, d'où cet exemple est tiré, ce sera le cintre ATB.

On operera de même pour chacune des pieces de bois, qui doivent s'assembler avec les autres, à peu près comme les jantes d'une roue.

Si au lieu d'une Voute d'arête, il s'agit de faire un arc de cloître; il est visible qu'il faut operer en sens contraire de ce qu'on vient de faire, c'est-à-dire, creuser en angle rentrant le bois qui formoit un angle saillant.

Ainsi ; (figure 8,) ayant tiré comme ci-devant la perpendiculaire *ig*, sur la Diagonale D*e*, on menera par les points *i* & *g*, donnez pour l'épaisseur du bois des paralleles *ik*, *go* à la Diagonale D*e*, qui couperont les côtez AD, & *a* D en *k* & *o*, & donneront des longueur *ik* & *go*, inégales si la Voute est biaise ou *Barlongue*, c'est-à-dire, plus longue que large.

Si l'épaisseur du bois est peu considerable par raport à la Diagonale, qui croise la premiere, on pourra se servir pour tracer les arêtes par *o* & par *k*, de l'arc du cintre fait sur D*e*, comme en DTE, de la figure 4, parce que la difference de ce cintre à ceux qu'on y doit faire passer dans la rigueur, peut être negligée sans erreur sensible.

Mais si cette épaisseur de bois & l'obliquité, ou l'inégalité des côtez de la Voute est considerable, alors il faut tracer des arcs d'Ellipses particuliers, un pour l'arête passant par *k*, l'autre pour celle qui passe par O.

Il faut de plus observer que s'il s'agit d'une piece de charpente, qui doive être couverte d'un latis & de plâtre, les deux côtez D*k* & D*o*, doivent être inégaux dans les Voutes biaises & barlongues. mais s'il s'agit d'un revêtement de Menuiserie, ces côtez devenans les largeurs des bâtis, doivent être égaux entr'eux ; quoiqu'il en soit.

On tirera par les points *k* & *o* des paralleles à la Diagonale D*e*, par exemple, par *o* la ligne *of*, qui coupera *ae* en *f*, & la diagonale A*a* au point *x*, où on élevera sur A*a* une perpendiculaire *xy*, qui coupera le cintre *ab* A en *y* ; la ligne *of* sera l'arc horisontal d'une Ellipse, dont *xy* sera la hauteur verticale ; avec ces deux mesures on tracera une demi-Ellipse, que sera le cintre de chacune des arêtes, quoique l'une comme *k* avance plus que l'autre *o*.

Les arcs de ce cintre étant tracez chacun sur une face de hauteur du bois, on le creusera de l'un à l'autre en portion de berceau biais ; sur laquelle ayant tracé l'arc du milieu, on y creusera le bois en angle rentrant *k* D *o*, suivant la cerche du cintre formé sur la diagonale D*e*, comme DTE de la figure 4, & la piece sera achevée.

Des Voutes d'Arêtes Gothiques.

Fig. 20. On apelle Voutes *Gothiques*, ou selon le P. Deran, Voutes *Modernes*, & à *Augives*, celles dont les cintres perpendiculaires à leurs directions sont

font composez de deux arcs de cercles, tracez de differens centres, faisant un angle rentrant à la clef.

La mode de ces Voutes que nous tenions des Gots, ou plûtôt selon quelques Antiquaires des Maures, est tellement abolie qu'on n'en fait plus de cette espece dans les nouveaux Bâtimens ; mais comme dans les réparations des anciens Cloîtres, Eglises, ou autres Edifices, il se présente des occasions d'en rétablir quelques parties, il est nécessaire d'en connoître le Trait.

Il faut premierement, remarquer que les doëles des Voutes d'arêtes Gothiques, sont très rarement des portions de surfaces de Cylindres, comme à nos Berceaux & Voutes d'Arêtes Antiques, qui sont usitées dans l'Architecture Moderne ; mais chaque Pandantif est une portion triangulaire d'une espece de Sphéroïde irrégulier, dont la surface se courbe depuis sa naissance insensiblement, suivant la direction de la clef, à mesure qu'elle en aproche, de sorte que chaque Pandantif est une surface à double courbure, dont nous devrions renvoyer le Trait au rang des surfaces irrégulieres, cependant nous lui donnerons place ici par plusieurs raisons.

Premierement, à cause de leur grande conformité avec les Voutes d'arêtes régulieres.

Secondement, parce que leurs Nervures en sont le principal objet pour la coupe des pierres, en ce qu'il n'est presque jamais question d'Apareil pour les Pandantifs que ces nervures terminent, à cause que leur peu d'épaisseur rendroit la coupe presque insensible dans chaque Voussoir ; c'est pourquoi on se contente ordinairement de les faire de petites pierres, sans coupe, qu'on apelle *Pandans*, pour lesquelles le mortier mis un peu plus épais à l'extrados qu'à la doële, fait l'office de la coupe d'un Voussoir.

Les principales de ces nervures, sont les *Arcs Doubleaux* AB, ED, Fig. 21.
& les *Augives*, AD, EB ; les premieres les traversent diametralement, & les secondes en diagonales qui se croisent ; c'est pourquoi on dit ordinairement *Croisée d'Augives*.

Les Courbes de ces cintres sont arbitraires, cependant on *n'y employe jamais que des Arcs de Cercles*. Ceux des Arcs-doubleaux sont toûjours tracez de differens centres, pris ordinairement aux impostes oposées, alors ils sont de soixante dégrez ; quelquefois le centre est en dedans, quelquefois en dehors ; on en voit même aussi, (mais mal à

propos,) dont les centres sont au dessus ou au dessous de la ligne des impostes: le P. Deran le met au dessus.

Les Arcs des Augives, sont quelquefois tracez aussi de deux centres, mais souvent d'un seul qui fait un demi-cercle; ce qu'on ne pratique jamais aux arcs doubleaux, dans l'Architecture Gothique.

Fig. 21. Soit le parallelograme rectangle ABDE, (figure 21,) le plan horisontal de la Voute d'arête Gothique, dont les diagonales AD, BE, sont les projections des Augives; les côtez AB, DE, celles des arcs doubleaux, de même que AE, BD, si la Voute étoit dans une croisée ouverte; mais si elle est fermée de ces côtez, ces arcs doubleaux prennent le nom de *formerêts*.

Entre ces principales nervures on en place souvent d'autres, comme MG & MH, & leurs oposées MF, MI, qui sont les projections des *Liernes*; & les lignes BG & BH, & leurs lignes semblables qui sont celles des *Tierçerons*.

Il s'agit présentement de tracer les arcs de cercles, dont ces lignes sont les projections horisontales, c'est-à-dire, les *Plans*, suivant le Langages des Apareilleurs.

Ayant divisé AB en deux également en *m*, on prendra à volonté, & à distance égale de ce point les cintres C & *c*, pour ceux des arcs doubleaux AS, BS, selon qu'on voudra la Voute plus ou moins surmontée en S, où ils se croisent. Le P. Deran prend ces centres au dessus de la ligne d'imposte AB, & dit *qu'on en use ainsi*, ce qui est très mauvais, parce que une telle naissance commence par un arc renversé en talud.

Pour tracer ensuite les arcs d'Augives, on portera la projection BM en B *p* sur BA, où l'on élevera une perpendiculaire *p m'*, qu'on peut faire égale à MB, si l'on veut l'augive en plein cintre, ou plus haute, si on la veut de deux arcs de moins de dégrez que le quart de cercle, comme on a fait aux arcs doubleaux.

Dans ces deux cas, le point m^2 sera plus haut que le point S, le point *p* sera le centre de l'arc B m^2; si l'augive est d'un seul arc en plein cintre; si elle est de deux, le centre sera plus près de A, mais toujours sur l'horisontale AB; la maniere de trouver ce nouveau centre, est de tirer une corde du sommet donné au dessus de m^2, par exemple, *z* au point B, la diviser en deux également, & lui mener une perpendiculaire, qui coupera AB en un point, qui sera le centre qu'on cher-

che, comme nous allons le faire pour trouver les arcs des autres nervures.

Premierement, pour l'arc de *Lierne*, il faut considerer qu'il doit passer au sommet m^2, qui est le milieu de la croisée d'augive, dont la projection est le point M, & par le sommet S de l'arc doubleau, dont la projection sera si l'on veut le point L ou *m*. On menera par le point S une ligne OR, parallele à AB, qui coupera la verticale $p\,m_2$, au point O, d'où l'on prendra OR égale à ML, & par les points m^2 & R donnez, on tracera un arc, dont le centre est sur la verticale $m^2 p$, prolongée au point Q, qu'on trouvera en tirant une corde de m^2 en R, & faisant sur son milieu une perpendiculaire qui coupera cette verticale en Q, ce qui n'est pas exprimé dans la figure, pour éviter la confusion des lignes; l'arc m^2R tracé de ce centre Q, sera la moitié d'une lierne, dont la projection est ML ou M *m*, si ABDE est un quart; mais comme par cette disposition de figure des projections des nervures, cet arc ne descend pas jusqu'en L, finissant en G ou H, il faut porter la distance MH, sur le profil OR en O *g*, & mener *gh* verticale, qui coupera l'arc m^2 R en *h*; l'arc m^2 *h* sera celui que l'on cherche, dont MH étoit donné pour sa projection.

Secondement, pour avoir l'arc du *Tierceron* BH ou BG, on portera la longueur de la projection BG en B *k*, où l'on élevera la verticale *k*K indéfie, puis on tirera par le point trouvé *h* une horisontale *h i*, qui coupera cette verticale au point K, par lequel & par le point B, on tirera la corde KB, qu'on divisera en deux également en *n*, ou l'on fera une perpendiculaire à cette corde, qui coupera l'horisontale AB au point *y*, où sera le centre de l'arc KB du Tierceron, qu'on veut former sur la doële du Pandantif; ainsi on aura tous les arcs des nervures tracées en projection, suivant la figure comprise dans le quarré ABDE.

Il est aisé de tirer de cette pratique la maniere de trouver les arcs des nervures de tant de compartimens differens que l'on voudra en tracer au plan horisontal.

Par exemple, si l'on prolongeoit les Tiercerons AF, DI, &c. jusqu'aux augives en T & *t*, & qu'on tirât les lignes F *u*, I *u*, I V, HV, qui formeroient des compartimens de lozanges F *u* IT, HVI *t*, il est déja clair que la hauteur des points F, H, I, est donnée au Profil, que nous venons de faire au point *h*, & que les points T & *u* ou *t* & V, sont déterminez dans l'augive par la projection; ainsi si l'on porte la longueur D *t* sur AB en B, & qu'on éleve la verticale *t x*, elle rencontrera l'arc m^2 B, de l'augive au point *x*, qui sera plus bas que le point *h*.

Ensuite ayant tiré par x l'horisontal xq, & une verticale par le point b, qui la coupera vers x, on portera la longueur Ht de la projection en xq, (supposant x à l'intersection de la verticale & de l'horisontale,) & par les points donnez b, q, on tracera un arc, dont le centre doit être sur la verticale passant par b.

Si l'on avoit cherché l'arc, dont VH est la projection, on l'auroit trouvé de même; mais au lieu que le point b est ici le plus élevé, ç'auroit été le plus bas dans le profil.

On peut remarquer dans les anciennes Eglises & Cloîtres Gothiques, une varieté admirable de ces compartimens; ce que j'ai vû de plus beau & de mieux éxécuté dans ce genre, est au Monastere de Bethlehem, auprès de Lisbonne en Portugal, tant à l'Eglise qu'au Cloître, où la plûpart des nervures sont de Marbre.

Il paroît dans nos anciennes Eglises beaucoup de bizarrerie dans ces compartimens; quelquefois les arcs-doubleaux sont suprimez entre les croisées d'augives, pour les traverser par des nervures, passant par les clefs des formerêts, parallelement aux augives; de sorte que leur projection horisontale donne une figure de reticules en quarré
Fig. 18. ou en lozanges, comme on voit à la fig. 18; ce qui fait que ces liernes poussent de part & d'autre au vuide contre le milieu des Reins des augives; quelquefois les nervures sont détachées de la Voute au milieu de la croisée, où la doële s'éleve au dessus en forme de cu-de-four irrégulier comme en M, duquel pendent du *Cu-de-Lampes*, des *Guimberge*, & autres ornemens de l'Architecture Gothiques, suspendus par des barres de fer, lesquels sont présentement universellement rejettez par les Architectes, comme étant dans des situations forcées & de peu de solidité.

Il est visible par ces constructions, que les directions des doëles à la clef étant courbes, les pandantifs ne sont pas des portions de Cylindres, puisqu'ils sont terminez par trois côtez courbes circulaires, sçavoir, par l'arc-doubleau, par celui de l'augive & par celui de la lierne, (s'il y en a une,) ou à sa place par l'angle courbe & rentrant, qui est au long de la clef; ainsi suposant, ce qui n'arrive presque jamais, qu'on fit les pandantifs en pierre de taille, il faudroit avoir recours à ce que nous avons dit des Voutes Sphériques, ou plûtôt des Sphéroïdes irrégulières; car les pandantifs ne sont pas des triangles exactement Sphériques, quoiqu'ils puissent l'être.

Il est encore visible que si l'on fait d'autres nervures de plus, en

façon de rose, d'étoile, &c. que les parties des pandantifs comprises entre les nervures circulaires, sont des surfaces qui ne seroient pas d'une suite uniforme, si ces nervures étoient enlevées, parce que les sections d'une surface irréguliere ne sont pas des arcs de cercles étant coupées en tous sens; elles seroient au contraire souvent des Courbes à double courbure, dont l'exécution demanderoit une grande attention; mais on assujettit le vuide des compartimens aux terminaisons des nervures, & non pas les nervures à la surface de la doële.

UNE des principales difficultez des Voutes Gothiques, est celle des intersections & des naissances des nervures. A l'égard des intersections de celles qui se croisent, il est visible qu'elles doivent être d'un même profil de moulures égales, afin que les angles rentrans soient exactement dans le plan des diagonales de leurs projections

POUR trouver l'alongement, c'est-à-dire, la cerche ralongée de leur contour, il n'y a qu'à faire un angle BAD, égal à celui de la croisée d'augives, dont le côté AB, représente par exemple la Lierne, & AD l'augive; on tirera sur AB la perpendiculaire BD, & autant de paralleles que l'on voudra avoir de points au contour de la moulure, qui coupera AD aux points *o*, *o*, *o*, D, par lesquels on menera des perpendiculaires sur AD, qu'on fera égales aux petites lignes *a d*, *a d*, &c. comme *o x*, *o x*, &c. dont les extrêmitez détermineront les contours des moulures ralongées, dans l'angle rentrant de l'intersection de deux nervures. *Fig.* 22.

QUANT à la naissance des nervures au dessus d'un pilier, ou d'un *Cu-de-Lampe*, laquelle est souvent même sans imposte sur le nud d'un mur.

IL faut en faire la projection, comme l'on voit en N, au dessous de la figure 22, où NF est celle du formerêt, NT du tierceron, NO de l'Augive, N *t* d'un autre tierceron, & N *d* d'un arc doubleau, où les principales nervures NF, N *o*, N *d*, couvrent une partie des intermédiaires NT, N *t*.

PRESENTEMENT, pour connoître à quelle hauteur elles se dégagent, il faut porter les retombées données de chacun des arcs de ces nervures sur les lignes NO, NT, NF, prolongées, & y retracer de nouveau les mêmes profils de nervures, supposant par exemple, que la hauteur de la pierre donnée pour former une partie de la nervure, soit BN de la figure 21, sa retombée sera égale à *d* N, qui montre que la projection de la nervure doit être avancée de cet intervale, ainsi en refaisant à cette distance les profils des moulures des nervures qui

s'écartent, on reconnoîtra ſi elles ſont toutes dégagées à cette hauteur, ou s'il reſte encore quelques parties des intermédiaires couvertes par les principales des Augives, & des formerêts & arcs doubleaux.

La même pratique ſervira à trouver les lits des nervures, dont les naiſſances ſont priſes ſur des points écartez, & qui ſe croiſent enſuite un peu au deſſus pour être continuées, chacune à leur deſtination; ce que l'on ne voit point à celles qui prennent leurs naiſſances ſur des piliers, mais aſſez ſouvent à celles qui naiſſent ſans apuy d'impoſte du nud d'un mur; comme ces ſortes d'ouvrages ne tombent en pratique, que dans les cas de réparations des anciens édifices, nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Remarque ſur les Voutes Gothiques.

Si les doëles des Voutes Gothiques n'étoient pas en quelque façon briſées, & interrompuës au milieu ſous la clef, par un angle rentrant qui eſt déſagréable à la vûë, elles ſeroient ſans doute préferables à nos nouvelles Voutes, par pluſieurs raiſons.

La premiere, eſt que la grande inclinaiſon de leurs pandantifs, qui eſt encore conſiderable à leur ſommet vers la clef, permet qu'on les faſſe extrêmement minces & legeres, de-là ſuivent pluſieurs avantages.

1°. Qu'elles conſomment beaucoup moins de materiaux.

2°. Qu'elles ſont d'une plus facile & plus prompte exécution; parce que les materiaux étant plus petits ſont plus faciles à tranſporter, & à mettre en œuvre.

3°. De-là ſuit qu'elles coutent beaucoup moins en dépenſe de conſommation, & en journées d'ouvriers.

4°. Qu'il y a moins de ſujetion pour la taille des Vouſſoirs, où l'on n'eſt aſſervi à aucune coupe pour les lits; parce que leur épaiſſeur n'étant que d'environ 5 à 6 pouces, on n'y a pas d'égard à la coupe, à laquelle on peut ſupléer par un peu de mortier, plus épais à l'extrados qu'à la doële; de ſorte qu'on y employe des petites pierres taillées à l'équerre, qu'on apelle des *Pandans*.

La ſeconde raiſon qui leur donne un grand avantage ſur les nôtres, c'eſt qu'étant beaucoup plus legeres & inclinées, elles ſont beaucoup

moins d'effort pour renverser les murs, sur lesquels elles sont élevées, par conséquent elles épargnent une grande épaisseur, qu'il faut donner aux piédroits, qui soutiennent des Voutes en plein cintre, ce qui est une forte raison de diminution de dépense.

Il n'est donc pas étonnant que la mode de ces Voutes ait duré si long-tems, & qu'on en voye encore aujourd'hui un si grand nombre en Cloîtres, en Eglises, & autres Bâtimens publics, lesquels n'auroient peut être pas été bâtis, si l'objet de la dépense avoit été aussi grand qu'il est aujourd'hui, suivant notre Architecture massive; il est vrai aussi, que celle-ci l'emporte sur la Gothique en beauté & en solidité.

On voit à la fig. 20 l'effet d'une Voute Gothique avec ces nervures.

Des Voutes Persiennes.

Quoique nous regardions comme une difformité l'angle rentrant, qui se fait à la doële des Voutes Gothiques sous la clef, les *PERSES* n'en jugent pas de même, ils y font un angle encore plus marqué, en ce qu'il est précédé de deux petites portions d'arcs convexes, comme on voit en *d* & *e*, à la figure 19; nous voyons dans les Estampes du voyage de Chardin, que les cintres généralement de toutes leurs Voutes, même jusques aux Arcades des fenêtres & Boutiques, sont contournées à peu près dans le goût du profil des *Combles à l'Imperiale*, ou plûtôt comme les pointes des anciens Ecussons renversez composez de deux parties concaves *a d*, *b e*, & de deux convexes en *d* & *e*, qui se joignent en S. Fig. 19.

Une figure si extraordinaire pour une Voute, nous prouve bien que la beauté n'est ordinairement qu'un préjugé de l'éducation, & de l'habitude que l'on a de voir les choses aprouvées, par la mode du Pays que l'on habite.

Il est cependant vrai, à juger des choses sans prévention, que de toutes les courbes des cintres usitez pour les Voutes, celle dont nous parlons est la moins propre à leur solidité, par conséquent qu'elle doit être intrinséquement difforme, en ce qu'elle n'est point conforme aux moyens d'en assûrer la durée.

La raison en est bien plausible, en ce que les parties convexes auprès de la clef, pousseroient infailliblement au vuide, si les Voussoirs étoient taillez suivant la coupe qui est naturelle à cette figure, laquelle coupe seroit divergente du dehors au dedans, au lieu qu'elle doit être convergente; de sorte qu'il n'y a pas lieu de douter qu'elle n'y soit pratiquée intérieurement en sens contraire.

D'ou il suit, que les parties convexes doivent être composées de

Voussoirs, dont les queuës soient plus longues que les autres, qui sont concaves, ce qui augmente considerablement la charge de la Voute, à l'endroit où elle cause une plus grande *Poussée*.

En second lieu que les arêtes des Voussoirs contigus, sont de forces inégales, l'une en angle obtus, l'autre en angle aigu; il y a aparence que de telles Voutes ne s'exécutent gueres en Pierres de taille.

Toutes ces conséquences font voir qu'il est étonnant qu'une Nation aussi spirituelle que les Perses, qui passent pour avoir du goût dans les ouvrages d'ornemens, ayent adopté un contour de cintre qui nous
Fig. 19. paroît ridicule ; je ne m'arrêterai pas à en chercher le Trait, parce que je ne crois pas que nous adoptions jamais un tel goût en France: je dirai seulement en passant, qu'il me paroît autant que j'en puis juger par les Estampes de Chardin, que chaque côté du cintre est composé de trois arcs de cercles, sçavoir, celui de la naissance, qui monte environ à 30 ou 45 dégrez, dont le centre est pris sur le rayon oposé, par exemple, pour l'arc *af* ou *ab* entre *m* & *b* en 1 ; ensuite sur le rayon 1*f*, ils prennent un second centre vers le milieu en 2, pour former l'arc *bg*, & enfin sur le rayon *g*2, prolongé en dehors, un autre centre en 3, pour tracer l'arc *g* S. Et comme ces centres peuvent être pris plus près ou plus loin de M & de *b*, il en résulte des cintres surhaussez ou surbaissez; comme il n'y a pas d'aparence que ce Livre passe en Perse, je ne crains pas d'être repris sur cette conjecture.

On pourroit trouver quelques autres Courbes Géometriques ou Mechaniques, qui donneroient de tels contours sans le secours des Arcs de cercles, telle seroit la *Compagne de la Roullete* de Mr. de Roberval, repetée & tournée en sens contraire, qu'on pourroit faire croiser pour diminuer les parties convexes de doële autant que l'on voudroit; mais en voilà assez sur une observation de simple curiosité, qui ne doit pas être mise en pratique.

Des Voutes à doubles Arêtes.

On apelle Voutes à *Doubles Arêtes*, celles dont les angles saillans sont émoussez par des Pans cylindriques angulaires, dont la pointe est sur l'imposte à la naissance de la Voute.

Pl. 72.
Fig. 27. & 29. Ainsi suposant une Voute d'Arête formée par la rencontre de deux berceaux

15.

16.

14.

18.

19.

20.

21.

22.



berceau, qui se croisent à angle droit, recoupée à ses angles saillans par deux Berceaux, qui croisent les précédens à angle de 45 dégrez, on aura une Voute à doubles arêtes, qui sera un composé de huit portions de surfaces cylindriques en p andantif, terminées au sommet par une surface plane qui forme un plat-fond. Fig. 27. & 29.

LA raison de cette terminaison à leur sommet, vient de ce que les quatre demis berceaux, qui se croisent suivant les Diagonales des quatre premiers berceaux, se coupent mutuellement parallelement à leurs axes, par le Theor. 16, du premier Liv. par conséquent suivant quatre lignes droites horisontales, qui peuvent être les quatre côtez d'une surface plane quarrée, si la Voute est établie sur des directions perpendiculaires, des premiers Berceaux égaux en diametres, ou en Rhumbe, si les directions sont obliques, ou les diametres inégaux.

LE P. Deran au lieu d'un plat-fond en parallelograme, en propose un en Octogone, mais il est clair, parce que nous avons dit ci-devant de son erreur à l'égard des plat-fonds quarrez sur les Voutes d'arêtes simples, que la figure d'un Octogone ne peut se racorder avec la surface des Voutes à doubles arêtes, en ce que des huit côtez du plat-fond, il n'y en peut avoir que quatre, qui soient établis sur des lignes droites communes à la doële de la Voute, sçavoir, les pans *st*, *ux*, *op*, *qr*, qui sont paralleles à la direction des Cylindres, dont les pans AGF, BGI, DIK, EKF, sont des parties; les quatre autres côtez de l'Octogone *tu*, *xo*, *pq* & *rs*, coupant obliquement ces mêmes portions de Cylindre, ne peuvent être qu'au dessous de leur surface dans des plans verticaux, dont les sections sont des Ellipses, qui ont pour cordes ces mêmes côtez, suposant, les quatre premiers côtez à la surface de chacune de ces portions de Cylindre. Fig 28.

AINSI le racordement d'un plat-fond octogone ne peut se faire, que par le moyen d'une bordure saillante au dessous de la doële dans les côtez, qui la coupent obliquement, ou pour mieux dire, il ne peut point être racordé avec la Voute.

Voute à doubles Arêtes rachetant un Plat-Fond Quarré, ou en Lozange.

SOIT ABDE, le plan horisontal de la Voute d'arête, dont les quatre naissances sont aux angles A, B, D, E; ayant tiré les diagonales d'un de ces angles à l'autre & les lignes du milieu *c*N, CL, qui s'entre-couperont aussi bien que les Diagonales au milieu M, on déterminera la demie largeur ou longueur du plat-fond sur une de ces lignes MG ou Fig. 28.

MF ; & par ces points G & F, on tirera des paralleles aux diagonales MA, ME, qui donneront les points K & I, à leur interfection avec les lignes de milieu CL, cN, & par conféquent tout le Rhumbe FGIK, du plat-fond.

Par les mêmes points F, G, I, K, on tirera aux angles des naiffances les lignes GA, FA ; FE, KE ; KD, DI, &c. qui feront les projections horifontales des arêtes de la Voute, dont il faut tracer les cintres ; fupofant, qu'on fe détermine à faire fur AB, le cintre primitif en demi-cercle AHB, on le divifera à l'ordinaire en fes Vouffoirs 1, 2, 3, 4, 5, 6, d'où l'on abaiffera des aplombs fur AB, qu'on prolongera jufqu'à ce qu'ils rencontrent la premiere arête AG aux points q^1, q^2, q^3, par lefquels on menera des paralleles à la diagonale EM, qui rencontreront l'arête fuivante AF aux points r^1, r^2, r^3, par ceux-ci on menera des paralleles au côté AB, prolongées indéfiniment aude-là de AE, qu'elles couperont aux points f^1, f^2, f^3.

Sur ces indéfinies on portera aude-là de AE, les hauteurs correfpondantes des retombées du cintre primitif, comme $p\,1$ en $f1\,1^f$, p^2 en $f2\,2^f$, $p3$ en $f^3\,3^f$, & par les points 1^f, 2^f, 3^f, &c. on tracera l'arc Elliptique AbE, qui fera le cintre du petit côté.

Il faut préfentement chercher les cintres des Arêtes, dont AG & AF, font les projections ; on portera la longueur AG fur AB en Ag, & AF en AR fur AE, de même que toutes leurs divifions Aq & Ar, en AQ & AR, defquelles on élevera des perpendiculaires, qu'on fera égales aux correfpondantes du cintre primitif $p1$, $p2$, & l'on aura pour le cintre de l'arête AG, l'arc elliptique AxX, & pour l'arêté AF, l'arc AyY.

La projection horifontale des joins de lit, & les cintres des côtez, & des arêtes de la Voute étant donnez, les Vouffoirs fe feront dans chacune de fes parties de la même maniere qu'aux Voutes d'arêtes fimples, dont nous avons parlé fans aucune difference, ce qu'il eft inutile d'expliquer plus au long.

Pour donner une idée de la figure de cette Voute, nous en avons deffiné une moitié en Perfpective à la figure 27, où nous avons marqué les angles des mêmes lettres qu'au plan horifontal, & aux élevations de la fig. 28.

Voute à doubles Arêtes rachetant un Plat-Fond Circulaire, ou un Cu-de-Four.

Il semble par les Descriptions que l'on nous fait de la Voute de la fameuse Eglise de S. Paul de Londres, qu'elle est de l'espece dont il s'agit ici, quoique exécutée en Charpente, telle que nous en avons dessiné une moitié à la figure 29; quoiqu'il en soit, il est certain que si elle n'est pas tout-à-fait semblable à celle dont nous allons donner le Trait, elle a pû l'être sans inconvenient de solidité, ni de difformité; & de plus être bâtie en pierre de taille jusqu'au plat-fond. *Fig. 29.*

Soit ABDE (figure 30) le plan horisontal d'une travée ou partie de la nef, comprise entre deux pilastres, laquelle est effectivement dans la proportion de celles de St. Paul, suivant le plan que j'en ai. *Fig. 30.*

Soit aussi le cercle FGJK, de grandeur prise à volonté pour le plat-fond du milieu. On tirera comme à la Voute à doubles arêtes, les projections AG, AF, EF, EK, DK, DI, &c. & le plan horisontal sera tracé.

Presentement, il faut considerer qu'on peut faire cette Voute de deux manieres, l'une qu'on pourroit nommer à *triples Arêtes*, qui seroit composée de surfaces régulieres, l'autre dont les pandantifs du milieu seront des portions de Sphéroïdes irréguliers.

Pour la premiere, ayant tiré la corde FG, on fera premierement le pandantif AFG, de la même maniere qu'à la Voute précédente de la figure 28, où il est une portion de Berceau régulier cylindrique.

Ensuite on y ajoutera la lunette, dont F*m*G est le cintre; ainsi ayant divisé la corde AG en M, & ayant formé le cintre du milieu de ce pandantif sur AM, comme on a formé ceux des arêtes AG & AF. On mettra ce cintre à part, comme *a* TM'; puis ayant tiré la droite *m'* M', parallele à *a m'*, & égale à *m*M du plan horisontal, on menera (par le Prob. 3, du deuxiéme Livre, la tangente T *m'*, qui sera l'ébrasement supérieur de la lunette au milieu, & suivant ce profil, on achevera son Trait de la maniere qu'il a été dit ci-devant pour celui des lunettes Droites ou biaises, la seule difference qu'il y a ici ne consistant, que dans la position, parce que dans le Trait cité, c'est un Berceau horisontal qui en pénétre un autre de même situation; ici c'est un vertical, qui en pénetre un horisontal; ainsi prenant la ligne *m'* M', pour une horisontale, on retombera dans le même cas.

La seconde maniere, qui fait le pandantif d'une surface irréguliere, devroit être renvoyée au Chapitre où nous traitons de la rencontre de ces surfaces, si les côtez des arêtes n'étoient pas donnez; mais puisqu'ils le sont, la rencontre des surfaces est connuë & réguliere.

Premierement, ce pandantif pourroit être une portion triangulaire d'une Sphère réguliere, si les cintres des arêtes n'étoient pas déterminez en portion d'Ellipses, par la suite nécessaire du cintre primitif AHB, & par la hauteur égale aussi donnée au cintre du Formerêt AbE; car faisant un arc de cercle sur chacun des rayons donnez AG & AF des Courbes des cintres des arêtes, on auroit un tirangle Sphérique, dont le troisiéme côté seroit F m G; mais il arriveroit que les cintres de l'arc doubleau AB & du formerêt AE, ne seroient pas d'une seule Courbe en demi-Ellipse; mais un composez de deux arcs, qui feroient un angle à la clef comme les Voutes Gothiques; parce que les plans verticaux passans par les arrêtes AG & AF, ne sont pas tangens au cercle FGIK en G & en F, puisqu'ils ne sont pas perpendiculaires aux rayons du plat-fond, par conséquent la section de la Sphère par AF ne sera pas un arc de 90 dégrez, non plus que AG, qui sera d'un nombre de dégrez plus grand que AF, parce que l'angle AGK aproche plus du droit que AFI.

Il ne reste donc de moyen de racorder toutes ces portions de berceaux avec le plat-fond, que de former le pandantif du milieu en surface Sphéroïde irréguliere.

Ayant trouvé les projections des divisions des joins de lit aux arêtes, comme dans la Voute précédente (fig.28.) aux points q & r, on prendra les distances du centre C' du plat-fond aux points q, & q^2 de l'arête AG la plus éloignée, & portant les pointes du Compas ouvert de cet intervale successivement aux points q & r, de ces deux points pour centres, on fera des sections en z, ou seront les centres des arcs $q\,n\,r$, &c. qui seront les projections des joins de lit du pandantif du milieu, & qui serviront à tracer autant d'arcs que l'on voudra entre les deux arêtes AG, AF: nous n'en donnerons qu'un vers le milieu, pour exemple, en z, dont l'arc est $q^2\,n^2\,r$.

Du point A au point m, pris à volonté sur l'arc F m G, on menera une ligne qui coupera les arcs transversaux $q\,r$, $q\,r$, aux points n, n; on portera ensuite sur AB les longueurs A n^2, A, n', A m, en AN^2, AN^2, AN^3, AQ pour élever sur ces points N^2 N^3 Q, des perpendiculaires égales aux correspondantes du ceintre primitif $p2$ $p3$, CH, puis par les points 1, 2, 3, on menera des horisontales qui couperont ces perpendiculaires aux points x_1 x^2 x^3 V, par lesquels on tirera

28.

27.

29.

30.



la Courbe du ceintre, dont A *m* eſt la projection, ainſi des autres lignes de ſections qu'on pourroit tirer par d'autres points, par exemple A *d*.

Les projections des joins de lit, & les profils des aplombs étant donnez, cette Voute ſe tracera ſur la pierre, comme les Voutes d'arêtes ſimples, ayant ſeulement égard aux differences des angles, qui ſeront mixtes lorſque les Vouſſoirs ſeront achevez; mais qu'on peut ébaucher en prenant les cordes des arcs, comme s'ils étoient rectilignes; la conformité de cette Voute avec la précédente nous diſpenſe d'entrer dans un plus grand détail, qui ne ſeroit qu'une répetition de ce qui vient d'être dit, obſervant ſeulement qu'à celle-là, la doële étant cylindrique, peut ſe faire à la régle, & celle-ci étant à double Courbure ne peut ſe creuſer qu'avec pluſieurs cerches, comme toutes les ſurfeces concaves irrégulieres, ſuivant ce que nous avons dit au commencement du quatriéme Livre.

De la Terminaiſon d'un Berceau, qui en pénetre un autre d'inégale hauteur.

En termes de l'Art,

Lunette Droite ou biaiſe de niveau dans un Berceau de Niveau.

On apelle *Lunette* la rencontre de deux berceaux, dont l'arête d'enfourchement fait un contour, qui enferme un eſpace ſemblable à celui *Pl.* 73. du croiſſant, de la Lune * d'où elle tire ſon nom; ce qui n'arrive que *Fig.* 28. lorſqu'un des Berceaux eſt moins élevé que l'autre, parce que lorſqu'ils ſont tous deux de même hauteur depuis l'impoſte, cette rencontre fait deux courbes planes, qui ſe croiſent en angle ſaillant, au lieu que la Lunette fait une Courbe à double Courbure continuë, ſans interruption d'aucun angle; cependant on aplique quelquefois ce nom aux parties des voutes d'arêtes, mais improprement.

Soit (fig. 30[2]) le parallelograme ABDE le plan horiſontal d'un Berceau A *m*B, & FGIK, celui d'un autre Berceau de moindre hauteur, qui le pénetre obliquement, ou ſi l'on veut perpendiculairement comme *i f g k* de l'autre côté, ce qui fait une Lunette *Biaiſe* ou *Droite*; nous nous attacherons au Trait de la biaiſe, parce qu'il comprend celui de la Droite. *Fig.* 30. 2

On menera par un point K, pris à volonté sur un côté KG, une perpendiculaire à ce côté, laquelle rencontre l'oposé FI prolongé en L.

Sur KL, comme diametre; on fera un demi-cercle KHL, qui sera l'Arc-Droit de la Lunette, & le cintre primitif, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera des paralleles à la direction des piédroits FI ou GK, prolongées indéfiniment de part & d'autre des divisions, qui couperont le diametre de l'arc Droit LK, aux points p^1 p^2 p^3 p^4, & les projections des rencontres des joins du grand Berceau A*m*B, en des points que l'on va chercher.

Ayant fait B*b*, perpendiculaire sur AB, on y portera les hauteurs des retombées du cintre KHL de la Lunette, sçavoir 1 p^1 en Bf^1, 2 p^2 en B f^2, & la hauteur du milieu CH en B*b*; par les points *b* f^2 f^1, on menera des paralleles à AB, qui couperont le cintre du grand Berceau A*m*B, aux points *s*, *y*, *x*, desquels on abaissera des perpendiculaires, qui rencontreront les projections des divisions du Berceau, qui fait Lunette aux point x^1, y^3, S, y^3, x^4, que l'on cherche; on menera par ces points des lignes droites F x^1, y^2 y^2 y^3, x^4, x^4 G, qui donneront les terminaisons des doëles plates des deux Berceaux. Nous ne faisons pas mention du milieu S, parce qu'il est hors de la doële plate de la clef.

Il faut présentement chercher l'étenduë de ses doëles plates, qui sont reserrées par la projection dans l'une & l'autre Voute; ce qui se fait par le developement.

Premiérement, pour former les panneaux de doële plate du petit Berceau, qui fait dans le grand cette échancrure, qu'on apelle *Lunette*, on menera à part une ligne $K^d L^d$ (fig. 29²) ou bien si la place le permet, on prolongera le diametre KL, de l'arc-droit indéfiniment vers L^d, sur laquelle ligne prolongée, ayant pris un point K^d, à volonté, on portera de suite toutes le cordes des divisions de l'arc-Droit L 1, 1 2, 2 3, 3 4, , 4 K en L^d, d^1 d^2 d^3, &c. par où on menera des perpendiculaires à la directrice L^d K^d, prolongées indéfiniment, sur lesquelles on portera successivement les distances horisontales du diametre KL, aux lignes KI ou GF, prises sur les projections des joins de lit $p^1 q^1$, p^2 q^2, &c. pour avoir les points I^d, q^1 q^2 q^3, &c. de la fig. 29², ce qui donnera le biais des têtes du côté de l'entrée de la Lunette.

Pour avoir l'autre tête de chaque panneau à l'enfourchement, on prendra les longueurs ou distances horisontales du diametre KL, aux points x^1, y^2, y^3, x^4, qu'on portera sur les perpendiculaires à la di-

rectrice L^dK^d, pour avoir les points F^d, 1^d, 2^d, 3^d, 4^d, G^d, par lesquels on menera des lignes droites de l'un à l'autre, qui donneront le biais demandé à l'arête d'enfourchement.

SI au lieu de ces lignes droites, on en tire une courbe $G^d a 4^d b 3^d c$, &c. on aura le dévelopement de l'arête à double Courbure de l'enfourchement, qui est dans ce cas celui de l'Ellipsimbre, suposant que les cordes prises à l'arc-droit soient si petites & en si grand nombre, qu'elles ne different pas sensiblement de l'arc droit, laquelle Courbe de dévelopement pourroit servir à tracer cette arête, sur la doële du petit Berceau creusée en cylindre, si l'on faisoit les panneaux sur une matiere flexible, comme du carton, du fer-blanc, des lames de plomb, &c.

ON a pû remarquer que dans ce dévelopement de la fig. 29^2, on a pris la partie du Berceau biais, comprise dans l'épaisseur du mur FIKG, qu'on pouvoit omettre, parce que ne s'agissant ici que de la Lunette, il suffisoit seulement de la partie FGSF.

L'EXEMPLE de cette Lunette biaise servira aussi pour la Lunette Droite *fhg*, dont le Trait étant moins composé, sera par conséquent beaucoup plus facile, parce que le cercle *fhg* est non seulement le ceintre de l'arc-Droit, mais aussi celui de la face de la Lunette sur le parement du mur; ce qui n'est pas de même à la Lunette biaise, où ce ceintre est different de l'arc Droit LHK.

IL sera facile de tracer ce ceintre elliptique par le Probleme VIII. du deuxiéme Livre.

Secondement, pour faire le dévelopement des panneaux de doële plate de la partie de la grande Voute, dans laquelle la Lunette fait une échancrure.

ON menera par tous les points trouvez F, x, y, y^3, x^4, G, de la projection de la Lunette des perpendiculaires à la direction BD, en dedans ou en dehors du Berceau, comme à la fig. 30^3, prolongées indéfiniment, ausquelles on menera à distance prise à volonté une perpendiculaire $F^e G^e$, qui les coupera aux points $x^e y^e$, Y^e, X^e; cette ligne représentera la naissance de la Voute ABDE, dans la partie FG de son imposte BD, si la Lunette prend sa naissance sur la même imposte; mais si elle la prennoit plus haut comme en TV, il faudroit qu'elle fût au-dessus de B, de la longueur de l'arc BT rectifié; ainsi en ce cas la ligne de l'imposte du grand Berceau devroit être plus bas en $f^e g^e$.

SUPOSANT F^e, pour le point de la naissance, on portera la corde Bx en $F^e x^d$, & ensuite la corde xy du même profil, en $x^d y^d$, & par

les points $x^d y^x$, on menera des paralleles à $F^o G^o$, qui donneront par leurs interſections avec les lignes, provenant de la projection de la Lunette, tous les points du dévelopement qu'on veut faire ; la plus haute paſſant par y^d, donnera les deux points $y^2 y^3$, communs à la doële plate de la clef & des aſſiſes collaterales ; la plus baſe $x^d x^4$, donnera les points $x^1 x^4$, des lits de deſſus des premiers vouſſoirs, & de deſſous des ſeconds, par les interſections des lignes $x\ x^o$, & $x_4 X^o$, comme le montre la figure 30³.

PAR le moyen de ce dévelopement, on a les angles des têtes des doëles plates du grand Berceau, qui aboutiſſent à celles de la Lunette, par exemple, $x^d x^1 F^o$, pour le premier qui doit ſe joindre à la tête $F^d 1^d$, du premier panneau de doële plate de la figure 29², ainſi des autres de ſuite, comme l'angle $y^d y^2 x^1$, pour la tête de la ſeconde doële plate du Berceau, qui doit ſe joindre à la tête du ſecond panneau de la Lunette $1^d 2^d$, de la fig. 29².

ON remarquera que nous ne parlons ici que des têtes des doëles plates, qui ne ſont jamais que des lignes droites, parce que ſi l'on prenoit les dévelopemens de l'arête à double Courbure des deux doëles du Berceau, & de la Lunette, on ne pourroit faire joindre ces deux Courbes que dans l'envelopement qu'on en pourroit faire par des panneaux flexibles inutiles à la pratique, comme on le reconnoîtra par l'aplication du Trait ſur la Pierre.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Fig. 31. AYANT dreſſé un parement pour ſervir de lit horiſontal de ſupoſition ; on prendra le biveau de l'angle que forme la direction du joint de lit de la Lunette, avec celui de la voute pris au plan horiſontal ; par exemple, ſupoſant qu'on veuille faire le ſecond Vouſſoir vers B, on prendra l'angle $p^1 x^1 1^o$, avec une ſauterelle ou la fauſſe équerre, & on l'apliquera ſur le lit fait, enſuite avec le biveau de la doële de la lunette, & de l'horiſon $o\ 1^o 2$, on abattra la pierre le long de la ligne $p^1 x^1$, ſur laquelle on tiendra toujours ſes branches à l'équerre ; ainſi on formera une ſurface, ſur laquelle on apliquera le panneau de doële $1^d 2^d q^2 q^d$, dont on tracera le contour de la tête & le reſte, s'il en eſt beſoin.

ENSUITE on prendra le biveau de la doële, & de l'horiſon de la Voute au même lit $f^1 x y$, avec lequel on abattra la pierre ſuivant la ligne $x^1 1^o$, auſſi quarriment ſur cette ligne, d'où reſultera une ſeconde ſurface, qui fera avec la premiere une arête ſaillante, qu'on dirigera en

en apliquant ſur la ſurface de la lunette, le panneau de doële plate de la voute $x^d x^1 y^2 y^d$, poſant ſur cette arête le côté $x^1 y^2$, & $x^d x^1$, ſur l'arête du lit horiſontal, & l'on tracera le contour de ce panneau du moins pour le lit de deſſus $y^d y^2$, parce que le côté $y^d x^d$ peut être plus avancé ou plus reculé, ſuivant la longueur de la pierre, & de la liaiſon qu'elle doit faire.

Les doëles plates étant tracées, on abattra la pierre avec les biveaux de lit & de doële, pris à l'arc - Droit à l'ordinaire ſur chaque Berceau, comme L 1' 5, pour le lit de deſſus à la lunette au premier Vouſſoir 5' 1' 2, pour le lit de deſſous du ſecond, 1' 2' 6, pour celui de deſſus du même, &c.

De même pour la branche du Vouſſoir qui entre dans la voute, on abattra les lits avec le biveau Qxy, pour le lit de deſſous, & uyx pour celui de deſſus. La rencontre de ces lits formera un angle, & une arête ſaillante au lit de deſſus, & un angle rentrant à celui de deſſous, comme aux Voutes d'arêtes dont nous avons parlé:

A l'égard des têtes, on les abattra toujours quarrément ſur le lit horiſontal avant que de former les lits.

Toutes les ſurfaces planes, qui comprennent le Vouſſoir étant finies, il ne s'agira plus que de creuſer la doële ſuivant la cherche de de l'arc de la Voute qui convient, par exemple, pour la branche qui entre dans la lunette, on la formera ſur l'arc 1' 2, & pour celle de la Voute ſur l'arc xy, & le Vouſſoir ſera achevé.

REMARQUE.

Il eſt bon de faire attention à cette maniere d'apliquer ce Trait ſur la pierre, parce qu'elle eſt le modele de notre Méthode, de tailler tous les enfourchemens, dont on aura les panneaux de doële plate des deux branches du Vouſſoir; c'eſt pourquoi nous renverrons ſouvent le Lecteur à la lunette Droite ou biaiſe pour l'Aplication du Trait.

Explication Démonſtrative.

Puisque l'arête d'enfourchement de la lunette, dont il eſt queſtion, eſt une Courbe à double Courbure, elle ne peut jamais être exprimée par une ligne droite; cependant comme on peut inſcrire des priſmes dans chacune des Voutes cylindriques qui ſe rencontrent, les interſections de leurs angles ſe feront dans des points communs à cette ligne Courbe, & les lignes d'interſection de chacun des plans des priſmes

pourront être considerées, comme des especes de cordes des arêtes. Je dis des especes de cordes, parce que les cordes, proprement dites, sont des Soutendantes des arcs des Courbes planes; quoiqu'il en soit, en creusant ces prismes en creux cylindriques, cette Courbe à double Courbure se forme d'elle-même, par la rencontre des deux segmens cylindriques.

Presentement, si l'on considere le grand Berceau A m B, comme un prisme, on verra par la construction que la figure 31^2, en est un dévelopement depuis le point S, où se termine le sommet du petit Berceau, qui le pénetre jusqu'au point B, où est l'imposte, qu'on peut suposer commune aux deux Berceau, si le petit prend sa naissance à même hauteur; ainsi le polygone $F^e\, x^1\, y^2\, y^3\, x^4\, G^e$, sera le trou que le petit prisme fait dans le grand par sa penetration, & si par ses angles on trace à la main une ligne courbe, elle représentera l'arête d'intersection de deux cylindres: il est aussi visible par notre construction que la fig. 29^2, est le dévelopement exact du petit prisme compris entre un mur aplomb & la surface du grand, & qu'en inscrivant toutes les lignes $1^d\, q^1\, q^2\, q^3$, $q^4\, K^d$, dans un demi-cercle KHL, d'où elles sont tirées, elles se rangeront toutes sur une même surface plane, quoique dans le dévelopement, elles soient rangées en ligne courbe; parce que nous avons montré au troisiéme Livre, page 330 & 331, que le dévelopement d'un cercle sur un cylindre scalene, étoit une Courbe de cette espece.

Il n'est pas moins clair, que la terminaison des surfaces du petit prisme à celle du grand a été bien trouvée, parce qu'ayant suposé sa direction horisontale, les projections des divisions de ces surfaces, qui sont celles, des angles des plans, leur seront paralleles, par conséquent égales en longueur; il n'en est pas de même de leur largeur, qui est inclinée à l'horison inégalement dans chacune.

D'ou il suit, que si l'on tire une ligne courbe par les points trouvez de ce dévelopement $F^d\, 2^d\, G^d$, on aura celui de la Courbe à double Courbure sur la doële du petit Berceau; laquelle étant pliée se rejoindra avec la précedente $F^e\, y^2\, G^e$, pliée sur le grand, quoique leur difference paroisse très grande; ce qui est cependant évident, puisque chacune représente l'arête commune aux deux Berceaux.

A l'égard de la justesse de l'Aplication du Trait, pour trouver l'inclinaison des doëles plates; il est clair qu'elle est très simple & très exacte en ce qu'elle raporte differentes inclinaisons au plan horisontal, qui est toujours constant, & commune à leurs naissances.

D'ou il ſuit, que les inclinaiſons des lits ſont auſſi déterminées; puiſqu'elles dépendent de celles des doëles ; & parce que cette Méthode donne les deux points des angles de leur tête, & une ligne de leur côté, qui eſt le joint de lit, il eſt évident, que toute leur ſurface eſt donnée, par conſéquent, que ſuivant cette Méthode on peut ſe paſſer de faire les panneaux de lit, qui ſont indiſpenſables ſuivant celle des Auteurs ; ainſi elle a un grand avantage ſur l'ancienne.

De la Rencontre des Berceaux horiſontaux, avec les verticaux.

EXEMPLE

Porte Droite ou Biaiſe en Tour ronde, ou en Tour creuſe.

Comme il s'agit dans ce Trait de former des arêtes à double courbure ; il n'y a pas de moyen plus exact dans ſon Principe que celui de l'operation, qu'on apelle *par équarriſſement*, par laquelle on forme ces Courbes ſans en connoître autre choſe que leurs projections. Pl. 73. Fig. 32.

On peut auſſi exécuter ce Trait par panneaux, avec une exactitude ſuffiſante à la pratique, en paſſant par deſſus les difficultez Geometriques, qui s'y rencontrent, (dont quelques-unes ſont inſurmontables,) parce que la groſſiereté des ouvrages de la main ne peut atteindre à la perfection, où le raiſonnement voudroit les conduire.

Il me paroît cependant à propos d'expoſer ces difficultez, pour éclairer l'eſprit des Apareilleurs, & leur montrer à quel dégré de perfection ils peuvent operer par la voye des panneaux.

La premiere difficulté eſt celle de la rectification de la circonference du cercle, qu'il faut étendre en ligne droite dans cette partie de l'arc horiſontal de la Tour ronde ou creuſe, qui eſt compriſe entre les jambages de la Porte, & diviſer cet arc en même raiſon qu'il l'a été, lorſqu'il étoit Courbe, par les aplombs des diviſions des Vouſſoirs du ceintre de face de la Porte, tracé ſur une ſurface plane tangente à la Tour.

Cette difficulté qui eſt comme l'on ſçait, Geometriquement inſurmontable, ne tire à aucune conſéquence pour la pratique, où il ſuffit de prendre de ſuite pluſieurs petites cordes, qui different peu des arcs,

& les ranger sur une ligne droite, ou si l'on veut méchaniquement prendre le contour courbe avec un fil qu'on déploye.

La seconde difficulté consiste dans la Description de la Courbe formée par la circonference du cintre primitif déployé sur une surface plane, par le moyen des ordonnées du cercle, élevées perpendiculairement sur les abscisses, dont les raports changent à chaque division, suivant que l'arc déployé s'écartoit, ou se raprochoit du parallelisme du diametre d'un cintre tangent à la Tour; laquelle Courbe ne peut être décrite qu'à la main, ou avec une regle pliante apuyée sur plusieurs points trouvez.

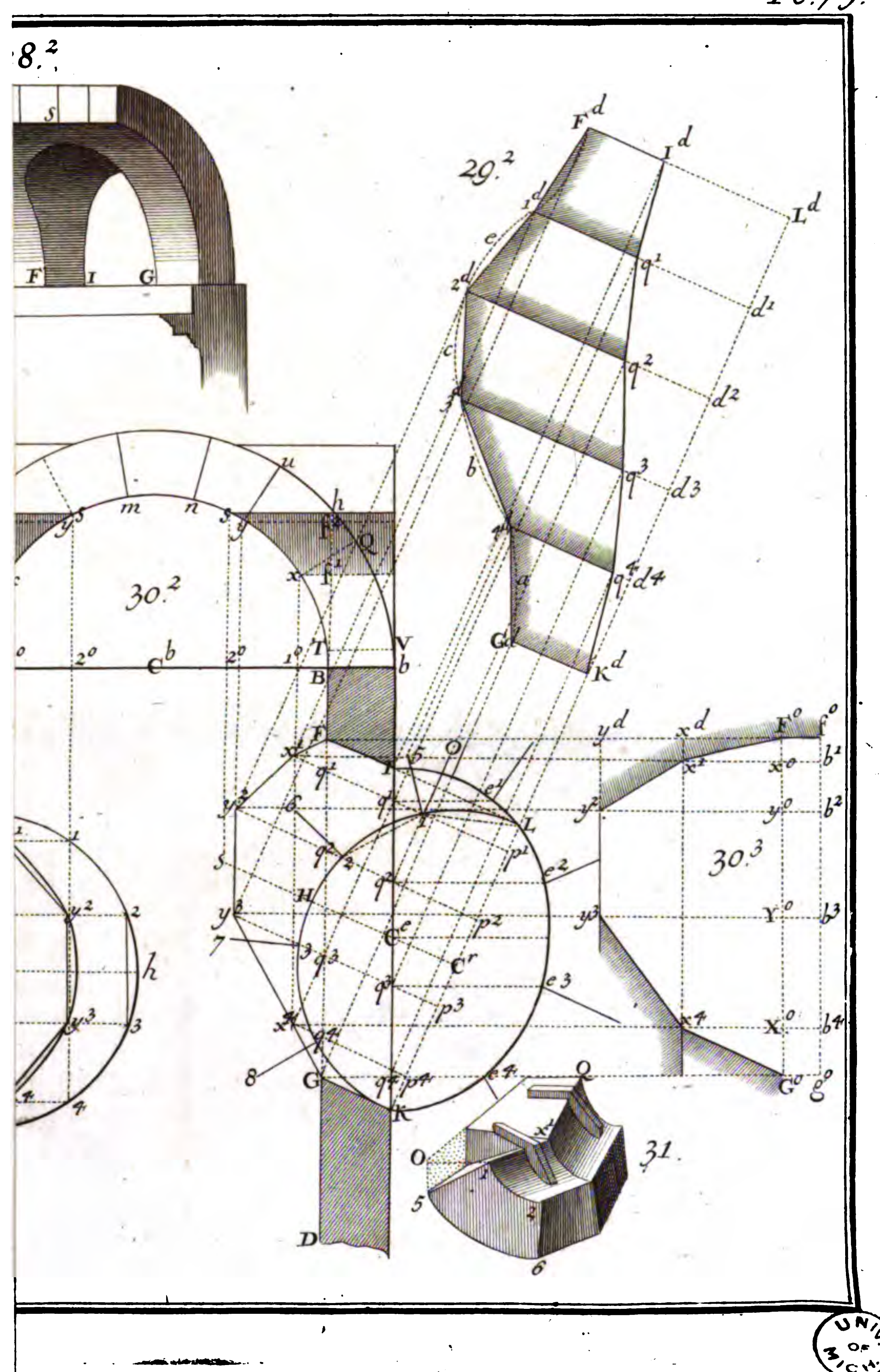
La troisiéme difficulté consiste dans la Courbure, qu'il faut donner aux têtes des panneaux de lit & de doële plate; laquelle n'est pas circulaire comme les Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres, le supposent par leur operation des *trois points perdus*; mais elliptique, dans les Tours sans talud, parce que les cordes des arcs de ces têtes sont dans un plan incliné à l'axe du cylindre *de bout*, qui est la Tour concave ou convexe.

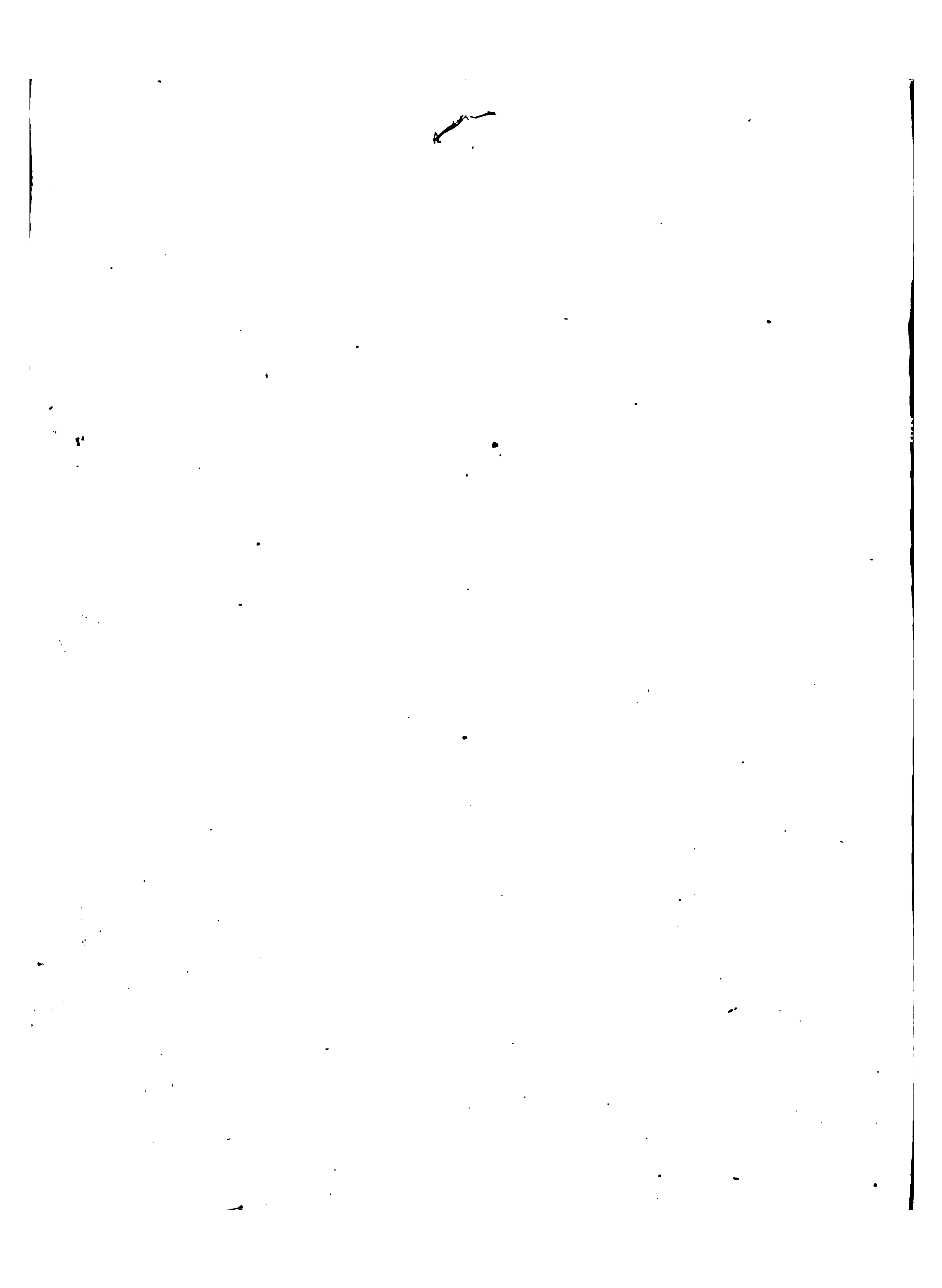
J'ai dit dans les Tours sans talud, parce que dans celles qui en ont, cette Courbe devient souvent un arc de Parobole ou d'Hyperbole, la Tour étant alors un Cône tronqué, qui peut être coupé par les plans des lits, suivant l'inclinaison qui forme ces Courbes.

Quant à la Courbe de l'arête, que forme la rencontre de la doële de la Porte, avec le parement creux ou rond de la Tour, elle ne peut être une section conique, parce qu'elle est à double Courbure, sçavoir, un *Cicloïmbre*, lorsque la porte est Droite & en plein cintre, & un Ellipsimbre dans les autres cas, comme il a été démontré au sixiéme Chap. du premier Liv.

La connoissance de ces choses étant présuposée, on va donner les moyens d'exécuter ce Trait. Soit (Pl. 73 fig. 33) une portion de Tour,
Pl. 73. qui sera apellée *Ronde*, si on supose sa face BATO en dehors, & *Creuse*,
Fig. 33. si elle est vûë par dedans en FGDE, dans laquelle nous suposerons deux bayes de Portes, dont l'une comme BA est *Droite*, en ce que ses piédroits BF, AG, font paralleles à la direction d'une ligne du milieu C*m*, qui passe par le centre C de la Tour, & le milieu *m* de la corde BA, qu'elle coupe perpendiculairement.

Fig. 37. L'autre (fig. 37,) dont la direction du milieu KL est oblique sur la corde BA, en sorte qu'elle ne passe pas par le centre, sera apellée biaise.





PREMIER CAS.

De la Porte Droite en Tour ronde ou creuse.

On commencera par se déterminer aux choix du cintre primitif, qu'on peut prendre à l'arc-Droit, ou à l'arc de face courbe; il est plus commode de choisir ce premier, parce qu'il peut être décrit sur une surface plane, & que le second ne le peut être que par le dévelopement; cependant si l'on veut affecter une parfaite égalité dans les têtes des Voussoirs, on ne le peut en choisissant l'arc-Droit pour cintre primitif, parce qu'il en résulte des divisions un peu inégales sur les têtes de la face, qui se rétrecissent depuis les impostes jusqu'à la clef; la raison est que les arcs horisontaux de la Tour aprochent d'autant plus du parallelisme de l'Arc-Droit, qu'ils s'éloignent des naissances de droite & de gauche, comme on le voit à la figure 33, où l'arc $X^4 X^3$ est plus grand à l'égard de la droite *t d'*, que l'arc X^3 *n* ne l'est à l'égard de *d r*. Cette raison fait que les Architectes choisissent souvent le cintre de face courbe pour primitif, & alors ils apellent le Trait. *Porte Droite en Tour Ronde, ou Creuse par têtes égales.*

Premiere Disposition, où l'Arc-Droit est pris pour Cintre Primitif.

Sur la corde BA, largeur de la Porte, ou sur une parallele & égale *b a*, comme diametre pris entre les piédroits FB & GA prolongez, on tracera le cintre circulaire ou elliptique, & l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles aux piédroits, ou ce qui est la même chose à sa direction C'*c*, qui passe par le centre C' de la Tour, & par celui du cintre *c*; lesquelles couperont l'arc convexe B*c*A aux points X^4, X^3, &c. & le concave aux points 4" 3", &c.

On en usera de même pour le cintre de l'extrados EHD", & l'on aura par ce moyen les intersections de toutes ces paralleles avec les acrs horisontaux de la Tour, concaves en dedans, & convexes au dehors, lesquelles donneront les moyens de former les panneaux de lit, & les courbes de leurs joins de tête concaves & convexes, en quoi consiste principalement la difficulté de ce Trait, où le reste de la construction ne differe en rien de celle des Berceaux ordinaires.

On peut même se passer de chercher ces Courbes de joins de tête, si l'on veut tailler chaque voussoir comme s'il étoit portion d'un Berceau Droit circonscrit à la portion de Tour, que comprend la doële

de la Porte avec son extrados, comme nous allons le dire, ce qui abrege beaucoup l'operation.

1° Par l'Equarrissement.

Fig. 35. Soit (figure 35,) un second Voussoir au dessus de l'imposte, comme celui marqué 4° 3° 7° 8° de la figure 33, dont la projection horisontale est le Parallelograme kp^3 V 8'; supposant ce Voussoir fait comme une portion de Berceau-Droit à la doële 4° 3, & au lit 4° 8° au lieu de tailler l'extrados suivant la Courbe 8° 7, on lui fera un parement comme pour un lit de niveau, suivant la ligne N a', à l'équerre sur un parement aplomb 3 N, comme il est représenté à la fig. 35, en abgN.

Fig. 35.

On levera ensuite sur l'épure un panneau du triangle mixte 9 kX³, que l'on posera sur le lit horisontal de la figure 35 en cgN, posant le point 9 en c, le point k sur g, & le point X³ en N.

On levera de même du côté du creux un panneau mixte 8' 3" V, qu'on apliquera sur le même lit horisontal en dedans, posant le point 8' sur le point b, le point V sur a, & le point 3" sur x de la fig. 35.

Les contours de ces deux panneaux étant tracez sur le lit ag, de la figure 35, on abattra la pierre à l'équerre sur le lit, suivant les arcs tracez, pour former au dehors la surface convexe NC 8° 4, & au dedans la concave oposée; après quoi avec le biveau mixte de doële, & de coupe du lit de dessus, posé quarrément sur l'arête, passant par le point 3, on abattra la pierre pour former le lit de dessus, & le Voussoir sera achevé.

Je n'ai pas parlé des lignes xi, c8, qu'il faut tracer sur les paremens aplomb bl & a 3, pour bien conduire les arêtes, qui doivent s'y former; pour peu qu'on ait d'habitude de couper du Trait, on sçait qu'il faut se donner pour guides, le plus de lignes que l'on peut; c'est pourquoi l'on voit qu'il faut tracer sur le parement aplomb a 3, une ligne xi paralleles à ab, pour marquer la premiere arête de préparation, quoiqu'il faille ensuite l'enlever pour la coupe id, 3°.8, de même sur l'autre parement aplomb bl, une ligne c8 parallele à gl, qu'il faudra encore enlever, s'il faut former l'extrados 8° 7.

Il est visible que par la formation de ces deux surfaces circulaires concaves & conveves, on donne aux joins de tête 3° 7, 4° 8, une Courbure elliptique sans la connoître, parce qu'on forme des cylindres,

que les lits plans, paſſant par ces joins de tête, coupent obliquement; & que ſi l'on enleve enſuite la partie cylindrique mixte 7 C 8, il ſe formera ſur les contours circulaires 3' 4 & 7' 8, des Courbes à double Courbure, qui ſeront de cette eſpece, que nous avons apellé Cicloïmbre, & qui ſeroient des Ellipſimbres, ſi ces arcs 3' 7, 7' 8, étoient des portions de cintres ſurhauſſez ou ſurbaiſſez; ainſi on forme des Courbes exactement, telles, qu'elles doivent être ſans les connoître; cette maniere d'exécuter la Porte en Tour ronde ou creuſe, n'a d'autre inconvenient, qu'un peu de perte de pierre, & ſouvent point, lorſque l'on fait les lits de niveau ſur l'extrados, comme on le voit dans l'apareil de la fig. 32.

Seconde Diſpoſition, où le Cintre Primitif eſt pris à la face Courbe, Ronde ou Creuſe, pour former des Têtes égales.

Il eſt viſible que la difference du diametre BA, de l'Arc-Droit de la Porte en Tour ronde ou creuſe, avec le diametre courbe, pris ſur la face en BMA, conſiſtant dans le raport de la corde BA à l'arc B *c* A, elle ſera d'autant plus grande que la Tour ſera petite, ſupoſant une ouverture de Baye conſtante; par conſéquent les inégalitez qui réſultent à la diviſion de la face convexe ou concave, en prenant l'arc-droit pour cintre primitif, ſont plus ou moins conſiderables, ſuivant le raport du diametre de la Porte à celui de la Tour; ainſi lorſque la Porte ouvre une fort petite partie de la circonference de la Tour, ces inégalitez devienent ſi peu ſenſibles qu'elles peuvent être negligées.

Supoſant donc, qu'on veuille affecter de faire les têtes des Vouſſoirs parfaitement égales, on rectifiera l'arc horiſontal de la Tour BMA, en l'étendant en ligne droite ſur la tangente, ou ſur une ligne qui lui ſoit parallele comme ED; cette rectification donnera un diametre $b^d\, a^d$ plus grand que la corde BA, ou ſon égale $b\, a$; ſur ce diametre on formera le cintre primitif en demi-cercle $b^d\, h\, a^d$, ou en demi Ellipſe, ſi l'on veut; on le diviſera, à l'ordinaire en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaiſſera des perpendiculaires ſur le diametre, qui donneront les projections de ces diviſions.

Pour former l'arc-Droit, qui doit provenir de ce cintre primitif de dévelopement, il faut replier les parties de ſon diametre ſur l'arc horiſontal de la Tour BMA, en commençant au milieu, portant la longueur droite $c\, p^2$ de M en n, p^2 P de n en q^1, il reſtera par conſéquent q^1 A égal à P a^d; par les points trouvez n, q^1, A, & leurs correſpondans

de l'autre côté de M en B, on menera des paralleles indéfinies à la direction MCt, qui couperont l'arc concave FtG aux points t & i, & sa corde FG en o o, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées $2p^z$, 1 P, cb en $o2^r$, o 1^r, O b^r & par les points G, 1^r, 2^r, b^r, &c. on décrira l'arc-droit surhaussé G b^r F que l'on cherche, dont on fera usage, comme pour toutes les autres Voutes en Berceau.

Il est visible que les divisions égales du cintre dévelopé, rendent celles de l'arc-Droit inégales.

On pourroit encore faire l'arc-Droit en plein cintre pour primitif, & le dévelopé surbaissé Secondaire, & ensuite reprendre le Secondaire pour primitif, dans les divisions des Voussoirs en parties égales, ce que le P. Deran met en question; sur quoi je puis dire en passant qu'il n'est pas scrupuleux dans son opération, où il transporte la Droite rectifiée sur l'arc de la Tour, par des arcs de cercle, prenant ainsi pour rayon d'un côté un arc de cercle, & de l'autre une ligne droite.

Il faut présentement former les panneaux de doële & de lit.

Nous avons fait usage des panneaux de doële plate, par-tout où les faces étoient des surfaces planes; mais ici à cause que les faces sont concaves & convexes, nous ne pouvons faire usage que de panneaux flexibles en dévelopement de la doële, parce que l'arête que fait la doële avec la tête est une courbe à double courbure, qui ne peut jamais être représentée par une ligne droite, & que la surface convexe que l'on doit faire, ne peut être ébauchée en plane, que par le moyen des tangentes, & non pas des cordes comme les concaves.

Fig. 34. Pour faire ce dévelopement, on tirera à part une ligne droite $f^d g^d$, fig. 34, qu'on fera égale à la circonference de l'arc-Droit F^r b^r G; de la fig. 33, puis de son milieu H, on portera de part & d'autre, la longueur de l'arc b^r 2^r en 2^d 3^d; ensuite l'arc 2^r 1^r en 2^d 1^d, 3^d 4^d, & par les points f^d, 4^d, 3^d, H, 2^d, 1^d, g^d, on menera des perpendiculaires à la droite f^d g_d indéfines; sur lesquelles on portera les avances de la Tour sur la corde FG, sçavoir, OL de la figure 33, en H l de la fig. 34; o t en 2^d t, o i en 1^d i, faisant de même de l'autre côté entre H & f^d, pour avoir la courbe ondée f^d l g^d, en dévelopement de l'arête concave.

Ensuite on prendra les avances de la doële convexe, dont on fera le même usage, portant OM en H b^d, on en 2^d N, oq^r en 1^d Q, & GA en g^d A^d, & par les points trouvez, qu'on peut multiplier autant que l'on voudra en subdivisant l'arc BM, on tirera la courbe ondée B^d b^d A^d, pour

pour l'arête convexe de la face extérieure avec la doële, & le dévelopement de la doële sera le quadriligne mixte $B^d g^d$.

POUR former les panneaux de lits on abaissera par les points de l'extrados 5, 6, 7, 8, des perpendiculaires sur son diametre ED, qui le couperont aux points p^x & $p s$, &c. & donneront pour projections dévelopées les lignes droites $p^2 p^x$ & $P p_s$, que l'on portera & repliera sur l'arc horisontal e Md, de la Tour en $n q$ & q^1 S.

PAR les points q & S on menera des perpendiculaires $q o$, $\int u$, aux projections de lits $n t$, & $q^1 i$; puis ayant divisé les lignes 1' 5; 2' 6 en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe du joint de tête, par exemple, en trois aux points a & a, on divisera aussi en même nombre de parties égales les lignes de la projection $o q$ & u S, aux points o & o, par lesquels on menera des paralleles $z o y$, $z o y$ aux projections des joins de lit $n t$, $q^1 i$, qui couperont l'arc convexe de la Tour en z & z, & l'arc concave en y & y.

CETTE préparation étant faite, on tracera à part (figure 36,) deux lignes à l'équerre Qi, 1' 5; on fera 1' 5 égale au joint de tête 1' 5, de la figure 33, avec ses divisions égales a, a, par lesquelles & par le point 5, on tirera des paralleles à Qi, sur lesquelles on portera en avant de la ligne 1' 5, les avances $u q^1$, $o z$ & $o z$, de la projection en 1 Q, $a z$ & $a z$, & par les points Q$z z$ 5, on tracera l'arc elliptique du joint de tête convexe, dont la projection est l'arc de cercle $q^1 z z$ S.

ON trouvera de même les points de la courbe du joint de tête concave, en portant sur les mêmes paralleles en dessous de la ligne 1' 5, les longueurs $o y$, $o y$, Sl de la projection de la fig. 33, en $a r$, $a r$, 5 l, de la fig. 36, & par les points i, r, r, l, on tracera la courbe du joint de tête concave, le quadriligne mixte Q 5 $l i$ sera le panneau de lit que l'on demande; ainsi de tous les autres, comme on voit celui du joint de tête 2' 6 tracé à la figure 33, en N z 6 X r T, & le suivant e 5 $l i$. Fig. 36.

Aplication du Trait sur la Pierre par Panneaux.

AYANT dressé un parement de grandeur convenable, on y tracera la doële plane par deux lignes paralleles éloignées de la distance de la corde de l'arc-Droit, par exemple, pour un second Voussoir, cet intervale sera la longueur de la corde 4^r, 3^r, de la figure 33; ensuite ayant levé la cerche de l'arc 4_r $f 3_r$, dont cette ligne est la corde, on creusera une doële cylindrique indécise vers les deux têtes, dans la-

quelle on apliquera le panneau flexible de carton coupé sur le dévelopement de la figure 34, en $4^v X^d$ T 4^d, lequel étant enfoncé dans la doële creuse, en sorte qu'il s'y aplique exactement, servira à determiner le contour des têtes qui étoient indéterminées.

On prendra ensuite le biveau mixte de lit & de doële de l'arc-droit $8^r 4^r f 3^r$, pour former le lit de dessous, & $4^r f 3^r 7^r$, pour celui de dessus, lesquels angles mixtes ne seront pas égaux, si l'arc-droit est elliptique.

Ayant abatu la pierre suivant ces biveaux pour former les lits, on y apliquera les panneaux qui leur conviennent, sçavoir, celui de la fig. 36, pour le lit de dessous, qui passe par le joint 4^r, & celui qui est marqué à la figure 33, en N 6 XT, pour le lit de dessus, qui passe par le joint 3 ou 2, & l'on tracera les contours courbes de ces panneaux qui donneront sur les lits plans, les traces des joins de tête, suivant lesquelles & celle de la doële creuse, qui a été tracée ci-devant, on pourra former la projection concave ou convexe de la Tour, qui est comprise entre ces trois lignes courbes, en abatant la pierre à vûë d'œil de l'une à l'autre.

Mais comme on pourroit manquer en quelques endroits, faute d'être suffisamment guidé; on prendra avec la fausse équerre un angle 4 W 7 d'une corde de la doële 4 W, avec un aplomb W 7, qu'on tracera sur la pierre, puis avec une cerche formée sur l'arc horisontal de la Tour, comme par exemple BM, on formera la tête du Voussoir en posant cette cerche perpendiculairement à la verticale 7 W, ou sa parallele 7 4, & la faisant couler dans cette situation sur cette ligne droite, l'apuyant sur les autres courbes de tête & de doële, ou de lit & de tête, l'operation sera exacte.

On voit par cette méthode que les panneaux de tête y sont inutiles, parce que ne pouvant être formez sur une matiere flexible propre à être apliquée que sur la surface cylindrique; il ne serviroient tout au plus qu'à verifier l'operation.

Cependant on pourroit s'en servir en commençant par former une tête cylindrique, & alors si on en faisoit deux, l'un pour la convexe, l'autre pour la concave, l'on pourroit se passer de panneau de doële dévelopée.

Mais il faut remarquer que ces panneaux de tête seroient longs à faire, parce que quand même le cintre de face auroit été fait sur une surface plane de dévelopement, les joins de tête $1^t 5$, $2^t 6$, &c. tirez en ligne droite à l'élévation, suivant l'usage ordinaire, seroient faux, en ce qu'ils ne donneroient pas dans l'envelopement du cylindre de la Tour

des têtes de lits en surface plane, prenant les choses à la rigueur, parce que le pliement d'une ligne droite sur une surface cylindrique, ne peut devenir un arc elliptique, que lorsque cette ligne est perpendiculaire à l'axe, ou au côté du cylindre, comme lorsque le cylindre est Droit sur une base elliptique; par-tout hors de ce cas, elle ne se pliera pas en arc d'Ellipse, ce qui est démontré au Probl. 7, du troisiéme Livre, où nous avons parlé du dévelopement des cercles ou ellipses, tracez à la surface des cylindres Droits & scalenes; ainsi pour faire les panneaux de tête avec précision, il faudroit tracer les joins de tête du dévelopement suivant les mêmes Principes, ce qui rendroit l'operation inutilement longue & embarrassante pour d'aussi petites parties que sont celles de chaque joint de tête.

Remarque sur l'Usage.

Il ne faut pas croire, que parce que la mode de faire des Tours soit presque passée, le Trait de la Porte en Tour ronde ou creuse soit devenu plus rare, il est encore très usuel; car quoiqu'on ne fasse plus gueres de Tours entieres, on fait très fréquemmment des portions de murs concaves & convexes.

Dans les Bâtimens civils, rien n'est plus ordinaire que les portions de Tour ronde & creuse.

Toutes les ouvertures des Dômes sont des Portes ou Fenêtres en Tour creuse par dedans, & ronde par dehors; telles sont aussi les Fenêtres d'une partie de l'Orangerie de Versailles, qui sont des modeles d'un bel Apareil; celles que l'on fait dans les *Fers à Cheval* des grandes entrées, & en une infinité d'autres rencontres.

Porte Biaise en Tour ronde, ou creuse.

L'irregularite' de la direction du milieu d'une Porte biaise à l'égard de la Tour, consiste en ce qu'elle ne passe pas par le centre de la Tour, si elle est circulaire, ou qu'elle n'est pas perpendiculaire à la tangente à ce milieu, si la Tour est elliptique, ce qui met quelque difference entre ce Trait & le précedent, en ce que la courbe de l'arête de face avec la doële, qui étoit réguliere de part & d'autre de la clef, en Cicloïmbre, ou en Ellipsimbre, devient une Ellipsimbre plus serrée d'un côté que de l'autre, si l'on prend l'arc-Droit pour cintre primitif; ce qui devroit donner l'exclusion à cet arc, lorsque l'entrée de la Porte occupe un grand arc de la Tour, parce qu'elle n'est pas agréable à la vûë; & si l'on fait l'arc de face régulier, l'arc-Droit devient à son tour négal de part & d'autre de la clef.

Fig. 37. Soit (fig. 37,) le quadriligne mixte ABDE, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter; on se déterminera au choix du cintre primitif, qu'on peut prendre en trois differens endroits.

1°. Sur la corde AB, ou ce qui est la même chose sur une ligne A' B', tangente au milieu *m* de l'arc B *m* A de la Tour, & égale à cette corde, à peu près comme nous avons fait ci-devant à la figure 33, en prennant l'arc-Droit pour cintre primitif, lequel arc-Droit est ici different, parce que la corde AB n'étant pas parallele à la ligne ER, perpendiculaire à la direction du milieu *m*K, elle ne lui est pas égale, mais plus courte; d'où il résulte que si le cintre sur AB est circulaire, l'arc-Droit sur ER sera surhaussé.

2°. Comme le choix de la corde AB pour diametre du cintre primitif, cause quelques inégalités de division dans les têtes des Voussoirs à la face par la même raison que nous avons donné au cas précedent, on peut prendre le cintre primitif sur le dévelopement de l'arc A *m* B, par exemple, sur la ligne A' B', suposée égale à son contour rectifié, & operer comme il a été dit au cas précedent; mais alors le contour intérieur de la doële deviendra irrégulier, parce que la ligne menée par le milieu *m* de l'arc BA, parallelement à la direction des piédroits BD, AE, ne coupe pas la perpendiculaire RE à son milieu *c*, mais plus bas en *x*; de sorte que la clef de l'arc-Droit R *b* E, ne peut être au milieu *b*, mais au point K correspondant à la projection *m*, du milieu de la face; ce qui rend l'arc-droit couché en façon de rampant.

3°. Enfin si l'on a plus d'attention à la régulatité de la doële intérieure qu'à celle de la face d'entrée, on peut choisir l'arc-Droit pour cintre primitif, & operer comme il a été dit au cas précedent; alors faisant *b* I parallele & égale à RE, & touchante à l'arc horisontal de la Tour en T, on reconnoîtra facilement l'irrégularité que ce choix cause au cintre secondaire de face dévelopée *b f a*, en ce que les parties qui sont peu differentes du cintre primitif *b f* I vers l'imposte *b*, deviennent grandes de plus en plus, à mesure qu'elles aprochent de l'imposte oposée en *a*.

Cependant c'est la seule construction que propose Mr. de la Ruë & la premiere du P. Deran.

Le cintre de face, l'arc-Droit & la projection des joins de lit étant donnez, il sera facile d'en faire usage pour tracer les Voussoirs, comme nous l'avons dit pour la Porte Droite en Tour ronde, soit par la voye de l'équarrissement, soit par celle des panneaux flexibles, formez sur le dévelopement de la doële, n'y ayant aucune difference que cel-

le de l'irrégularité, c'eſt-à-dire de l'inégalité des panneaux des parties correſpondantes de chaque côté de la clef, leſquelles étoient égales entr'elles à la Porte Droite.

Explication Démonſtrative.

ON a vû par les Theoremes 18 & 20, du premier Livre, que l'arête de rencontre des ſurfaces de la Tour & de la doële de la Porte, eſt toujours une courbe à double courbure, tant dans le cas de la Porte Droite, que celui de la biaiſe; dans le premier cette Courbe eſt un Cicloïmbre, ſi l'arc-Droit de la Porte eſt en plein cintre; il ſera une Ellipſimbre, ſi elle eſt ſurbaiſſée, & que la direction de ſon milieu rencontre l'axe de la Tour, auquel cas les parties correſpondantes aux côtez de la clef ſont uniformes; mais dans la porte biaiſe, où cette direction du milieu ne rencontre pas l'axe de la Tour, cette même courbe eſt inégale dans les parties équidiſtantes de la clef, ce qui a été démontré au Theor. 20 cité.

ON a vû auſſi dans les Problemes 37 & 38, du ſecond Livre, que pour tracer ces ſortes de courbes; il falloit en trouver les ordonnées, & les aranger ſur une des deux ſurfaces courbes, par conſéquent de quelque maniere qu'on s'y prenne, il faut toujours commencer par former une de ces deux ſurfaces cylindriques, ou la convexe de la Tour ronde, ou la concave de la doële, & comme la doële eſt términée à deux ſurfaces cylindriques, lorſque la Porte perce la Tour, ſçavoir, à la convexe du dehors & à la concave du dedans, il eſt viſible qu'il convient mieux de commencer par former la partie cylindrique du Berceau de la Porte, de quelque méthode qu'on ſe ſerve, d'équarriſſement, ou de panneaux.

Nous avons propoſé dans les autres Voutes des panneaux de doële plate, même à celles dont les arêtes de rencontre ſont à double courbures & les doëles concaves; mais comme il s'agit ici de celles d'une ſurface concave de doële avec une convexe de face de la Tour, on n'y a pas le même avantage; c'eſt pourquoi nous propoſons des panneaux de dévelopement d'une des ſurfaces cylindriques, qui donnent autant de points que l'on veut de cette arête, au lieu que la doële plate n'en donne que deux, qui ſont ceux des extrêmitez du joint de tête.

QUELQUES ouvriers, comme Maître Blanchard, dans ſon *Trait de la coupe des Bois*, ſupoſent dans leur pratique une ſection plane verticale, de laquelle comme terme, il avancent des lignes droites, qui déterminent par leurs longueurs pluſieurs points de l'arête à double Courbure; voici comme il opere au Chap. XIV.

Apres avoir formé le creux cylindrique de la doële, suivant le Trait de l'épure ; il y aplique une régle pliante, suivant laquelle il trace un arc qui tient en quelque façon lieu de corde à l'arête à double courbure, au-delà duquel il porte en avant les saillies de cette courbe, prises sur la projection; cette méthode est bonne; mais elle est moins prompte, & d'une exécution moins correcte, que celle des panneaux flexibles, sur lesquels il est plus facile de tracer par des points trouvez le dévelopement de l'arête, que sur une surface creuse, où on ne peut la tracer qu'à la main mal apuyée, & plus mal guidée.

Il faut remarquer que quoique la Tour soit cylindrique circulaire, & d'épaisseur par-tout égale, les courbes du dévelopement des arêtes de la doële convexe en dehors, & concave au dedans, ne sont ni égales ni paralleles entr'elles, parce que les arcs AB & FG de la Porte Droite, ne sont pas semblables, c'est-à-dire, d'un même nombre de dégrez, ce qui est visible, en ce que les piédroits AG & BF prolongez, ne tendent pas au centre de la Tour, si on les supose paralleles entr'eux, par conséquent ils ne comprennent pas des parties proportionelles du cercle intérieur FG, & de l'extérieur BA concentrique; la chose est encore plus sensible à la Porte biaise, pour les arcs BA & DE.

DEUXIEME CAS.

De la Rencontre des Berceaux inclinez, avec les verticaux.

En termes de l'Art,

Descente Droite, ou biaise en Tour ronde, ou creuse.

On peut faire differentes dispositions pour ce Trait, à l'égard du *Plan de Rampe*, passant par les impostes, car si on les fait de niveau entr'elles à l'arc-Droit, ce plan sera perpendiculaire au vertical, passant par l'axe de la Descente, & si elles ne sont pas telles, il lui sera incliné.

Premiere Disposition, où le Plan de rampe est perpendiculaire au vertical de direction. si la descente est Droite, c'est-à-dire, que l'axe de la Voute rencontre celui de la Tour, alors les impostes de l'arc de face seront de niveau entr'elles, aussi bien que celles de l'arc-Droit; mais si la descente est biaise, c'est-à-dire, que son axe ne rencontre pas celui de la Tour, l'arc de face devient rampant, une imposte étant plus

haute que l'autre; quoique l'arc-Droit reste de niveau, comme l'on voit à la fig. 38, dans l'un & l'autre cas le Trait sera le même pour la construction, à la réserve que celui de la descente droite est plus simple, en ce que les côtez de la clef de l'arc de face sont uniformes; c'est pourquoi nous choisissons pour exemple celui de la Porte biaise. Pl. 75. Fig. 38.

Soit le quadriligne mixte AMBDNE, (fig. 39,) le plan horisontal de la baye d'une descente en tour ronde, dont le centre est en C. Fig. 39.

On se déterminera au choix du cintre primitif, comme nous l'avons dit ci-devant de la Porte en Tour ronde ou creuse, où nous avons choisi celui de face dévelopée; ici pour varieté d'exemple nous choisirons l'arc-Droit du plan horisontal, c'est-à-dire, un cintre perpendiculaire à la direction horisontale de la Voute, qui n'est pas l'arc-Droit de la descente, en ce qu'il n'est pas perpendiculaire au plan de la descente, lequel est incliné à l'horison.

Ayant prolongé les piédroits DB, EA, on leur tirera une perpendiculaire FG, qui les coupera en F & G; sur FG comme diametre, on décrira un demi-cercle G b F, ou une demi-Ellipse, si l'on veut, pour cintre primitif de face, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, desquels on abaissera des perpendiculaires, qu'on prolongera indéfiniment au dedans de la Tour.

Ensuite par le point E, on élevera sur AE, une perpendiculaire ER, qui coupera BD prolongée en R, la ligne BR sera prise pour base du profil de la rampe, ou une autre qui lui soit parallele, plus haut ou plus bas.

Sur cette base on fera l'angle BRP, égale à celui de la rampe avec l'horison, dont on terminera le côté RP, par la rencontre de la tangente TP, qui est une perpendiculaire au rayon C T, tiré par le point C parallelement à DB.

Par le point P on menera Pa, parallelle à RB, & égale à cF, demi-diametre du cintre primitif; avec Pa comme rayon, on décrira le quart de cercle a b^f, sur lequel on portera les divisions de la moitié du cintre F b G en 1^f, 2^f, b^f, par où on menera $1^f i$, 2^fK, parallele à P a, qui couperont TP prolongé au point i & k, d'où on menera les paralleles à RP marquées i I, kK, $b^f s$; lesquelles seront les projections verticales des joins de lits, servans pour les deux côtez de la Voute depuis la clef à l'imposte; de sorte que ces lignes doivent être considerées comme doubles en quelques parties.

Presentement, pour trouver les projections des cintres extérieur &

intérieur, qui déterminent les longueurs de ces joins de lit, il faut tirer par tous les points, où leurs projections horisontales coupent les arcs AMB, END de la Tour, des perpendiculaires à leur direction; ainsi par les points A 1' 2', M 3', 4' B, on elevera des perpendiculaires, qu'on terminera à l'interfection des lignes du profil, qui représentent les mêmes lits que celles du plan horisontal, comme A *a*, pour l'imposte, qui se terminera en *a* à l'interfection de RP, I' *a'*, qui se terminera à la ligne I*i*, au point *a'*, profil du premier joint, passant par *i*, ensuite 2' *a²*, qui se terminera à la ligne K *k*, profil du second joint en *a²*, ainsi des autres; & par les points *a*, *a'*, *a²*, *bf*, *a³*, qui devroient être auprès de *k*, *a4* auprès de *i* & *b*, on tracera une courbe, qui sera le profil en projection verticale de l'arc de face.

On trouvera de la même maniere le profil de l'arc intérieur R*e1* *e²* *bn* *e³* *e4* *d*, l'espace compris entre ces deux courbes, détermine la longueur inclinée des joins de lit & des doëles, & pour faire les panneaux de doële plate, & de doële dévelopée, si l'on veut.

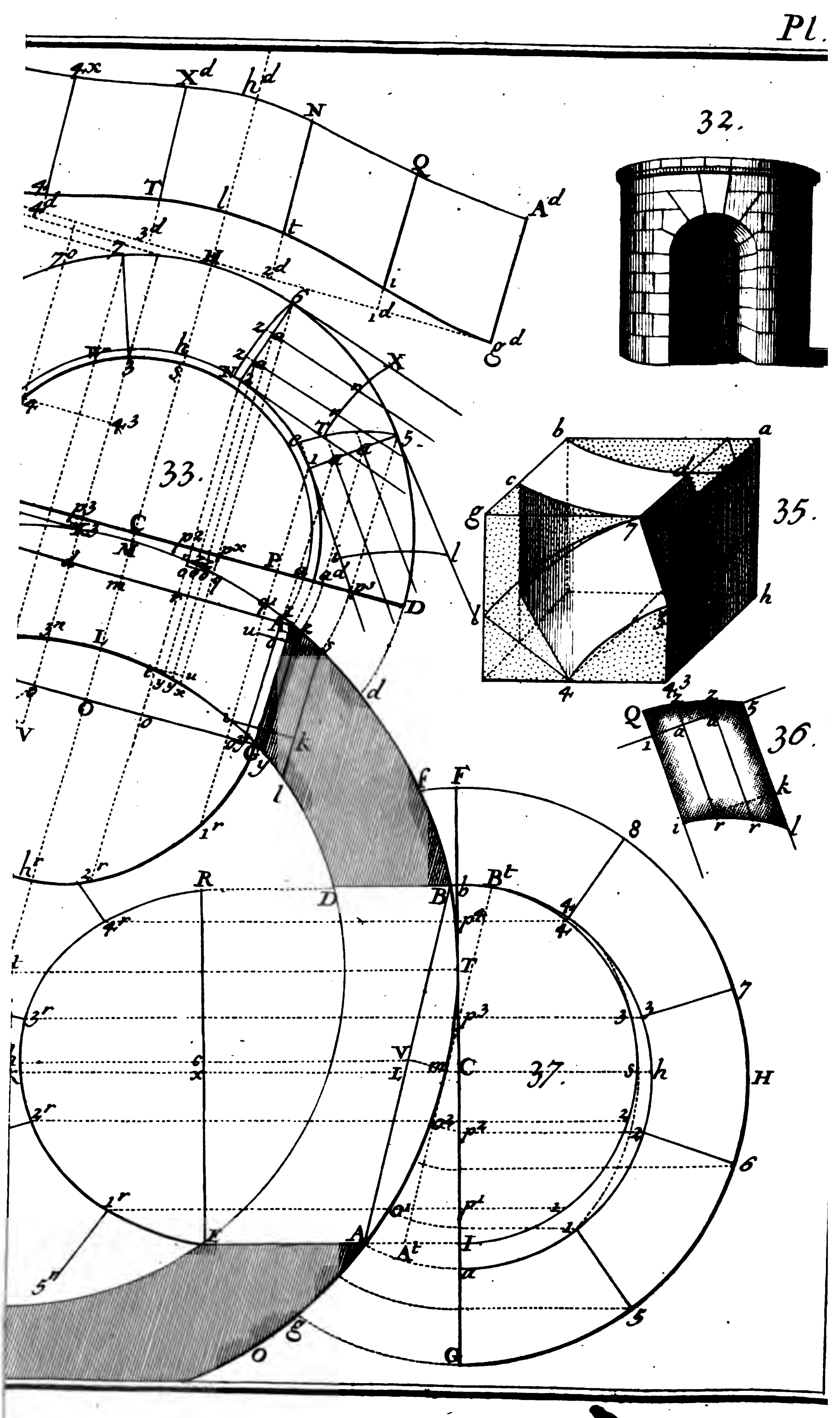
Enfin on formera l'arc-Droit RSE, avec les perpendiculaires à la rampe RP, comprises entre les projections verticales des lits, sçavoir, RI, RK, RS*f*, faisant *q* 1ʳ, *q*4ʳ, égales à RI, *q* 2ʳ, *q* 3ʳ, égales à RK, &c.

Dévelopement de la Doële.

Fig. 39. *Fig.* 42. Si l'on veut faire des panneaux de doële plate, on étendra sur une ligne droite E*d*R*d* (fig. 42) les cordes de l'arc-Droit (de la fig. 39.)

Et si l'on veut faire des panneaux de doële creuse sur des matieres flexibles, comme il convient, on rectifiera le contour de la demi-Ellipse ESB, avec toutes ses divisions 1ʳ, 2ʳ, 3ʳ, 4ʳ, qu'on transportera sur la droite R*d* E*d*.

Ensuite ayant élevé des perpendiculaires sur chacune de ces divisions rectifiées, on y portera les longueurs des avances, qui leur conviennent, prises au profil, & non pas au plan horisontal, comme nous avons fait pour la *Porte en Tour ronde* de niveau, à cause que la descente n'est pas parallele à ce plan, & ces longueurs se mesureront depuis la ligne RS*f*, qui est le profil de l'arc-Droit; ainsi pour joint de lit de l'imposte, on prendra R *d*, qu'on portera en E*d*, A*d*, de la figure 42, pour le dehors convexe; ensuite pour le premier joint de lit au dessus, on portera la longueur I *a'* pour le dehors en 1ʳ *a'*, & I *e'* pour le dedans en 1ʳ *e'*, de même pour le second lit K *a²* & K *e²* pour le milieu *fs* *bf* en *fr* *br*, puis en redescendant au profil, on prendra K *a³* & K *e³*,


Pl.
32.
33.
35.
36.
37.

K e^3, I a^4, 1 e^4, R b & R d, qu'on portera, à la fig. 42, en $3^r\ a^3$, $3^r\ e^3$, $4^r\ a^4$, $4^r\ e^4$, $R^d\ B^d$, & $R^d\ d^d$.

Si l'on vouloit faire des panneaux de joint, on le pourroit par la même méthode, que nous avons donné pour la Porte ronde de niveau, car ce sont toujours des portions d'Ellipses, un peu plus ou moins concaves ou convexes, dont il suffira dans la pratique de trouver un point ou deux au milieu du joint de tête; ainsi prenant pour exemple celui qui est marqué 2.6, on prendra à volonté un point *m* vers son milieu, on abaissera des points *m* & 6, des perpendiculaires paralleles à 2 *p*, lesquelles couperont les arcs AB & ED, du plan horisontal de la Tour en des points *u*, *v*, d'où on tirera des perpendiculaires aux précédentes, qui couperont la ligne de rampe RP, en des points *x*, *x*, au dessus desquels on portera les hauteurs *om*, *o* 6 en *xy* & XY, la ligne courbe *y* Y e^2, sera le profil du joint de tête concave; on tracera de même la convexe, qui servira à trouver la courbe de la tête du joint, en prenant pour ligne de direction le joint de tête 2.6, au lieu de ff T, que donne le pronfil, parce que ff T est racourcie par la projection; ainsi portant sur la directrice du dévelopement $R^d\ E^d$ (fig. 42,) la longueur 2^r T, égale à 2^r 6 de l'élevation, & tirant les ordonnées *t* Y, T *y*, égales à celles du profil, on aura les points e^2, Y *y* pour l'arc concave de la tête du joint de lit, le convexe oposé $a^2\ b$, se trouvera de même.

On peut s'épargner cette peine en formant la tête par voye d'équarrissement, comme nous allons l'expliquer.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement, par exemple pour un second voussoir 1.2, on y tracera deux paralleles à la distance de la corde de l'arc-droit 1.2^r, puis avec la cerche convexe de l'arc-droit $1^r\ n\ 2^r$, on creusera la doële quarrément au parement, & à ces deux paralleles qui seront les arêtes des joins de lit & de doële.

On apliquera ensuite dans cette surface concave cylindrique le panneau du dévelopement, fait sur une matiere flexible $e^1\ e^2$, $a^2\ a^1$, de la fig. 42, pour tracer le contour des têtes courbes $a^2\ a^1$, $e^2\ e^1$.

Ensuite prenant le biveau mixte de doële & de lit qui convient, $1^r\ 2^r\ b$, pour le lit de dessus, $2^r\ 1^r$ 8, pour celui de dessous, on abattra la pierre pour former les surfaces planes de ces lits, sur lesquelles on apliquera les panneaux de lit, si on les a fait, ou qu'on terminera par équarrissement, comme il suit.

On tirera sur l'épure une horisontale 2' 5, sur la tête du Voussoir, & on lui menera du point 1 une perpendiculaire 1 z, puis prenant le biveau 2' 1 z, on posera quarrément une de ses branches sur les arêtes de la doële, & l'autre donnera une ligne sur la tête, qu'on dirigera avec le biveau de la rampe & de la tête RP k, dont on posera une branche sur l'arête du joint de doële & de lit de dessous, & l'autre qu'on fera joindre à la branche du biveau de doële & d'aplomb 2' 1 z; on abattra la pierre suivant ces deux biveaux pour avoir une cizelure 1 z 9 sur la tête, à laquelle on fera une perpendiculaire 2' 5, qu'on creusera avec la cerche concave de l'arc de la Tour AM, posée quarrément sur la ligne 1' 9, & sur les points donnez 5' 2, ou ce qui est le même a^2, du profil qui a été déterminé par le panneau de doële, & le point trouvé z; ainsi faisant couler cette cerche parallelement à elle-même sur la ligne 1' 9, on fera la surface convexe de la Tour, en abattant la pierre à la régle sur les repaires, qu'aura donné la cerche, & l'on formera ainsi les têtes elliptiques des lits, sans en avoir cherché la courbure.

On en usera de même pour la surface concave du Voussoir au dedans de la Tour, avec cette difference, qu'il faudra poser les biveaux de doële & de tête, & de doële & d'aplomb, au lit de dessus qui avance le moins en dedans, au lieu qu'à la surface extérieure, on les posoit au lit de dessous qui avançoit le moins en dehors.

Explication Démonstrative.

Le cintre G*b*F étant supposé vertical, & perpendiculaire à la direction horisontale de la descente, sera égal à toutes les sections paralleles à GF, tangente de la Tour; ainsi il peut être consideré comme posé en ER, en A*g* & suivant toutes les paralleles qui passent par les points 1' 2' M, &c. 1" 2" N, &c. & toutes ces lignes seront les profils, ou projections verticales des sections égales à ce cintre, dont les diametres sont supposez rangez perpendiculairement sur la ligne de rampe RP, de sorte que suivant les régles de la projection, ils n'y sont représentez que par des points, comme R, *d*, *a*, *b*, &c. ainsi toutes les hauteurs des aplombs du cintre primitif pour chaque joint de lit, ont dû être portées sur les verticales, au dessus de la ligne de rampe RP; ce qui a été fait en menant des paralleles à la rampe par les hauteurs $1^f 2^f b^f$, du quart de cercle *a* b^f, lequel doit être supposé tourné & posé perpendiculairement au plan du papier sur son rayon P b^f.

Or parce que l'arc-Droit doit être perpendiculaire au plan de la rampe, on a tiré RT perpendiculaire à RP, laquelle est coupée pro-

portionellement par toutes les paralleles à la ligne de rampe, qui expriment la hauteur des joins; ainsi cette ligne est la projection verticale de toutes les hauteurs des divisions de l'arc-Droit, sur son diametre ER.

Quant à l'opération de l'équarrissement pour former la surface courbe de la tête des Voussoirs, il est clair que la ligne 1' 9 étant verticale, sera dans le même plan que le joint de lit, qui passe par le point 1; par conséquent que l'angle du joint de lit avec celui de tête est égal à celui de rampe; de même l'angle de la doële 2' 1 2, est dans un plan vertical, qui peut être consideré dans sa projection en L 1', dans la doële quarrément aux joins de lit 1" 1' & 2" 2', par conséquent il sera perpendiculaire au précédent, dont l'intersection sera la ligne 1' 9, ce qu'il falloit faire pour avoir une ligne, à la surface du cydre, qui fût parallele à son axe, pour pouvoir y poser perpendiculairement une cerche de l'arc horisontal de la Tour, lequel est donné au *Plan*, par le moyen duquel on peut former la tête du Voussoir, & les sections elliptiques de ses lits, par la même méthode qu'on forme toutes les surfaces cylindriques concaves ou convexes, en faisant couler une régle parallelement à l'axe sur deux arcs donnez.

Seconde Disposition des Descentes en Tour ronde ou creuse, où le Cintre Primitif est de Niveau, & l'Arc-Droit rampant.

Dans la précédente disposition nous avons formé le cintre primitif sur une section verticale, perpendiculaire à la direction horisontale du Berceau en descente, d'où il suit qu'elle étoit aussi perpendiculaire au plan vertical, passant par l'axe du berceau, soit qu'il fût Droit ou biais; lorsque le berceau étoit Droit ses impostes étoient de niveau, dans les points respectifs, quoique en descente suivant la direction; mais lorsqu'il étoit biais, elles étoient à differentes hauteurs, & celles de l'Arc-Droit de niveau: ici nous prenons ce cintre dans un plan vertical parallele à la corde AB de l'arc BCA de la Tour, qui est comprise entre les piédroits de la descente; lorsque le berceau est Droit *Fig* 41. cette disposition retombe dans la précédente; mais lorsqu'il est biais, il en résulte que les impostes de la descente sont toujours de niveau, considerées parallelement à cette corde, quoiqu'inclinées suivant la descente.

Il en résulte aussi qu'on peut même faire les têtes égales, si au lieu d'une section du Berceau, on dévelope sa face sur la Tour B c A en

la rectifiant sur une ligne droite GF, comme nous avons dit pour la Porte en Tour ronde par *têtes égales*.

Enfin il en résulte, comme aux descentes biaises à faces planes, que les impostes de la face étant de niveau, celles de l'arc-Droit deviennent rampantes.

Fig. 40. & 41. Soit (fig. 41.) la corde AB de l'arc A *c* B; par le point *c*, milieu de cet arc, on tirera GF parallele à AB, qui sera terminée aux points G & F, par l'intersection des piédroits DB, EA prolongez.

Sur GF comme diametre, on décrira un demi-cercle G *h* F, ou si l'on veut une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée pour cintre primitif, lequel étant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera sur son diametre des perpendiculaires, qui le couperont aux points *p*, *p*, par lesquels on menera des paralleles à la direction de la Voute, c'est-à-dire, aux piédroits DB, EA, qui couperont la surface extérieure aux points 1^r 2^r 3^r 4^r, & l'intérieure aux points n^1 n^2 n^3 n^4.

Par tous ces points on élevera des perpendiculaires, qui couperont les côtez du plan de la rampe R *b a e*, qu'on tracera au profil, comme nous l'avons dit des descentes ordinaires, au Probl. XII. du Tome précédent.

La ligne de rampe R *b*, étant donnée avec sa base horisontale RB, on menera par le point *c* milieu de l'arc AB, une verticale *c b r*, qui coupera l'horisontale menée par le point *b*, sommet de la ligne de rampe donnée, au point *o*, au-dessus duquel on portera les hauteurs des divisions du cintre primitif P 1, *p* 2, *c h* en a^4, a^3, b^r, par où on menera des paralleles à l'arc RB, a^4 a^1, a^3 a^2, lesquelles seront terminées de part & d'autre par l'intersection des verticales, provenant des points qui leur correspondent à la projection horisontale; par exemple l'horisontale *o a*, sera terminée en *b* & *a*, par les lignes A *a* & B *b*, provenant des points A & B; de même l'horisontale a_1 a^4, par les lignes 1^r 4_r, provenant des points 1 & 4; l'horisontale a^2a^3, sera terminée par les lignes 2_r 3_r, provenant des points 2 & 3, & par tous les points a_1, a^2, a^3, a^4, on menera des paralleles à la ligne de rampe R *b*, lesquelles couperont les lignes verticales, provenant des points E, n^1, n^2, n^3, n^4, aux points *e* e^1, e^2, n^r, e^3, e^4, *d*, par lesquels on tracera une courbe, qui sera la projection verticale de l'arc de face intérieure, comme la courbe *a* a^1 a_2 b^r a^3 a^4 *b*, est celle de la face extérieure: les lignes rampantes qui sont dans l'intervale de ces deux Courbes, donnent les longueurs des joins de lits, qui sont représentez au plan horisontal par

des lignes trop courtes EA, n^1 1^r, n^2 2^r, Nc, &c. à cauſe de l'inclinaiſon de la Voute.

Il ne reſte plus à préſent qu'à former l'arc-Droit qui doit être rampant, parce que la deſcente eſt biaiſe, & que le diametre de l'arc de face eſt de niveau.

Par le point R, ou tout autre de la ligne Rb, on menera une ligne RS, perpendiculaire à Rb, laquelle R$ſ$ coupera toutes les paralleles à la ligne de rampe en des points g, 4, 1, 3, 2, S, qui feront les hauteurs des diviſions du cintre de l'arc-droit ; mais avant que d'en faire uſage, il faut trouver le diametre incliné de cet arc rampant.

Sur AE prolongée on portera la longueur Rg de E en α, & l'on tirera R α qui ſera le diametre rampant de l'arc-Droit, & dans le même plan que ſa baſe horiſontale ER, ſur laquelle on portera ſucceſſivement toutes les longueurs des diviſions de la ligne RS, ſur les projections des joins de lit correſpondans; ainſi on portera ſur le premier 1^r q prolongé, la hauteur R 1 de q en 1^r, R 2 du profil en q 2^r, RS en QS, R 3 en q 3^r, R4 en q 4^r, & pour les points α, 1^r, 2^r, S, 3^r, 4^r, R, on tracera une demi-Ellipſe, qui ſera l'arc-droit demandé, qu'on pouvoit auſſi tracer par le Probl. VIII. du deuxiéme Livre, par les diametres conjuguez donnez αR & deux Sc, avec l'angle $ſc^r\alpha$.

Presentement, on a tout ce qui eſt néceſſaire pour former les panneaux.

1°. Ceux de doële ſeront formez à l'ordinaire avec les joins de lit, dont les longueurs ſont données au profil entre les deux courbes e n, d, $abſb$, leur intervale, ou diſtance perpendiculaire eſt auſſi donnée par les cordes de l'arc-droit, & l'obliquité de leurs angles ſe trouvera comme au premiere cas de ce Trait, par la diſtance de leurs ſommets, au profil de l'arc-Droit RS, portée ſur la directrice du dévelopement R^d P^d.

Pour les panneaux de lit, à cauſe de la courbure de leur tête, il faut faire comme à l'exemple précédent un extrados, & quelques diviſions, au moins une ſur le joint de tête, pour avoir la fleche de l'arc 2^t 6^r, qui eſt la projection horiſontale de ce joint, laquelle fleche donne celle de l'arc elliptique, qui eſt la tête du panneau de lit pour le dehors en ſaillie; il en eſt de même de la tête intérieure n_2 n^6, qui eſt ſeulement un peu plus longue & creuſe, au lieu que l'autre eſt convexe.

Les panneaux de doële & de lit étant donnez, ils ſerviront à for-

mer aussi la tête du Voussoir, de la maniere expliquée ci-devant pour la Porte en Tour ronde, & le premier cas de ce Trait pour la *Descente* en Tour ronde.

Explication Démonstrative.

Le diametre GF, du cintre primitif vertical étant parallele à AB, par la construction, & compris entre les paralleles DG, EF, ce cintre est égal à toutes les sections paralleles à AB; ainsi cette Voute est une moitié de cylindre scalene, dont la base a une double obliquité à l'égard de son axe; sçavoir une horisontale Q *c* F ou Q *c* G, & une verticale R *b* B, ou son suplément R *b bf*, en quoi ce cas differe du précédent, où le cintre primitif étant Droit sur la direction horisontale, le cylindre n'avoit qu'une obliquité à son axe, qui étoit la verticale; c'est pourquoi le plan passant par l'axe, & par le diametre GF du cintre primitif, est incliné au plan vertical, passant par cet axe, d'où il résulte que la projection verticale de ce plan n'est pas une seule ligne droite, comme RP dans le cas précédent; mais une figure mixtiligne *e a cf*, *b d nf*, composée des deux lignes droites *e a* & *b d*, qui sont les impostes de la Voute, & de deux arcs elliptiques *a cf b*, & *d nf e*, qui sont les sections de ce plan avec les surfaces intérieure & extérieure de la Tour, & parce que les arcs AB & ED, que retranchent les piédroits ne sont pas semblables, ces sections elliptiques ne le sont pas aussi; d'où vient que la corde *e d* de l'intérieure n'est pas parallele à la corde *a b*, de l'extérieure qui est de niveau.

Fig. 40. De là vient aussi que le cintre intérieur E *n* A est rampant, quoique le primitif A *n* B soit de niveau.

A l'égard de l'arc-Droit il est rampant, par la même raison que nous avons donné pour les descentes biaises des Voutes simples.

De la Rencontre des Berceaux inclinez à l'horison avec les horisontaux.

PROBLEME II.

Faire un Berceau en Descente, qui en rachette un autre de Niveau.

Cette rencontre peut se faire perpendiculairement, ou obliquement.

Premier Cas, *Lunette rampante, ou Descente Droite rachetant un Berceau de Niveau.*

On peut faire ce Trait de deux manieres, l'une en faisant simplement aboutir les Voussoirs de la Descente au Berceau de Niveau, sans y faire aucun enfourchement, comme fait le P. Deran, & après lui Mr. de la Ruë; ensorte que les lits de la Descente percent la doële de l'autre Berceau, qui est de niveau.

L'autre maniere que je préfere à celle de ces Auteurs, est de faire la rencontre des Berceaux en enfourchement par des Voussoirs à branches, comme nous l'avons dit ci-devant des Voutes d'arêtes & des Lunettes;

Ma raison est que l'Apareil en est plus solide & plus beau, en ce que dans la premiere méthode on coupe la doële du Berceau de niveau, par des joins de tête de la descente dans la doële du Berceau, qu'on peut éviter, & dont l'inégalité entr'eux est inévitable, parce que, suposant les lits de largeurs égales, il est clair que les sections de ceux des impostes avec cette doële donnent des lignes droites paralleles, à l'axe du Berceau de niveau, & qu'à mesure qu'ils s'inclinent en aprochant vers la clef de la descente, ils se courbent de plus en plus, & forment à cette doële un arc elliptique, qui devient aussi d'autant plus grand, que la clef de la descente aproche de la tangente T *t* de l'arc-Droit AHB, du Berceau de niveau, parallelement à l'axe B *c* de celui de la descente, & qu'au-de-là de cette tangente les joins de tête sont sans terminaison à la doële, parce que la tangente T *n* rentre dans l'épaisseur de la Voute A *n* Y; à quoi les Auteurs n'ont pas pourvû. PL. 76. Fig. 43.

Soit le rectangle AB *ba*, (fig. 43,) le plan horisontal du Berceau de niveau; EG*ge*, celui de la descente ou Lunette, & la ligne BL, le profil de son inclinaison à l'horison.

Sur AB, comme diametre, ayant décrit le cintre du Berceau de niveau circulaire ou elliptique.

On tracera sur G*g*, comme diametre, l'arc-Droit G *h'g* de la descente, soit qu'il soit primitif, par l'attention que l'on a premiérement à la surface de la doële, plûtôt qu'à celle de face; soit qu'il soit Secondaire, résultant d'un cintre de face primitif, comme pourroit être au profil le quart d'Ellipse *c h f'*, *parce que nous prendrons toujours dans la suite l'arc-Droit de la Descente pour cintre primitif*, pour éviter les redites touchant les raports des arcs de face de Descente, ou de montée avec

les arcs-Droits, dont nous avons traité au Probl. XII. des Descentes simples, du Tome précédent, où nous avons donné la maniere de le tracer relativement à toutes les situations des faces aplomb, en talud, biaises sans talud, ou avec talud, &c.

Soit donc le demi-cercle, ou la demi-Ellipse G $b^r g$, le cintre de l'Arc-Droit, divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des perpendiculaires à son diametre Gg, prolongées au de-là indéfiniment, qui le couperont aux points $t^1 t^2 t^3 t^4$.

Par un point c, pris à volonté sur le profil de la rampe BL, on lui tirera une perpendiculaire c IK, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées 1 t^1 en $c\, a^1$, & 2 t^2 en $c\, a^2$; enfin M b^r en c I, par les points I, a^2, a^1, on tirera des perpendiculaires indéfinies à cK, qui couperont l'arc-Droit AHB du Berceau de niveau, aux points 1ⁿ, 2ⁿ, F, & la ligne $b\,c$, de la face de la descente, que je supose aplomb ou en talud, (il n'importe) aux points u^1, u^2.

Presentement, nous avons differentes choses à faire, suivant la fin qu'on peut se proposer de tailler les Voussoirs par équarrissement, ou par panneaux & par enfourchement, comme les Voutes d'arêtes, ou par joins de têtes, traversans la doële du Berceau de niveau.

Si l'on veut faire la rencontre de ces deux Berceaux par enfourchement & par équarrissement, comme les Voutes d'arêtes, & les lunettes de Berceaux; il faut en faire la projection sur le plan horisontal AB$b\,a$, en menant par les points trouvez au profil 1^n, 2^n, des perpendiculaires sur AB, prolongées au dessous jusqu'à la rencontre des projections des joints de lit de la descente, qu'elles rencontreront aux points p^1, p^2, p^3, p^4, le *Gnomon*, c'est-à-dire la figure en forme d'équerre $q^1 p^1 t^1$ GEB, sera la projection du premier Voussoir, le Gnomon suivant $q^2 p^2 t^2 t^1 p^1 q^1$, sera celle du second Voussoir, celle de la clef sera en forme de T, Qq^r, q^1, p^3, N³ N² p^2 q^2, parce qu'elle est la moitié de la croix, qui est la forme de celle de la Voute d'arête.

Par le moyen de ces projections, on peut tailler les Voussoirs par équarrissement, comme ceux des Voutes d'arêtes, observant seulement de donner aux branches de la descente, l'inclinaison du biveau formé sur l'angle de rampe cBD.

Mais si l'on veut operer par panneaux de doële plate, cette projection est inutile; il faut faire le dévelopement de chacune des surfaces des berceaux qui se rencontrent, en particulier.

Pour

38.

40.

42.

POUR le Berceau de niveau, il faut rectifier l'arc du profil B 1ⁿ 2ⁿ, par ses cordes, que l'on portera sur le milieu de la projection de la descente M *m*, sçavoir la corde B 1ⁿ en ON, celle de l'arc 1ⁿ 2ⁿ en NQ, & par les points N & Q, on menera des paralleles à B *b*, qui couperont les projections des joins de lit de la descente aux points 1ᵉ, 4ᵉ; 2ᵉ, 3ᵉ, si l'on tire par ces points de l'un à l'autre des lignes droites E 1ᵉ, 1ᵉ 2ᵉ, &c. on aura le Polygone EQ *e*, qui sera le dévelopement du trou, que fait la descente réduite en prisme dans le Berceau de niveau, réduit aussi en prisme par les doëles plates.

AINSI la tête de la premiere doële du Berceau de niveau sera la fig. BE 1ᵉ *v*, qui servira aussi pour son égale oposée *e* 4ᵉ, tournée en sens contraire; la tête de la seconde doële sera la fig. *v* 1ᵉ 2ᵉ *q*, laquelle servira de même pour le quatriéme Voussoir, en la tournant en sens contraire, &c. la clef sera droite.

POUR faire le dévelopement des doëles plates de la descente, il faut rectifier l'arc-Droit G b^r *g*, par les cordes de ses divisions 1, 2, 3, 4, & placer la ligne de direction, lorsqu'on le peut, sur la prolongation d'une ligne *c*K, perpendiculaire à la rampe B *c*; mais comme la grandeur de la planche ne nous laisse pas suffisamment de place, nous la poserons en G^d g^d, parallelement à D *d*, posant son milieu en m^d, sur la projection de son axe à une distance O m^d, du piédroit du berceau de niveau, qui soit égale à B *c* de la rampe; ainsi pour déterminer les avances des angles de ce dévelopement, on menera par les points u^2, u^1, du profil de sa face de descente *b c*, des perpendiculaires sur la ligne de rampe BL, qui la couperont aux points 1ʳ, 2ʳ; puis du point B pour centre, on tracera par ces points des arcs de cercles, qui couperont AB prolongée aux points r^1 r^2, par lesquels on menera des paralleles indéfinies à la directrice G^d g^d.

ON en usera de même pour le côté de la lunette, par les points 1ⁿ 2ⁿ, on menera des perpendiculaires à la rampe B*c*, qui la couperont aux points x^1 x^2, qu'on transportera aussi sur BD, par des arcs qui la couperont en des points, par lequels on menera des paralleles à B *b* ou e^x e^d, puis par les points V^1; V^2, V^3, V^4, $G^d g^d$, qui sont ceux des divisions de l'arc-Droit rectifié par ses cordes, on menera des paralleles à la direction MO, de la descente, lesquelles rencontreront les paralleles à e^x e^d de la lunette aux points N^1, N^2, N^3, N^4, e^x e^d, où seront les angles de concours des panneaux de doële plate, inscrits dans l'arête de la lunette.

LES mémes paralleles à la direction de la descente donneront aussi

par leurs interſections avec les paralleles à la face G g, les points 1^d, 2^d, 3^d, 4^d, $G^d g^d$, où feront les angles des avances des têtes des panneaux de doële plate, à la face de deſcente.

Si par tous ces points trouvez, tant au dévelopement de l'arête de Lunette, qu'à celui de deſcente, on tire des lignes droites, on aura toutes les inclinaiſons des têtes des doëles plates ſur les arêtes des lits, & ſi au lieu de lignes droites, on trace avec une regle pliante une ligne courbe, qui paſſe par ces mêmes points, on aura les contours des extrêmitez des Berceaux de niveau & en deſcente, où ſe forme l'arête de la lunette; leſquels contours quoique extrêmement differens, comme E $1^e 2^e 3^e 4^e e$ du Berceau de niveau, qui eſt tout dans les rentrans, & $e^v N_1 N^2 N^3 N^4 e^d$, qui fait deux angles rentrans en N^1 & N^4, & deux ſaillans en $N^2 N^3$, s'ajuſteront cependant exactement l'un à l'autre, lorſqu'ils feront pliez ſur les ſurfaces cylindriques des deux differens Berceaux de niveau & en deſcente, parce que l'arête qu'ils doivent former par leur concours, eſt une courbe à double courbure, que nous avons apellé Ellipſimbre.

Les deux dévelopemens qui donnent les panneaux de doële plate, ſuffiront pour l'exécution du Trait, ſans qu'il ſoit néceſſaire de tracer les panneaux de lits, ſi l'on fait la jonction du Berceau de niveau, avec celui en deſcente par enfourchement, c'eſt-à-dire, avec des Vouſſoirs à deux branches, dont l'une entre dans le Berceau de niveau, l'autre dans le Berceau en deſcente.

Mais ſi l'on vouloit, ſuivant la méthode des Auteurs, les faire tout unis ſans retour, faiſant pénetrer les lits de la deſcente au travers de la doële du Berceau de niveau, il faudroit chercher les courbes des têtes de ces lits, qui ſont viſiblement des arcs Elliptiques, qui ſe redreſſent depuis la clef, où le joint ſeroit circulaire, s'il y en avoit un, comme N^x F, où il ſe confond avec l'arc-Droit, que nous avons ſupoſé circulaire, juſqu'à l'impoſte E, où il devient tout à fait en. ligne droite, parce que ce joint devient parallele à l'axe du Berceau.

Il s'agit donc de ralonger les arcs compris au profil entre les lignes $1^x 1$ & $5^n 5$, $6^n 6$, $2^n 2$, tirées parallelement à la deſcente par les points 2 & 6, de l'arc-Droit, ſçavoir à la doële en 2, & par le point d'extrados 6; ce que l'on fera de la même maniere, que nous l'avons dit pour les têtes de la porte en tour ronde; on menera par exemple pour le ſecond joint une ligne $2^n p$, perpendiculaire ſur $2^n 2$, qui coupera l'extrados $6^n 6$ au point p, on diviſera $p 2^n$ en trois aux points a & b, par où on tirera des paralleles à $2^n 2$, qui couperont l'arc $6^n 2^n$ aux points $x y$.

On tracera enſuite dans une figure à part, comme en 46, une ligne P 2ⁿ, égale à p 2ⁿ du profil, laquelle étant diviſée en trois également aux points a & b on lui menera par les points P, a & b, des perpendiculaires, qu'on fera égales à celles du profil, ſçavoir, P 6ⁿ à p 6', du profil a X égale à a x, b Y égale à b y; & par les points bⁿ XY 2ⁿ, on tracera l'arc elliptique, qui ſera la tête du panneau du ſecond lit, qui perce dans le Berceau de niveau. *Fig. 46.*

On trouvera de la même maniere la courbe du premier lit ſur le ralongement de l'arc 5ⁿ 1ⁿ, où la courbure eſt peu ſenſible, parce que cet arc eſt fort près du point d'atouchement de la perpendiculaire à la rampe, qui toucheroit le demi-cercle AHB, car la ligne du lit I, Iⁿ, parallele à cette rampe paſſe tout près du centre C, de l'arc-Droit du Berceau de niveau.

D'ou il ſuit par un raiſonnement contraire, que ſi l'on tire à cette rampe c B, prolongée vers X, une perpendiculaire T z, qui paſſe par le centre C, elle coupera l'arc-Droit au point T, où ſera la terminaiſon des avances du plus grand joint de tête d'extrados de deſcente, ou bien le dernier point où l'on puiſſe avancer la clef de la Lunette; auquel cas le trait des Auteurs devient impoſſible; il faut alors en revenir à l'enfourchement des Vouſſoirs à branches, pour racorder les deux Voutes.

Nous ne diſons rien des têtes des panneaux de lit à la face de deſcente, parce qu'il en a été ſuffiſamment parlé au Probl. XII. du Tome précedent, lorſque nous avons traité des deſcentes ſimples.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Suposant qu'on faſſe la rencontre des deux Voutes par enfourchement, on pourra commencer par la branche du Vouſſoir, qu'on voudra faire la plus longue, ou par celle qu'on voudra, ſi elles ſont égales; nous commencerons par celle, qui entre dans le Berceau de niveau, par exemple au ſecond Vouſſoir, dont la projection horiſontale eſt le Gnomon $q^2\ p^2\ t^2\ t^1\ p^1\ q^1$.

Ayant dreſſé un parement de ſupoſition horiſontale, pour y placer l'arête du lit de deſſous à la doële $p^1\ q^1$, on fera ſur cette ligne une perpendiculaire $p^1\ i$; ſur laquelle on poſera une branche du biveau, ouvert ſur l'angle o 1ⁿ a^1, ou CB c du profil, qui eſt celui de la rampe avec l'horiſon, ſuivant lequel on abattra la pierre dans la même direction, pour avoir auſſi l'arête du lit de deſſous de la deſcente marquée au profil 1ⁿ a^1, & au plan horiſontal $p^2\ t^2$; enſuite ayant ouvert le biveau ſur l'angle a^1 1' 5 du profil, on poſera une *Fig. 43 & 45.*

de ses branches sur la premiere ligne $q^1 p^1$, l'autre donnera l'inclinaison de la doële plate de la descente, quarrément par l'arête de son lit $p^1 t^1$.

On apliquera sur ce nouveau parement le panneau de doële plate, qui lui convient pour le second Voussoir, marqué au dévelopement $N^1 1^d 2^d N^2$, posant le côté $N^1 1^d$, sur l'autre marquée au profil $1^n n^1$, & le point N^1 du panneau sur le point 1^n, de la rencontre de l'arête du lit de dessous du berceau de niveau, avec celui de la descente; dans cette position, on tracera sur le nouveau parement le contour du panneau $N^1 1^d 2^d N^2$, pour avoir la position des angles N^2 de la lunette au lit de dessus, & 2^d de la face de descente au même lit.

On a donc alors trois points de la doële plate du Berceau de niveau, sçavoir, deux au lit de dessous $q^1 p^1$, & un à l'angle du lit de dessus, représenté au plan horisontal par p^2; ainsi on peut former (par le Probl. I. du quatriéme Livre) la doële plate de la branche du berceau de niveau, & si l'on veut pour verification y en apliquer le panneau de dévelopement V 1° 2° q.

Les doëles plates étant tracées, il est très aisé d'achever le Voussoir en formant les lits de dessus & de dessous, avec le biveau de doële plate & de tête, sçavoir, avec l'angle $2^\cdot 1^\cdot 5$, pour le lit de dessous de la descente, 1, 2, 6, pour celui de dessus; $2^n 1^n 7$, pour le lit de dessous du berceau de niveau, & le même pour le lit de dessus, s'il est circulaire, ainsi le Voussoir à deux branches sera achevé en formant les têtes d'équerre aux arêtes des lits dans le berceau de niveau, & même dans celui de la descente, lorsque la branche ne parvient pas jusqu'à la face.

Fig. 44. Pour former la descente à Voussoir simple, sans enfourchement, il n'y a point de difficulté, ayant les panneaux de doële plate, ceux des lits dont les têtes sont concaves, donneront la partie du berceau de niveau, qui forme la tête.

REMARQUE.

Quoique cette derniere construction soit celle du P. Deran, adoptée par Mr. de la Ruë, il est clair qu'elle ne convient pas si bien à la solidité que celle de l'enfourchement, parce que les Voussoirs y tendent à glisser dans le berceau de niveau, n'étant retenus que par le frotement de leurs lits.

Explication Démonstrative.

Il eſt clair (par le Theor. XX. du premier Livre) que la ſection formée par la rencontre des ſurfaces de deux cylindres ou Berceaux, qui ſe croiſent à angle droit, comme dans le cas préſent, ſans que les axes ſe rencontrent, eſt une Ellipſimbre, en quelque ſituation que ſoient ces Berceaux à l'égard de l'horiſon; ainſi il eſt viſible que quelque ligne qu'on prenne pour l'horiſontale, comme XB*c*, quoique inclinée à l'horiſon, pour y faire la projection de cette courbe, il n'en réſultera aucun changement de conſtruction de la lunette de niveau dans un berceau de niveau, dont nous avons parlé ci-devant; la ſeule difference eſt que le Berceau racheté XAHB, ſeroit plus grand qu'un Berceau ordinaire, dont les naiſſances doivent toujours être ſur un diametre *a b*, au lieu qu'étant ici ſur une corde XB, les parties *a* X, *b* B deviendroient en talud.

C'est ſuivant cette ſupoſition, que nous avons fait la projection de la deſcente, pour avoir les longueurs des arêtes des lits, & leurs avances les unes ſur les autres; mais pour éviter la confuſion des lignes de l'épure, nous les avons tranſporté par des arcs des cercles ſur une horiſontale réelle AB, prolongée pour faire la projection, & le developement du berceau de niveau, ce qui ne change rien aux dimentions, puiſque les premieres longueurs trouvées ont été portées ſur BR, partie de AB prolongée.

L'aplication du Trait ſur la pierre ſera facile à concevoir, pour peu que l'on y faſſe d'attention; nous avons commencé par faire paſſer une ſurface horiſontale, par l'arête du lit de deſſous pour y raporter l'inclinaiſon de la deſcente, par une direction perpendiculaire à la commune interſection du plan horiſontal avec la doële plate, & du vertical paſſant parallelement à la direction de la deſcente avec le vertical, ainſi les biveaux ſont bien apliquez pour le Vouſſoir à branches.

A l'égard de la conſtruction du racordement des deux ſurfaces à Vouſſoir ſimple, il eſt évident que les ſurfaces planes des lits de la deſcente, coupans obliquement la doële cylindrique du berceau de niveau, elles y traceront des portions d'Ellipſes, dont les ordonnées ſont égales à celles du berceau de niveau, & les abciſſes ſont entr'elles comme les largeurs des lits $1^{\cdot} 5$, $2^{\cdot} 6$, à l'égard de leurs projections verticales à l'arc-Droit $a^1 y$, a^2 Y, par le Theoreme premier du deuxiéme Livre.

DEUXIEME CAS.

Descente Droite sur le Diametre de face, qui rachete un Berceau de Niveau obliquement.

Pl. 77. Fig. 50. Soit le rectangle *e*BDE (fig. 50) la projection du plan incliné de la descente, passant par les impostes de niveau B & D, du cintre de face de descente B*b*D, lequel plan incliné est exprimé au profil, par la seule ligne C*f e*, élevée en C*l* sur l'horisontale OAB, de la hauteur donnée C*f* B.

Soit aussi le rectangle *g* GFN, le plan horisontal d'un Berceau de niveau, dont la direction exprimée par le côté GE, fait des angles obliques avec la projection CM du milieu de la descente, sçavoir, un aigu GMC, d'un côté, & un obtus FMC de l'autre; de sorte que la partie triangulaire *e* GE de la descente, se trouve comprise dans le berceau de niveau, & de plus une autre partie triangulaire AGE, comme nous l'expliquerons ci-après.

Sur BD, projection du diametre de la face de descente, ayant décrit le cintre primitif B*b*D, circulaire ou elliptique, comme l'on voudra, & l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles à sa direction indéfinies 1 l^1 2 l^2 3 l^3 4 l^4, qui couperont le côté GE, du berceau aux points 1^i, 2^i, 3^i, 4^i.

On portera ensuite les hauteurs des retombées 1 p^1, 2 p^2 *b* C, sur le profil en C*f* f^1, C*f* f^2, C*f* H; par où l'on menera des paralleles indéfinies à la rampe C*f* E, comme HI, f^2 t^2, f_1 t^1.

On fera FN perpendiculaire sur le côté GF, du berceau de niveau, pour avoir le diametre FN de son arc-Droit, qu'on supose donné en plein cintre F *b'* N.

Puis ayant prolongé la ligne BG, jusqu'au côté *g*N, qu'elle coupera en O, on décrira sur OG comme diametre, la demi-Ellipse O *b'* G, dont le petit axe sera le diametre de l'arc-Droit FN, & sa moitié *b'* C, égale à la hauteur de l'arc-Droit C' *b'*, cette demi-Ellipse coupera le profil du plan de descente C*f e* au point *a*, d'où l'on abaissera sur OG, la perpendiculaire *a* A, qui coupera OG au point A, par lequel & par le point E on tirera la ligne AE, qui sera la projection du diametre rampant *e a*.

Par les points 1^i, 2^i, 3^i, 4^i, on élevera des perpendiculaires sur le dia-

mètre OG, qui le couperont aux points 1., 2ᵉ, 3ᵉ, 4ᵉ, par lesquels on tracera des arcs elliptiques égaux au premier G a hᵉ, ce qui est très facile dans la pratique en faisant couler une cerche, ou un panneau sur la ligne OG, parallelement à lui-même, faisant apuyer le point G successivement sur les points 1ᵉ, 2ᵉ, &c. puis traçant le contour de cette cerche à chaque position, on aura les interfections de ces arcs, avec les profils des joins de lit aux points a 1ᵉ2ᵉ3ᵉ4ᵉe, qui détermineront les longueurs de ces joints de lit; si l'on trace par ces points la courbe a I e, on aura la projection verticale de la lunette, que fait le berceau de descente dans celui de niveau à l'arête de rencontre.

PRESENTEMENT, si l'on abaisse de ces mêmes points 1ᵉ2ᵉ, &c. des perpendiculaires sur les projections des joins de lit correspondans, prolongez 1 h, 2 h, 3 h, 4 h, on aura par leurs interfections les points h, h, h, h, pour les projections horisontales des angles de la même lunette, formez par la rencontre des doëles plates; ainsi l'on tirera de l'un à l'autre des lignes droites, qui formeront le Polygone A h E, pour projection horisontale de la lunette.

PAR le moyen de ces deux projections de la lunette, nous formerons facilement les panneaux de la doële plate tout de suite en dévelopement, après qu'on aura tracé l'arc-Droit.

ON tirera Cf d perpendiculaire sur le profil de la rampe e Cf, laquelle coupera les profils des joins de lit aux points T & t; on portera la longueur Cf T en p1 1ʳ & p4 4ʳ, Cf t en p2 2ʳ, p3 3ʳ, & par les points B, 1ʳ, 2ʳ, 3ʳ, 4ʳ, D, on menera des lignes droites, qui feront les vrayes largeurs des doëles plates.

POUR en faire le dévelopement, on portera les longueurs de suite sur la ligne Cf d, prolongée vers Dd, à commencer à un point pris à volonté comme L, en 1, 2, 3, 4, Dd (fig. 47.)

ON menera par tous ces points L, 1, 2, 3, 4, Dd, des perpendiculaires à la ligne d Dd indéfinies de part & d'autre, dont les longueurs seront déterminées par toutes les paralleles à cette ligne, qui seront tirées des points trouvez au profil de la lunette a 1ᵉ 2ᵉ 3ᵉ 4ᵉe, lesquelles les couperont aux points ad n¹ n² n³ n⁴ Ed d'un côté pour la lunette.

POUR le dévelopement de la face de descente, on tirera des paralleles à Cf Dd par les points f1 f2 H, lesquelles couperont les transversales aux points 1d 2d 3d, &c. on menera par tous ces points de terminaison des lignes droites, qui formeront le Polygone ad Ed Dd L, le-

quel eſt le dévelopement de la doële de deſcente, qui eſt élevée au deſſus de l'impoſte du berceau de niveau du côté, le plus court AB de tout l'intervale du Couſſinet, qui lui eſt ajoûté a¹ LB⁴ A⁴.

Presentement il faut former le dévelopement du berceau de niveau, dans la partie qui eſt traverſée par celui de la deſcente, pour lequel on tracera à diſtance priſe à volonté un axe ou directrice gN, parallele à GE, puis par tous les points GA h¹ h² h³ h⁴ E, de la projection horiſontale de la lunette, on tirera à cet axe des perpendiculaires indéfinies, ſur chacune deſquelles on portera le dévelopement des cordes de la portion de l'arc-Droit du berceau de niveau, que la lunette retranche.

C'est pourquoi par les mêmes points h¹ h², &c. on menera des paralleles à GE, qui couperont l'arc-Droit F b' N aux points r, z, x, y.

On portera donc ſur la ligne l4 4ⁿ, la rectification des cordes de l'arc F r pris depuis l'impoſte inférieure F juſqu'à la hauteur r, qui correſpond au point l4, à commencer au point K4, de l'axe de dévelopement juſques en 4ⁿ, où aboutit la corde de cet arc; de même on ajoûtera la corde de l'arc rx, qui répond au point h³, depuis K3 de l'axe juſqu'en 3ⁿ, & en continuant, la longueur xy en k² 2ⁿ, &c. ſi l'on tire par les points trouvez a 4ⁿ 3ⁿ, &c. des lignes droites, on aura le Polygone a 2ⁿ aⁿ g, qui eſt le dévelopement des doëles plates du berceau de niveau à leur rencontre avec la deſcente, dont le diametre rampant eſt la ligne a aⁿ, & le reſte en triangle aⁿ g a, eſt une partie de dévelopement du berceau au deſſous du diametre de la lunette.

Les angles des têtes des panneaux de doële plate, qui doivent ſe joindre à l'enfourchement étant trouvez, comme nous venons de le dire; il s'agit de *trouver le Biveau*, c'eſt-à-dire, l'angle que ces ſurfaces planes doivent faire entr'elles.

Prenant pour exemple le Vouſſoir à branches de l'enfourchement d'un ſecond rang, comme 3, 4, on ſe contentera de prendre la projection d'une partie de chacune des doëles plates de niveau, & en deſcente compriſes dans le parallelograme h³ R l4 Q.

Fig. 48. On tranſportera cette projection en une figure à part (fig. 48,) comme 3 r 4 q, dont on prolongera la diagonale 4, 3, indéfiniment vers X, de même que le côté 4 r vers i, on élevera au point 3 la perpendiculaire 3 x, qu'on fera égale à la hauteur ſx de la figure 50, qui eſt la difference de hauteur des points h & l4 de la lunette.

On tirera x4, ſur laquelle on fera une perpendiculaire x p, qui rencontrera

44.

43.

45.

46.

rencontre 4 X en *p*, par où on menera à la même 4 X une perpendiculaire *y i*, qui coupera 4 *r* prolongée en *i*.

On élevera ensuite sur le côté 3 *r* la perpendiculaire 3 *d* égale à 3 *x*; on fera l'angle 3 *d e* égal à celui de la descente BC*f a*, dont le côté *de* coupera *r* 3 *e* en *e*, par les points 4 & *e*, on tirera une ligne 4 *y*, qui coupera la perpendiculaire *py*, au point *y*; enfin on portera la longueur *px* en *p* X sur la diagonale 4. 3 prolongée; si l'on tire du point X aux points *y* & *i*, des lignes droites, elles comprendront l'angle *y* X *i*, *que l'on cherche*, pour assembler les panneaux des doëles plates de rencontre des berceaux en descente, & de niveau.

Il faut remarquer que dans ce Trait non plus que dans le précedent, nous n'avons pas fait mention de panneaux de lit, parce qu'ils ne sont pas nécessaires pour les Voussoirs d'enfourchement, en suivant notre méthode; il sont seulement nécessaires pour les têtes des descentes, desquelles nous avons suffisamment parlé au Tome précedent, en parlant des Voutes simples; il est inutile d'en repéter la construction; on pourra y avoir recours en cas qu'on ait oublié la maniere de les faire.

Quant à l'intervale de chaque lit entre la tête d'entrée, & celle de la lunette, on sçait qu'il doit être incliné à la doële, suivant la coupe de lit & de doële prise à l'arc-Droit, selon la maxime generale pour toutes sortes de Berceaux.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de doële plate de la descente, ou du berceau de niveau, suivant la convenance de l'apareil, on y apliquera le panneau destiné pour le rang dont il est dans l'un ou l'autre Berceau, lequel est tracé à l'épure, prenant pour exemple le second de la descente $l^3\ p^3\ p^4\ l^4$, dont le panneau est à la fig. 47, le trapeze $x^4\ 4^d\ 3'\ x^3$, ou seulement une partie de ce panneau, on en tracera le contour sur le parement, puis avec le biveau trouvé *y* X *i*, de la fig. 48, on abattra la pierre au long du côté 3' 4 de la figure 49, pour avoir un nouveau parement 4 *c d* 3, sur lequel on apliquera le panneau de doële plate du berceau de niveau, qui doit s'y joindre, marqué (à la figure 51,) $c\ 3^n\ 4^n\ d$, dont on tracera le contour; enfin avec les biveaux de lit & de doële, pris à l'arc-Droit de la descente, 7 $3^r\ 4^r$, pour le lit de dessus, & 8 $4^r\ 3^r$, pour celui de dessous; on abattra la pierre pour former les lits, suivant les côtez tracez par le moyen du panneau de doële,

on en usera de même pour les lits du berceau de niveau, dont les coupes se prendront sur l'arc-Droit N h' F.

Explication Démonstrative.

La conformité de ce Trait avec le précedent, fait sensiblement apercevoir les raisons de sa construction, dans ce qui concerne la maniere de trouver les panneaux de la doële plate, par la voye du dévelopement des deux surfaces, l'une du Berceau en descente, dont les longueurs des joins de lit sont prises sur le profil de la rampe, parce qu'elles sont racourcies dans la projection horisontale, qui ne lui est pas parallele.

L'autre dévelopement qui est celui du berceau de niveau, est formé sur la projection horisontale de la lunette, qui donne la juste mesure des intervales des angles de rencontre des doëles plates de l'un & de l'autre berceau; & l'arc-Droit Fh' N dévelopé, c'est-à-dire rectifié, donne les éloignemens $k\,n$ de l'intervale vuide, que forme la lunette en descente dans le berceau de niveau, ce qui est entierement conformé à la construction précedente.

Il faut seulement expliquer ce qui est particulier à celle-ci, qui consiste dans la maniere d'assembler ces differens panneaux de doële plate; pour leur donner l'inclinaison, qu'ils doivent avoir entr'eux, parce que nous ne trouvons pas la même facilité qu'au précedent de les assembler, par une suposition de plan horisontal, l'angle de la direction de la descente étant oblique à celle du berceau horisontal; or les angles des plans doivent toujours être pris sur des perpendiculaires à leur commune interfection.

Fig. 48. Il est démontré au Probleme XIV. qui est le dernier du troisiéme Livre, que si les deux plans, dont les projections sont les triangles $3\,q\,4$, $3\,r\,4$, sont également inclinez au vertical, dont la projection est la ligne $3'\,4$, leurs interfections avec le plan horisontal, seront les lignes $4\,i$, 4 I, équidistantes du milieu P, & que par la construction de ce Probl. l'angle IXi, sera celui de l'interfection mutuelle de ces plans.

Dans le cas présent ces plans sont inégalement inclinez à l'horisontal, exprimé par la ligne $e\,r$, passant par le point 3, sçavoir, la doële plate qui est dans le berceau de niveau, suivant sa hauteur $s\,x$ de la figure 50, égale à $d\,3$ de la fig. 48, & la retombée $f\,r$, qui répond entre mêmes paralleles à b R, égale à $3\,r$ de la figure 48, par conséquent la ligne $d\,r$ exprime son inclinaison à l'égard d'une verticale $3\,d$, suivant la direction de la descente.

PRESENTEMENT pour trouver suivant la même direction la pente de la doële en descente, il faut remarquer que nous ne connoissons que la hauteur du point *d*, l'angle droit *e* 3 *d*, & l'angle de rampe G *e a* de la figure 50, & non pas la retombée ou sa valeur, comme au plan précedent; c'est pourquoi nous faisons l'angle 3 *d e*, égal au complément de G *e a*, qui nous donne par l'intersection de son côté *d e* la valeur *e* 8 de cette retombée, donc l'angle *e d r* exprime en profil l'inclinaison des deux plans, & comme la ligne *e r* n'est pas, ou peut ne pas être perpendiculaire à la diagonale 4 3, quoiqu'elle soit dans le même plan que la ligne *y i* aussi horisontale, l'angle ne doit être mesuré que suivant le plan, qui passe par cette ligne, & le point *x* en l'air, représenté par la construction en *y* X *i*, qui doit être supposé renversé du haut en bas, & tourné de droit à gauche, pour être dans sa situation naturelle, parce qu'il est saillant, formant l'arête de la lunette, & non pas un angle rentrant; mais on sçait que l'angle d'un biveau doit être le contraire de celui qu'on veut former.

TROISIEME CAS.

Descente Biaise par son entrée de Niveau, rachetant un Berceau de Niveau obliquement.

DANS les exemples des deux cas précedens, nous avons supposé que le plan de descente, passant par les impostes du berceau incliné à l'horison, c'est-à-dire, le plan de rampe, étoit perpendiculaire aux plans verticaux, paralleles à son axe, d'où il résultoit que le profil ou la projection verticale de ce plan de rampe étoit exprimée par une seule ligne droite, & que le diametre de l'arc-Droit, & celui de face y étoient exprimez par un seul point, parce que ces deux cintres avoient un diametre horisontal commun. PL. 78. *Fig.* 52.

PRESENTEMENT nous supposons que la face de descente DE, est oblique à la direction CM; mais cependant que le diametre de son cintre DE est de niveau, d'où il suit que le plan de rampe devient incliné au plan vertical, passant par la direction CM, & par conséquent que l'arc-Droit devient rampant, comme nous l'avons dit au Probleme XII. en parlant des *Voutes simples*, page 171; ainsi ce plan de rampe a deux inclinaisons, l'une suivant la direction, l'autre d'une imposte à l'autre, c'est-à-dire en travers, suivant ses côtez.

D'ou il suit que ce plan ne peut plus être exprimé au profil par une seule ligne de même espece, ni par un parallelogramme, comme aux

Voutes simples, mais par un trapeze RAFE^f, qu'il faut trouver, comme nous allons le dire.

Fig. 52. Soit AKIB (fig. 52,) le plan horisontal d'un berceau de niveau, & DAg E, la projection d'une descente biaise, dont le plan de rampe rencontre celui de niveau, suivant la ligne A g, de sorte qu'il entre dans le berceau de niveau de la partie triangulaire BAg, parce qu'il coupe la doële du berceau de niveau, suivant une ligne courbe L A elliptique, laquelle avance en L au-devant de B, d'une longueur BL, égale à la retombée de la hauteur fL, de l'arc du berceau de niveau, où le côté Eg de la descente coupe celui du berceau de niveau.

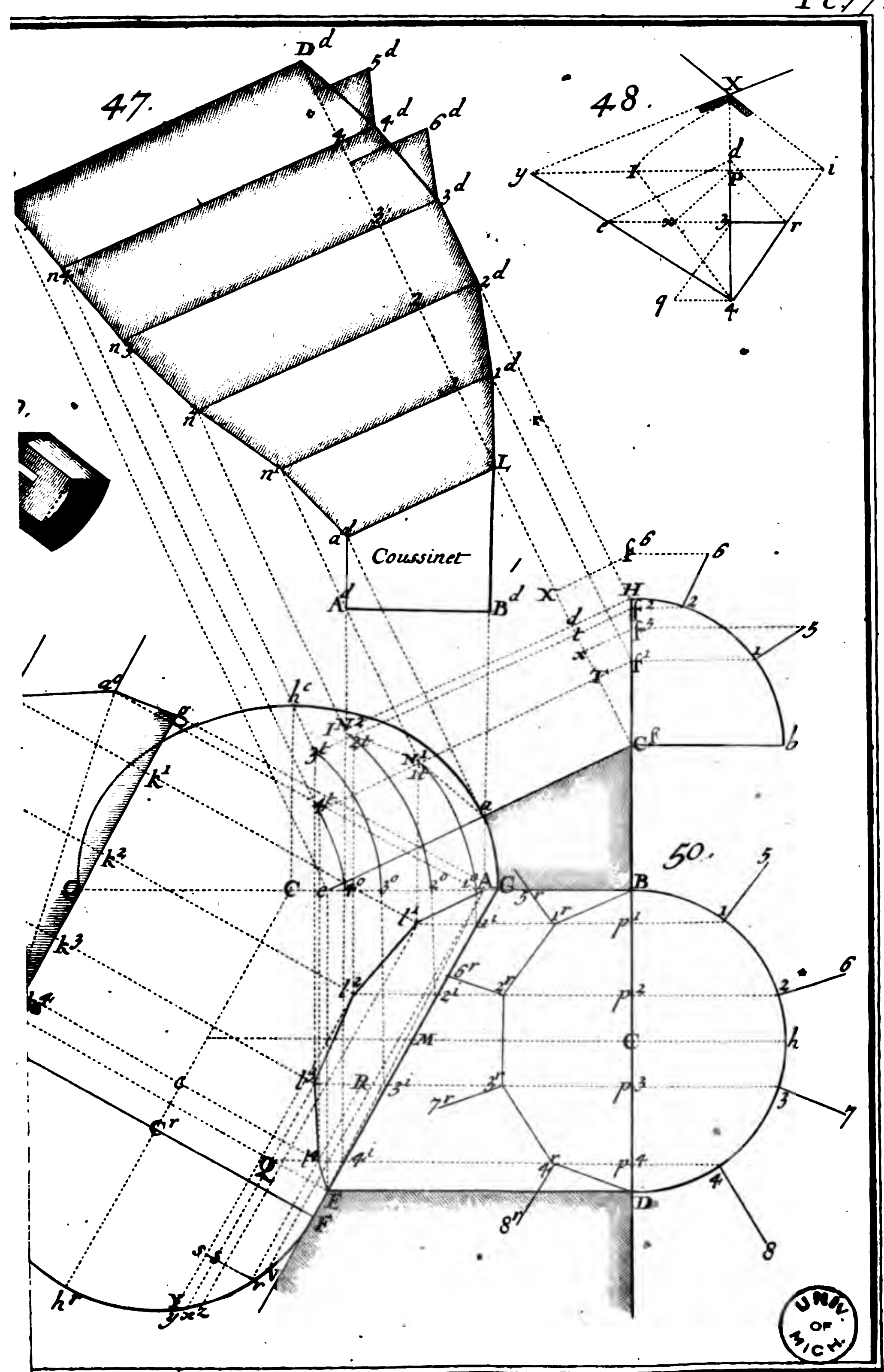
Ainsi ayant fait sur le côté DA l'angle DAR, égal à celui de rampe, on lui fera en D la perpendiculaire DR, qui coupera la ligne de rampe en R, par où on menera l'horisontale RE^f, égale à l'obliquité E r de la face DE, sur la perpendiculaire D r à la direction CM.

Par le point E^f on menera E^{f}G, parallele à RA, le rectangle AGE^{f}R sera le profil du plan de rampe, prolongé jusqu'à l'horisontal DK; mais à cause que ce plan rencontre la doële du berceau horisontal AKIB; il faut chercher la partie triangulaire FAG de ce plan, qui est retranchée par la section de la doële.

Ayant tiré BI perpendiculaire à BA, on décrira l'arc-Droit BHI, du berceau de niveau circulaire ou elliptique, & sur DA prolongée en K, jusqu'à la rencontre de son côté IK, on décrira une Ellipse A b^e K, avec les deux axes donnez, sçavoir, AK pour le grand, & BI pour le petit axe.

Par le même point B, on menera une perpendiculaire à DA, qui coupera E^f G, (étant prolongée) en b, la ligne b A sera le diametre de la projection verticale de la section plane sur BA, sur le point A on élevera une verticale AT.

On tirera ensuite par b une parallele à DA, qui coupera AT en V, par où on menera V o parallele à RA, qui coupera l'arc A x b^e au point x, d'où on tirera une parallele à DA, qui coupera E^f G au point F, & la ligne AT au point u; on portera x u de B en L sur EB prolongée, le point L sera la projection de la rencontre de l'imposte de la descente, avec la doële du berceau de niveau, laquelle imposte est représentée en profil par la ligne E^f G, où cette même section est représentée par le point F; de sorte que si l'on tire de chacun de ces points des lignes au même point A, le triangle mixte BLA, dont LA est el-


47.
48.
50.
Coussinet

liptique, repréfente à la projection horifontale, celui que le plan de rampe retranche de la doële du berceau de niveau, lequel eft auffi repréfenté au profil par le triangle mixte OFA.

PRESENTEMENT, fi l'on fupofe un plan vertical, paffant par les points L & A, il coupera la doële de la defcente, fuivant un arc rampant, exprimé au profil par F b^i A, dont nous pouvons, faire ufage pour trouver la projection horifontale de l'arête de rencontre des deux berceaux, & même une projection inclinée fur le plan de rampe, comme on va le dire.

AYANT fait fur le diametre d'entrée de defcente DE, le cintre primitif DSE, fes divifions en Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, & les projections de fes joins de lit, fuivant la direction du berceau à l'ordinaire, p^1 5 p^2 6, &c. prolongez indéfiniment, qui couperont la ligne LA aux points 5 6 7 8, on menera par ces points des perpendiculaires fur DA, auffi prolongées indéfiniment, qui couperont la ligne FA aux points a^1, a^2, a^3, a^4, fur lefquels on portera les hauteurs des retombées du cintre primitif correfpondantes, fçavoir 1 p^1 en a^1 1^i, & a^4 4^i, 2 p^2 en a^2 2^i & a^3 3^i, & par les points F 4^i 3^i, 2^i 1^i A, on tracera l'arc rampant F b^i A.

PAR tous les points trouvez i, i, on menera des paralleles à DA, qui couperont la verticale AT aux points f^1, f^2, f^3, f^4, par lefquels on menera des paralleles à la rampe RA, qui couperont l'arc A x b^c, aux points 3, 2, 4, 1, & en un point au deffous de x, provenant du point u, lequel point n'eft pas marqué pour éviter la confufion de la figure, qui eft déja fort chargée en cet endroit de lignes & de lettres.

PAR les points 3, 2, 4, 1, de l'arc AK, on abaiffera des perpendiculaires fur le diametre AK, qui le couperont aux points k, l, m, n, par lefquels fi l'on mene des paralleles à AB, leurs interfections avec les projections des joins de lit, donneront les points l^1, l^2, l^3, l^4, où feront les angles de rencontre des doëles plates des berceaux en defcente, & de niveau, *qu'il falloit premierement trouver.*

SI au lieu de tirer par ces mêmes points des perpendiculaires à l'horifontale AK, on en tire d'autres à la ligne de rampe RA, prolongées jufques aux projections correfpondantes des joins de lit, on aura une efpece de projection inclinée fur le plan de rampe AN^1 N^2 N^3 N^4 B, dont on peut faire ufage pour le Trait, pourvû qu'on prenne bien garde de diftinguer les fupofitions de plan horifontal, & de plan de rampe changé en horifontal; car la partie B g égale à GA,

qu'elle répresente, doit être alongée, suivant la distance z A, mais comme cette projection inclinée, ne pourroit servir que pour trouver les têtes des panneaux de doële plate de la descente à l'enfourchement, nous allons y pourvoir par le moyen d'en faire le dévelopement.

Il faut auparavant suposer l'arc-Droit, formé par les moyens que nous avons donné au Tome précedent, en parlant des descentes simples, page 181, lequel arc est rampant, ou bien pour ne pas renvoyer le Lecteur, on peut le chercher par le moyen du profil, qu'on vient de faire de l'arc F b A.

Par tous les points 1^i, 2^i, 3^i, 4^i, on abaissera des perpendiculaires sur cette ligne AR, & par tous les points a^1 a^2, des paralleles à la même AR, qui couperont les perpendiculaires précedentes prolongée en des points qui détermineront les ordonnées de l'arc-Droit rampant D b^r R', qu'on portera sur la diametre DR' trouvé, comme nous l'avons dit au lieu cité, pour les Voutes simples.

L'Arc-Droit étant tracé, on aura toutes les largeurs des doëles plates, nécessaires pour en faire le dévelopement.

Fig 53. On placera à volonté une directrice $A^d R^d$ (fig. 53,) sur laquelle on porterade suite les largeurs inégales $D 1^r$, $1^r 2^r$, $2^r 3^r$, &c. de la fig. 52, en A^d, 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, R^d, (de la fig. 53,) & l'on tirera par tous ces points A^d, &c. des perpendiculaires à la directrice, qui formeront le dévelopement d'un berceau Droit; mais comme il est coupé obliquement par la rencontre de celui de niveau, il faut en chercher les reculement d'échancrure.

On commencera par porter la longueur A z, prise sur AR à la figure 52, de R^d en g^d, pour tirer $g^d A^d$, qui sera une seconde directrice biaise, représentant g A, on prendra ensuite la longueur GF, du profil de la figure 52, qu'on portera en $g^d B^d$ de la fig. 53, pour avoir le point de l'imposte B^d le plus reculé.

Pour les autres on tirera par les points $a^1 a^2 a^3 a^4$ du profil, des paralleles à l'horison, qui couperont la verticale AT, en des points qu'on ne peut désigner par des lettres à la figure, parce qu'ils sont trop près les uns des autres, desquels on menera des paralleles à la rampe RA, jusqu'à l'horisontale AK, comme *x o*, *y m*, &c. lesquelles seront coupées par des perpendiculaires à la rampe, provenant des points trouvez sur l'arc A b^r en 3, 2, 4, 1, qui sont ceux de rencontre de la descente avec l'arc-Droit à chaque joint de lit; les intervales de ces paralleles à la rampe, qui restent entre l'horisontale AK, & leurs sec-

tions avec les horisontales correspondantes, provenant des points $a^1\,a^2\,a^3\,a^4$ de la ligne FA, seront les reculemens, qu'il faut porter depuis la seconde directrice $g^d\,A^d$ de la figure 53, sur les joins de lit du dévelopement en $1^d\,2^d\,3^d\,4^d$, &c. par exemple, suposant que la perpendiculaire $3y$, coupe la ligne $y\,m$, provenant du point a^3, par le moyen de l'horisontale menée par a_3, jusqu'à la verticale AT, qu'elle coupera en un point au-dessous de u, d'où est tirée la ligne $u\,m$, parallele à la rampe RA, l'intervale $y\,m$ sera porté au dévelopement du point a^3 en 3^d, ainsi des autres.

On peut remarquer que les points 3, 2, 4, 1, de l'arc Ab, s'avancent ou se reculent vers T, ou vers r, d'une ligne Tr parallele à RA, que l'on a tiré pour ne pas faire le renvoy de ces avances sur la ligne RA prolongée, où les lignes multipliées, auroient causé trop de confusion ; d'où il suit que les têtes de doëles plates $1^d\,2^d$, $2^d\,3^d$ se reculent inégalement des lignes droites, qui ont servi de directrices au dévelopement.

Il n'est pas nécessaire de parler ici du dévelopement de la fig. 54, qui est celui de l'échancrure, que le berceau en descente fait par sa pénétration à la surface de celui qui est de niveau, parce qu'il ne differe de ceux dont nous avons parlé aux deux Traits précedent, qu'en ce qu'il est rampant sur son diametre $a\,l$, dont la position se trouve en portant la corde Ax de la fig. 52, en Il de la figure 54, sur l'inclinée Il, où le point I provient de B, & l du point L, comme la figure le montre.

Le reste du Trait concernant les biveaux de lit & de doële, & de doële plate de descente avec la correspondante de niveau, se fera de même aussi qu'aux Traits précedens.

L'Aplication du Trait sur la pierre sera aussi exactement la même.

Nous ne parlons point ici des panneaux de lit, parce que suivant notre méthode ils sont inutiles pour les Voussoirs d'enfourchement, & que pour la face de descente, ils ont été donnez aux Traits des Voutes simples en descente au Probleme XII. auquel on pourra avoir recours.

Il est visible que si l'arc de face biaise, dont le diametre a été suposé de niveau étoit rampant, & l'arc-Droit de niveau, ce Trait deviendroit beaucoup plus simple & plus facile, parce que le plan de rampe n'auroit plus qu'une inclinaison ; d'où il suivroit que sa section avec l'ho-

raison feroit d'équerre en AP, & que le profil de ce plan ne feroit plus qu'une ligne droite RA.

REMARQUE.

Il faut ramarquer, que supofant le diametre du cintre de face de niveau, plus il aprochera du parallelisme du côté AB, du berceau de niveau, moins l'arc d'arête d'enfourchement fera rampant; de sorte que si DE étoit plus oblique, comme en DQ, qui est parallele à AB, les impostes de la lunette deviendroient tout à fait de niveau, & au contraire la difference sera d'autant plus grande, que la face aprochera de la perpendiculaire D *r*.

Explication Démonstrative.

Nous avons rendu raison au Probl. XII du Tome précedent, page 178, pourquoi l'obliquité de la face de descente à l'égard de la direction horisontale causoit une double obliquité dans le plan de rampe; il nous reste à rendre raison de la maniere que nous avons employé pour trouver les projections horisontale & inclinée de la rencontre des deux berceaux.

Nous supofons un plan vertical, passant par les naissances A & L de l'arc, ou arête de l'enfourchement, & parce que cette arête est à double courbure, elle avance en surplomb au-delà de la ligne droite AL, selon des distances horisontales, qu'on auroit pû mesurer par des perpendiculaires sur AL, par les retombées de l'arc - Droit du berceau de niveau BHI; mais à cause que ces avances doivent se prendre le long des joins de lit, qui lui sont obliques, on a décrit le cintre de section oblique parallele à ces lits, qui est la demi-Ellipse A b^{r} K, laquelle représent seule toutes ses égales, qui couperoient les plans verticaux, passans par les projections de lit $p^1\ l^1$, $p^2 l^2$, $p^3 l^3$, $p^4\ l^4$, prolongez au travers du berceau de niveau.

Considerant ainsi un plan vertical sur la ligne DK, la ligne verticale TA représentera la section du plan vertical sur LA, avec ce premier, & parce que nous avons fait la projection verticale de sa section à l'arc rampant F b^i A, & transporté toutes les hauteurs de ses divisions sur TA, il est visible que toutes les lignes menées par ces hauteurs $f^3 f^2 f^4 f^1$, parallelement à la rampe RA, représenteront exactement les joins de lit de la descente; par conséquent aussi leur section avec l'arc vertical Ab^r, du berceau de niveau aux points 3' 2' 4' 1', lesquels points étant transportez par la projection sur l'horisontale AK, marqueront exactement

exactement les avances de la lunette sur le côté AB, du berceau de niveau, & parce que cette ligne AK, représente toutes les prolongations des projections des joins de lit, il est visible qu'en transportant les points d'avance trouvez sur chaque joint en particulier, par le moyen des paralleles au côté AB, on les arangera chacun à leur place; par conséquent la projection horisontale de la Lunette est bien faite.

Quant à la projection inclinée sur le plan de rampe, il est visible que si l'on tire par le point A, le plus avancé de la rampe une ligne A ſ, perpendiculaire à AR, elle pourra être considerée, comme la projection verticale d'un plan perpendiculaire à celui de rampe, qui coupe tous les lits de la descente au dedans, ou au dehors de l'arête d'enfourchement; dans ce Trait cette arête est partie dedans, comme depuis x jusqu'à 2, & partie au dehors comme le joint marqué 3, & comme la section du plan de rampe, avec celui des impostes du berceau de niveau, *est donnée* en A*g*, sur le plan horisontal par une ligne droite parallele à DE, nous la faisons servir de directrice du dévelopement, parce que la directrice à l'angle droit sur la direction horisontale de la descente tombe au dessous de l'horison en AP, à cause de l'obliquité transversale du plan de rampe, ce qui n'arriveroit pas, si ce plan n'avoit d'autre inclinaison que celle de la descente, suivant sa direction.

QUATRIEME CAS.

Lunette rampante biaise, faite par un Berceau biais en Descente, qui en rachete un autre par le bout.

On peut dire que le Trait, dont il s'agit est le même que les deux précedens avec quelques circonstances differentes; l'une que le berceau en descente ne rachete pas celui de niveau à ses impostes, ou à ses piédroits; mais au dessus dans la Voute même; l'autre que le biais est supposé si grand, que la direction horisontale de la descente fait un angle très oblique avec celle du berceau de niveau.

Sur cet exposé il semble inutile d'en donner un exemple; mais parce que le P. Deran s'y est broüillé plus que son Graveur, dont il se plaint, & que Mr. de la Ruë n'en a rien dit, j'ai cru que je ne devois pas en faire de même, sans cependant m'attacher à corriger le Trait du P. Deran; parce qu'ayant suivi une méthode differente de la sienne dans les descentes, je ne dois pas m'en écarter ici; mais au contraire en faire voir l'étenduë à toutes sortes de cas, & la facilité.

Pl. 79. Fig. 55. Soit (fig. 55.) ABED, le plan horisontal de la lunette, percée dans un mur, qui termine obliquement & en descente, ou si l'on veut perpendiculairement un berceau de niveau IVXK, dans lequel la lunette soit percée obliquement, en sorte que la direction horisontale DK, fasseun angle fort aigu ADI, ou fort obtus FDK, avec celle du berceau de niveau.

Il faut ici, comme par-tout où il peut y avoir plusieurs cintres, se déterminer au choix du primitif, faisant attention aux changemens, que cause le cintre de face, donné de niveau rampant; car s'il est de niveau l'arc-Droit sera rampant, & le plan de *l'Abajour* incliné au plan vertical, & comme cette inclinaison est désagréable à la vûë par dedans, nous suposerons le diametre de l'arc-Droit de niveau circulaire, ou si l'on veut elliptique, dont un des axes soit de niveau.

Soit donc *dbb'*, l'arc-Droit de la descente divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera autant de paralleles à sa direction horisontale, qui rencontreront le côté KX, du berceau de niveau aux points LMNOP, par lesquels on élevera des perpendiculaires au côté de la descente DA, prolongé en K, qui couperont ce côté aux points *l*, *m*, *n*, *o*, *p*.

Soit aussi le demi-cercle FHG, l'arc-Droit du berceau de niveau fait sur une ligne FG, perpendiculaire aux côtez IV, KX, prolongez en F & G.

On fera sur KD, comme grand axe, & avec CG ou CH, pour petit axe, une Ellipse K*a*D, qui sera la section oblique d'un plan vertical, passant par la direction DA prolongée, sur laquelle ellipse on pourra former un panneau ou une cerche, pour en repéter le contour, en traçant à chaque joint des Ellipses égales, comme nous le dirons ci-après.

On fera ensuite le profil de la descente sur la ligne KD, prenant la ligne DR pour hauteur donnée jusqu'à l'imposte la plus basse de l'arc de face, qui sera rampant suivant notre suposition de l'arc-Droit donné, & l'angle DR*p*, égal au complément de celui de la descente, qu'on supose aussi donné, ou pris à fantaisie.

Du point R pour centre, & de l'intervale *ca'*, de l'arc-Droit, suposé circulaire, on décrira un quart de cercle *q* 1' 2 S, terminé par RS, perpendiculaire sur *p* R, & divisé également aux points 1, 2, S, comme l'arc-Droit aux points 1, 2, *b*, & par les points 1, 2, S, on menera des paralleles à la ligne de rampe *p* R, prolongées indéfiniment, comme *f*S, 2 3*f*, 1 4*f*, par le bas, & poussées vers le haut jusqu'à la ligne DT, lesquelles lignes seront les projections verticales des

joins de lit équivalentes chacune à deux; sçavoir, au joint de la droite, & de la gauche du berceau, parce qu'on supose le plan de rampe *p*R, perpendiculaire au plan vertical, & les assises de droite & de gauche d'égales hauteurs, par conséquent qu'un même plan passe par les joins de lit, paralleles au plan de rampe.

Cela supposé.

Ayant posé le bout du panneau, ou de la cerche, faite sur l'Ellipse KSD, on marquera le point *a*, où son contour coupe la ligne de rampe *p*R, pour la naissance la plus basse de l'arête de la lunette, dont le point A est la projection.

On fera ensuite couler le panneau ou cerche sur l'axe horisontal KD; en sorte que le point K soit avancé en *l*, où la perperdiculaire L*l* coupe l'axe KD, alors le contour de cette cerche coupera la projection verticale du premier joint 1 1^f au point 1^f.

On fera de même couler le même panneau sur KD; en sorte que son bout K soit posé en *m*, & l'on marquera le point 2^f, où son contour coupe la seconde ligne, qui est la projection verticale du joint 2 2^f, on le poussera ensuite en *n*, pour marquer sa rencontre avec la troisiéme 3 3^f, au point 3^f, on continuera à le faire couler en *o*, pour marquer l'intersection de la même ligne au point 4^f; enfin on le poussera en *p*, pour avoir l'intersection avec la ligne de rampe en *b*, qui sera la naissance haute de la lunette, dont B est la projection.

Par tous les points trouvez, on menera des lignes droites, qui seront les cordes des doëles plates à l'enfourchement, & si l'on mene une ligne courbe arondie de l'un à l'autre, on aura la courbe *a* $1^f 2^f 3^f 4^f$ *b*, qui se croise en *x*, ce qui marque qu'en cet endroit, il y a deux points oposez qui sont de niveau, parce que cette courbe est la projection verticale de l'arête de l'enfourchement de la lunette.

Par le moyen de cette Courbe, on fera la projection horisontale, en abaissant de tous ces points des perpendiculaires, qui rencontreront les projections horisontales des joins de lits correspondans, où se trouve un des chifres, sçavoir *a* A, donnera le point A sur l'imposte AD; 1^f 1^p, donnera le point $1p$ sur la projection 1 L, la ligne 2^f $2p$, donnera le point 2^p sur 2 M, 3^f 3^p, &c.

Et par tous les points trouvez A, 1^p, 2^p, 3^p, 4^p, B, on tracera la projection horisontale de l'arête d'enfourchement de la lunette, & l'épure sera faite.

Les panneaux de doële plate de la descente auront leur longueur donnée par le profil, & leur largeur sur l'Arc-Droit; ainsi on comptera de part & d'autre de la ligne RS, qui est la projection verticale de l'arc-Droit les longueurs R *a*, R *b*, la longueur *o* 1^f sera le second côté du premier Voussoir, dont la largeur sera la corde *q* 1 ou *d* 1, au plan d^r *b* b^r, en continuant à compter seulement depuis l'arc-Droit, on aura les longueurs *o* 1^f & *o* 2^f, pour le second Voussoir avec la corde de l'arc-Droit 1·2 pour largeur, & ainsi des autres qu'on peut prendre & ranger desuite en dévelopement, comme on a fait à la figure 52, de la planche précedente.

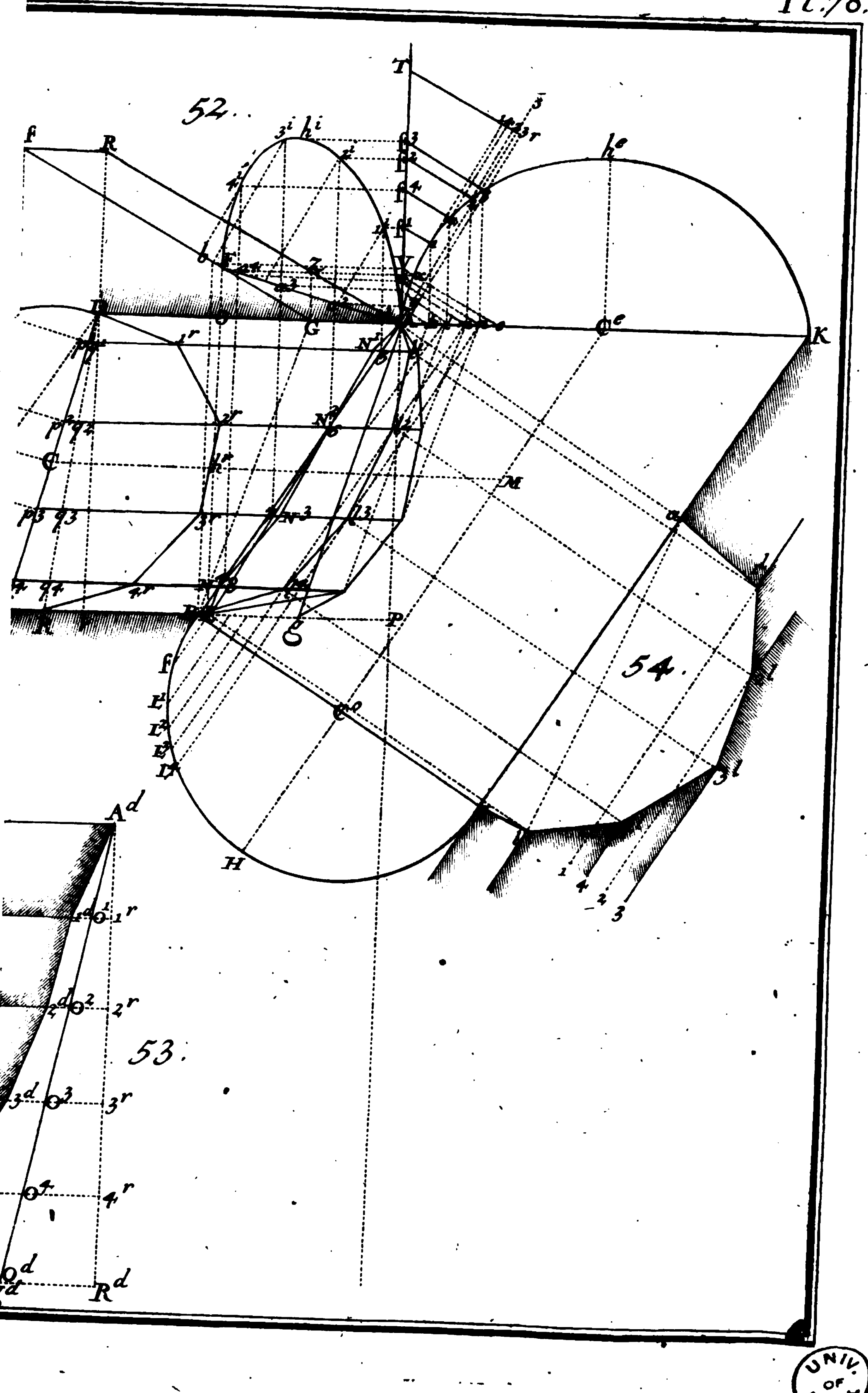
Les panneaux de doële plate du berceau de niveau se trouveront par le moyen du dévelopement de la projection horisontale, suivant son arc-Droit FHG, lequel donnera l'intervale des lignes A a^n, 1^p 1^n, mesuré par la corde a^n 1^n; l'intervale des lignes 1^p 1^n 2^p 2^n, par la corde 1^n 2^n, & ainsi des autres directions du berceau de niveau jusqu'à son arc-Droit, comme nous l'avons dit aux trois Traits précedens, dont celui-ci n'est qu'une espece de repétition.

Les biveaux de doële à l'enfourchement se trouveront de même qu'il a été dit au Probleme quatorziéme, du troisiéme Livre, & ci-devant page 72.

Et enfin les biveaux de doële & de lit se trouveront sur l'arc-Droit aux angles 3 1 *x*, 1 2 *y*, ce qui suffit pour tailler toutes les faces des Voussoirs.

Corollaire.

De cette construction suit la maniere de faire les abajours en lunette sentieres, ou en façon de puits inclinez, tels que sont ceux des *Tours Bastionnées* de Landau; il ne s'agit que de faire les profils & projections verticales & horisontales du berceau en descente dans un double contour au lieu qu'ici ils n'est qu'à moitié, suposant le cintre de face, comme l'on voudra; mais si on le fait circulaire comme ausdites Tours, l'arc-Droit devient une Ellipse si surbaissée à cause de la roideur de la ligne de rampe, qu'il donnera très peu de jour; ce raport de l'arc de face & de l'arc-Droit a été suffisamment expliqué au Probleme XII. du Tome précedent, en traitant des Voutes simples en descente.


52.
53.
54.

CINQUIEME CAS.

Lunette ou Berceau en descente, qui en rachete un de Niveau par le bout, suivant la même Direction.

Nous avons supofé dans le cas précedent, que les directions horisontales de la descente, & du berceau de niveau se croisoient, ici nous supofons que quoique l'axe de la descente fasse un angle avec l'horison, cet angle est dans un plan vertical parallele à la direction du berceau de niveau ; cette difference ne change pas la nature de la courbe d'arête de rencontre des doëles, qui est toujours une Ellipsimbre, par le Theor. XIX. du premier Livre, mais elle change un peu la construction du Trait.

SOIT fig. 56, XC l'axe du berceau de niveau, & M*m*, la projection horisontale de celui en descente ; qui lui est parallele (par la supofition) à la distance donnée *cm*. Fig. 56.

SOIT DE, le diametre du berceau de niveau, dont le milieu est C, on portera la distance *cm* de C en *c*, où sera le milieu du diametre du berceau en descente vû par le bout.

Du point C pour centre, on décrira l'arc-Droit du berceau de niveau, que nous supofons un demi-cercle, ou une demi-Ellipse AHE, & du point *c* on décrira le cintre primitif A*b*B, du berceau en descente, quel qu'il soit, circulaire ou elliptique, pris à l'arc-Droit, ou à l'arc de face Droite, lequel sera divisé en ses Voussoirs au point 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera des verticales Aa^{x}, 1 2^{1}, 2 2^{2} 3 2^{3}, 4 2^{4}, Bb^{x}, qui couperont le cintre du berceau de niveau aux points 2^{1}, 2^{2}, 2^{3}, 2^{4}, pour lesquels on menera des paralleles à DE indéfinies.

SUR l'horisontale Na^{x} on fera l'angle de rampe donné NGR, dont le sommet G sera à volonté, & par le point R de hauteur donnée, on abaissera la verticale R*b*.

Du point R pour centre, on divisera le quart de cercle ou d'Ellipse Sb^{r}, tel que doit être l'arc-Droit de la descente, suivant le cintre primitif donné, & par ses divisions 1^{r} 2^{r}, on menera des paralleles à la rampe, qui couperont les correspondantes horisontales tirées par les points a^{x}, 2^{1}, 2^{2}, 2^{3}, 2^{4}, b^{x}, & dans la supofition que le diametre de l'arc-Droit de la descente soit de niveau, chacune de ces inclinées répondra à deux des horisontales, dont nous parlons ; ainsi la ligne de rampe RG coupera l'horisontale provenant du point a^{x} en G, &

celle qui provient du point b^n en f; ainsi les points f & G sont les profils des naissances de l'arête de rencontre des doëles des deux berceaux; de même l'inclinée passant par le point 1^r, coupera les deux horisontales provenant des points 2^1 & 2^4 aux points 1^n, 4^n, & l'inclinée passant par le point 2^r, donnera les intersections des horisontales provenant des points 2^2 & 2^3 en 2^n 3^n, la courbe $f\,4^n\,3^n\,2^n\,1^n$ G sera le profil de l'arête de rencontre des berceaux.

Il sera facile de faire aussi la projection horisontale de la même arête, par le moyen des mêmes points du profil.

Ayant fait la projection horisontale du berceau en descente à l'ordinaire, par le moyen de ses retombées A $p^1\,p^2\,c$, &c. placée parallelement à la ligne de base de rampe NG, comme en $a\,o\,q\,b$, on abaissera par tous les points du profil $f\,4^n\,3^n\,2^n\,1^n$ G, des perpendiculaires, qui couperont celles de la projection horisontale aux points F, 1^l, 2^l, 3^l, 4^l, g, par lesquels on tracera la projection horisontale de l'arête d'enfourchement.

Nous avons supofé que l'arc-Droit étoit de niveau, mais s'il ne l'étoit pas, & que le plan de rampe fût incliné, comme aux descentes biaises, dont la face d'entrée est de niveau, il faudroit faire le profil du plan de rampe comme nous l'avons fait au troisiéme cas de ce Probleme, ce qui ne change rien au Trait; mais qui le rend seulement un peu plus composé.

Les projections verticales, & horisontales de l'arête de lunette étant données, il est clair que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux; car les longueurs de leurs côtez, & la difference des avancemens & reculemens de leurs têtes sont données au profil, & l'intervale de ces côtez, c'est-à-dire, la longueur des panneaux est donnée à l'ordinaire à l'arc-Droit.

Les Biveaux de lit & de doële sont aussi donnez au même arc-Droit, & les biveaux de rencontre des doëles plates à l'enfourchement se trouveront de la même maniere, qu'il a été dit au premier cas des descentes page 72.

L'Aplication du Trait sur la pierre par panneaux sera aussi la même qu'à tous les cas précedens; mais pour abreger on peut le faire plus simplement par la voye de l'équarrissement

Autrement par Equarrissement.

Fig. 57. L'Epure étant tracée comme nous venons de le dire, & la pierre

destinée au Voussoir qu'on veut faire étant choisie de grosseur convenable, on y fera deux paremens à l'équerre l'un à l'autre, sçavoir un pour servir de suposition horisontale LDA, l'autre par conséquent sera en suposition verticale EFAD, passant par l'arête du joint de lit du berceau de niveau.

Suposant, par exemple, qu'on veuille faire un Voussoir du second rang, on prendra la retombée $2^1 x$, qu'on portera perpendiculairement à l'arête AD, dans le lit horisontal, pour y tracer une parallele gl à cette arête.

On prendra de même la hauteur $2^2 x$ de cette retombée, qu'on portera au plan vertical sur DA en BK, pour y tracer aussi une parallele KG; ces deux paralleles seront les arêtes des joins de lit de dessous & de dessus.

Ensuite on prendra avec la sauterelle, le suplément de l'angle de la descente qui est l'angle obtus $2^1\ 1^n\ 1'$, pour le tracer sur le parement vertical en ABC, & par le point C, on tirera C m parallele à DL, sur le parement vertical, où se termine le Voussoir, & l'on abattra la pierre quarrément, suivant la ligne inclinée BC, & cette parallele Cm; après quoi on portera sur l'arête Cm, la longueur $2^1 x$ de la retombée, & sur l'arête CE, celle de sa hauteur $2^2 x$, trainant sur ces deux paremens leurs longueurs parallelement, ou ce qui est la même chose, leur menant des paralleles qui marqueront les arêtes des doëles, & des lits de dessous & de dessus, & leur rencontre avec celles qu'on avoit tracé sur le lit horisontal gh, & sur le lit vertical $r\ q$, & l'on abattra la pierre pour le grand berceau, suivant la cerche de l'arc $2^1\ 2^2$, & pour celui de la descente, suivant la cerche de l'arc $1^{\cdot}\ 2$.

La rencontre des doëles formera l'arête d'enfourchement, comme par hazard sans qu'on en connoisse la Courbe.

Il ne reste plus qu'à former les lits, suivant les biveaux mixtes de lit & de doële, pris sur les arcs-Droits des deux berceaux.

A l'égard de la face on la fera comme nous l'avons dit des Voutes simples, au Probleme XII. du deuxiéme Tome, auquel nous renvoyons aussi pour la situation des joins de doële & de tête.

Explication Démonstrative.

Ce Probleme & le précedent sont fondez sur notre méthode generale, qui est de couper les voutes par des plans paralleles entr'eux.

Au précedent nous avons coupé le berceau en descente, par des plans verticaux paralleles à son axe, qui ont donné dans cette Voute cylindrique inclinée à l'horison des parallelogrames, & dans la Voute horisontale des Ellipses.

Ici, comme la direction horisontale des deux Voutes qui se rencontrent est la même, la section faite par un plan vertical, passant par l'axe ou parallelement à l'axe de la descente, est aussi parallele à la section par l'axe du berceau de niveau; ainsi dans les profils des joins de lit, il ne se rencontre que des lignes droites, qui sont les côtez des sections en parallelogrames, dont la rencontre donne les points du contour de l'arête d'enfourchement, qui est une Ellipsimbre.

Il faut seulement remarquer pour l'intelligence de l'épure, qu'il y a de trois sortes de desseins rassemblez. 1°. La projection horisontale de la lunette F *lg.* 2°. La verticale du profil G $1^{a}\, 2^{a}\, 3^{a}\, 4^{a} f$, faite sur un plan vertical parallele à la direction M *m* de la descente. 3°. L'élevation DHE & A *s* B, faite sur un plan vertical AYB parallele à l'arc-Droit, représenté au plan horisontal par la ligne *ab* & AYB, au profil par la ligne H^2 R, laquelle élevation doit être censée tournée perpendiculairement à la direction des deux voutes; en sorte que son plan seroit représenté en profil par la ligne *ff* D.

Il faut encore remarquer que cette élevation n'est faite que pour trouver des points correspondans du cintre primitif A *b* B, dans le cintre de l'arc-Droit du berceau de niveau DHE, sans égard à la hauteur respective de leurs diametres, qui sont rassemblez sur une même ligne DE, quoiqu'ils soient éloignez (si l'on veut) de toute la distance des points D & R, ne s'agissant que de la position du centre *c*, à l'égard de la distance horisontale du centre C, prise sur une perpendiculaire à la direction horisontale de la descente.

Enfin, que le cintre primitif A *b* D qui sert à l'arc-Droit, n'est pas dans sa situation naturelle dans cette élevation, où il devroit être incliné suivant la ligne RS du profil; mais comme on le supose couché à angle droit sur la ligne DE, & que le diametre AB est commun au diametre de la face, il est indifferent qu'il soit racourci par la projection en ASB, puisque la ligne *ch* étant à l'angle droit sur DE, sera toujours dans le même plan vertical étant inclinée, ou bien verticale de même que toutes ses paralleles $1\, 2^1$, $2\, 2^2$, $3\, 2^3$, $4\, 2^4$, A^a B b^a, donc les plans verticaux passans par ces lignes, donneront toujours les mêmes points a^a, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, b^a, dans l'arc-Droit DHE, du berceau de niveau, de même que dans le cintre de face surmonté, qui est représenté par

55.

57.

par la demi-Ellipse AYB, dont le petit axe AB est commun à l'arc Droit, par conséquent les arcs $2^1 2^2 2_3$, &c. sont bien correspondans aux arcs $1^c 2$, $2^c 3$, &c. du centre primitif compris entre les sections des plans paralleles, qui passent par les joins de lit, *ce qu'il falloit trouver* pour en avoir les retombées & les hauteurs.

CHAPITRE SECOND.

DES RENCONTRES DES VOUTES Cylindriques avec les Coniques.

LES Voutes coniques en demi-Cônes completes qui sont les seules Trompes, ne sont pas fort communes, mais les voutes & murs en portion de Cônes tronquez, sont très fréquentes dans l'Architecture Militaire, telles sont les embrasures, les Flancs concaves, les Orillons convexes, les Tours, les Contrescarpes arondies au devant des angles saillans, &c. dans lesquelles sont percées des Portes ou des embrasures; nous allons parcourir tous les cas des rencontres des Cônes avec les Cylindres.

PROBLEME III.

Faire l'Arête de rencontre d'un Berceau quelconque avec un Mur ou une Voute conique.

ON peut considerer un berceau comme étant de niveau, ou incliné en descente, rachetant une Tour en Talud, ou comme étant racheté par une lunette ou une Voute conique; dans le premier cas le Cylindre pénetre le Cône, dans le second le Cône pénetre le cylindre.

PREMIER CAS.

Porte Droite ou biaise en Tour ronde, ou creuse & en Talud.

SOIT (fig. 59) l'arc de cercle ou d'Ellipse KXO, la base horisontale d'une portion de Tour creuse en Talud, comme un arondissement de contr Escarpe dans laquelle est percée une Porte en Berceau, dont la projection est ADEB, droite ou biaise, c'est-à-dire, dont l'arc CX passe par le centre C' de la Tour, qui est au bas de la planche, ou n'y passe pas; nous choisissons ici pour exemple une Porte biaise, parce qu'elle est un peu plus difficile que la Droite, & qu'il sert pour les deux especes de Portes. PL. 80. Fig. 59.

On commencera par se déterminer au choix du cintre primitif, qui peut être pris en quatre ou cinq differens endroits & situations, comme nous l'avons dit des Portes en Tour ronde sans Talud. 1°. Sur un plan vertical ou en Talud, passant par la corde AB. 2°. Sur l'arc AXB rectifié. 3°. Sur le même dévelopé en base de developement du Cône. 4°. Sur l'arc-Droit.

Le P. Deran & après lui M. de la Ruë, prennent pour cintre primitif l'arc de dévelopement de la base du Cône, pour pouvoir faire les têtes des Voussoirs axactement égales.

Dans les Fortifications on prend ordinairement l'arc-Droit pour cintre primitif, parce qu'on veut que les Voutes soient intérieurement en plein cintre.

Ici nous prendrons ce cintre sur la corde AB, en situation verticale, ou inclinée en Talud, parce qu'ordinairement les inégalitez qui en résultent aux têtes des Voussoirs, pour peu qu'ils soient d'un nombre au dessus de cinq, ne meritent pas qu'on y fasse attention, lorsque le diametre de la porte est peu considerable, comparé à la circonference de la Tour, ce qui arrive ordinairement, & l'on peut dire que l'operation pour faire des têtes égales, suivant le Trait des Auteurs, est une délicatesse superfluë.

Par un point D pris à volonté sur un des piédroits AD, on menera DE parallele & égale à AB, ce qui n'est pas dans la figure, mais qu'il faut supposer, sur laqu'elle on décrira le cintre primitif D bE, circulaire ou elliptique, puis l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé des perpendiculaires sur son diametre, on menera par leurs projections p^1, p^2, p^3, p^4, des paralleles à la direction de la Voute, qui serviront à trouver l'arc-Droit DrR, & la projection de l'arête à double courbure de la face de la Porte en A b' B, comme il suit.

Ayant élevé sur ED prolongée, une verticale DV, par un point D pris à volonté, on fera l'angle du complément du Talud VDE, puis on menera par tous les points des divisions du cintre primitif 1, 2, 3, 4, des horisontales, qui couperont la ligne VD aux points v^1, v^2, & le profil du Talud FD, aux points f^1 f^2 F, qui donneront les reculemens, sçavoir VF pour le milieu de la clef, $v^2 f^2$ pour les lits de dessus des deuxiéme & quatriéme Voussoirs, & $v^1 f^1$ pour les premier & cinquiéme, & de même f^5 & f^6 pour l'extrados.

Il faut remarquer que les longueurs de ces reculemens dimine-

roient, si le cintre primitif avoit été pris sur un plan incliné au Talud, au lieu du plan vertical que nous suposons ; car alors il faudroit porter la longueur DV en DY, sur FD, & tirer Y *y* parallele à FV ; on voit que le reculement du milieu FV est plus grand que le même pris en Y *y*, ainsi des autres reculemens correspondans aux divisions 1, 2, 3, 4, des joins de tête, comme il a été dit au Tome II. en parlant des Voutes simples de face en Talud.

On portera ensuite tous ces reculemens du Talud sur une ligne AL, qu'on fera perpendiculaire à l'arc AXB, qui est une portion de la base de la Tour, concave, en sorte que cette ligne AL étant prolongée, passe par le centre C de la Tour, si elle est circulaire, ou que cette ligne soit perpendiculaire à la tangente en A, si cette base est elliptique ; ainsi l'on portera VF en AL, V^2f^2 en A 2", V^1f^1 en A 1", & par ces points 1" 2" L, on tracera des arcs concentriques à l'arc AXB, qui couperont les projections des joins de lit aux points t^1, t^2, t^3, t^4, par lesquels on tracera à la main la courbe A *b* B, qui sera la projection horisontale de l'arête de rencontre du mur en Talud avec la doële du berceau que l'on cherche, laquelle projection est suffisante pour tailler la Porte *par Equarrissement*, ce qui est le plus convenable & le plus commode.

On peut aussi operer par le moyen des panneaux flexibles, mais sans autre avantage, que celui de pouvoir faire les têtes exactement égales en œuvre, parce qu'il faut que la surface conique concave, ou convexe de la partie de la Tour que comprend chaque Voussoir, soit faite par la voye de l'équarrissement, avant que de pouvoir y apliquer le panneau pliant, dont on doit tracer le contour.

Nous avons fait remarquer ailleurs que la méthode du Pere Deran & après lui de Mr. de la Ruë, de former le dévelopement de la base du cône n'étoit pas convenable à la pratique, parce que l'extrême longueur du rayon de l'arc de cercle, qui doit exprimer ce dévelopement, la rend d'une exécution très embarrassante, & ordinairement defectueuse, auquel cas il faut avoir recours à notre Probl. huitiéme, du troisiéme Livre.

Il s'agit de trouver le contour *d m e*, (fig. 58.) moins concave que KXO, de la base de la Tour creuse ; mais qui en soit le dévelopement, sur lequel arc il faut prendre la partie *a m b*, égale au contour de l'arc AB, de la base de la Porte ; pour cet effet il faut faire CF perpendiculaire sur CS, & égale au rayon C A, de la base de la Tour, auquel on ajoûtera le plus grand reculement f^6V^6 de l'extrados de la *Fig. 58. & 59.*

fig. 59, puis faisant l'angl CF *d* égal à celui du Talud donné, on prolongera le talud FD ou F *d*, jusqu'à ce qu'il rencontre l'axe CS en S, où sera le centre des arcs de dévelopement, qui doivent passer par toutes les hauteurs des divisions de la Porte, ainsi l'arc *d m e* sera celui du pied de la Tour, sur lequel on prendra par petites parties une longueur *a m b*, égale à l'arc AXB, du piéd de la Tour; c'est le Trait des Auteurs citez.

Pour montrer l'inconvenient, l'embarras & le peu de *conséquence de cette operation.*

Suposons un cas très ordinaire, qui est celui d'un arondissement de contrescarpe de dix toises de rayon, & un sixiéme de talud, le rayon de secteur du dévelopement aura environ 61 toises, c'est-à-dire 366 piéds, avec laquelle longueur il faut faire un simbleau pour tracer l'arc demandé pour la base de la Porte, qui est ordinairement très petite, dans le cas dont nous parlons, mais qui ne seroit encore rien quand on la suposeroit de la grandeur d'une Porte-cochere; de sorte que suposant qu'on veuille s'assujetir à la minutie de ce dévelopement, on trouvera qu'un arc dont la corde ne peut être tout au plus que de 8 pieds, ne differera pas sensiblement de sa corde.

En ce cas on n'a rien de mieux à faire que de chercher trois points de cet arc par le Probl. VIII. du troisiéme Livre, & ensuite le tracer sans le secours du centre par le Probl. I. du deuxiéme Livre; mais il faut avoüer qu'à moins que la Tour ne fût d'un fort petit diametre, & la Porte très grande à son égard, ce séroit s'amuser à la bagatelle.

Fig. 60 & 61. Cet arc de base dévelopée, sera un peu concave à la Tour creuse, comme la moitié *d a* C*x*, de la fig. 60, & convexe à la Tour ronde, comme à la moitié C*x b e* de la fig. 61.

Du milieu de cet arc, on décrira le cintre primitif *a b b*, qu'on décrira en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, mais de ces points, on n'abaissera pas des aplombs suivant l'usage ordinaire, on tirera des lignes au centre de l'arc de dévelopement, comme 1 b^1, 2 b^2, &c. qui seront convergentes; on en fera de même pour les points d'extrados 5· 6· &c. lesquelles lignes resserreront aussi cette espece de projection à la Tour creuse, & l'élargiront à la Tour roude, comme on voit aux fig. 60 & 61; & comme le centre, où il faut tirer ces lignes, sera sans doute hors de la place où l'on tracera l'épure, il faudra avoir recours au Probl. I. du troisiéme Livre; ainsi on se donne bien des operations, sans aucun avantage, qu'une régularité de division des

Vouſſoirs en œuvre, qu'on trouve à très peu près par la voye de l'équarriſſement.

Cette élevation de face déployée étant faite, on tirera du centre C de la Tour, une ligne AL, avec laquelle on fera l'angle du talud T*l*, & l'on portera ſur la ligne AT les longueurs des lignes 1 b^1, 2 b_2, &c. aux points A f^1, A f^2, & par les points f_1, f_2, on abaiſſera des perpendiculaires ſur AL, qui la couperont aux points u^1, u^2, par leſquels on tracera des arcs concentriques à la Tour, qui couperont les fauſſes projections tirées par les points b^1, b^2, C^4, &c. de la fig. 60, comme on a fait à la fig. 59, en ſupoſant le cintre primitif de la figure 60 ou 61; placez en D*b*E de la figure 59, & l'épure ſera achevée.

Aplication du Trait ſur la Pierre par Equarriſſement.

Ayant dreſſé un parement *a b c d*, fig. 62, de ſupoſition horiſontale, par exemple, pour former le Vouſſoir de la ſeconde aſſiſe, qui paſſe par les points 1, 2, du cintre primitif, on en dreſſera un ſecond à l'équerre du premier, qui ſera donc ſupoſé aplomb comme *b c e f*, & l'on en fera un troiſiéme *e f g b*, jaugé au premier à la hauteur totale 6 *n*. *Fig. 59. & 62.*

Puis on levera un panneau ſur la projection $q^2\, t^2\, t_1\, k\, d^5\, q^2$, on l'apliquera ſur le premier lit horiſontal pour en tracer le contour, qui ſera un Pentagone irrégulier & mixte.

On prendra enſuite la retombée 1 *g* de la fig. 59, qu'on portera au premier lit quarrément à l'arête *b c*, en t^1 1^r, de la fig. 62, & la hauteur 2*g* de la même retombée, au deſſus de la même arête *b c* en 2 2^r, pour tracer la ligne 2 2^r; enſuite on abattra la pierre entre ces deux lignes t_1, 1^r & 2 2^r en portion de doële creuſe cylindrique, par le moyen d'une cerche formée ſur l'arc $1^r 2^r$, de l'arc-Droit de la fig. 59.

On poſera enſuite le même panneau du lit de deſſous au lit de deſſus pour y tracer l'arc $t^1 t^2$, de la portion de l'arête de la Porte, & par le moyen d'un autre panneau, on tracera l'arc circulaire *i* t^6, qui n'eſt pas parallele à $t^1 t_2$.

On abattra la pierre quarrément, ſuivant l'arc $t^1 t_2$, tracé au lit de deſſus, & par cette operation on formera une portion cylindrique verticale, qui coupera l'horiſontale qu'on vient de faire ſuivant l'arête inclinée,

qui répond à celle de l'arc 1' 2 de l'élevation, en cet état la tête du Voussoir seroit faite, si la face n'avoit pas de talud, mais comme il y en a suivant l'arc circulaire tracé au lit de dessus *i t^6*, il faut abattre la pierre à la régle entre cet arc *i t^6*, & l'arête déja faite pour former la surface conique en talud, enfin avec les biveaux mixtes de lit, & de doële 1' 2' 6', pris à l'arc-Droit pour le lit de dessus, & 2' 1' 5', pour celui de dessous, on achevera la pierre, faisant le joint *t^1* K aplomb, suivant la ligne du panneau, qui a été tirée du centre C de la Tour, & la pierre sera achevée, comme elle est representée à la Fig. 63.

Fig. 63.

J'ai entré ici dans un grand détail de la coupe, & de l'aplication du Trait, parce qu'il s'agit d'un ouvrage qui est très fréquent dans les Fortifications, où les Portes des Galeries de Mines sont ordinairement percées dans les arondissemens des contrescarpes, où il convient qu'elles soient d'une direction biaise pour dévoyer la Galerie de dessous la capitale, contre ce qu'ont pratiqué certains Directeurs, peu dignes de l'être, qui ont suivi autant qu'ils ont pû la direction de la Capitale; or je sçai que bien des gens qui ne sçavent point la coupe des pierres, & qui ne sont pas rares, se sont trouvez très embarrassez pour l'exécution de ces Portes, & n'en sont venus à bout qu'en traçant les Voussoirs sur les cintres, & les descendant & remontant à plusieurs reprises, pour les présenter & ragréer, travail inutile & long, qu'on s'épargne quand on sçait s'y prendre; il arrive même souvent que dans ces tâtonemens, on *coupe*, c'est-à-dire, on gâte la pierre en pure perte; de sorte qu'il faut en prendre une autre, & recommencer; alors *on sent qu'un Ingenieur a besoin de sçavoir la coupe des pierres.*

Aplication du Trait par Panneaux.

Pour faire usage des panneaux, il faut les tracer sur une matiere flexible comme du carton, & faire une portion de surface conique de la Tour, suivant la projection du reculement des arcs concentriques de la même Tour, comme *u^1 t^1*, *u^2 t^2*, & apliquer sur cette partie le panneau de tête du Voussoir demandé, tel qu'il est tracé aux fig. 60 ou 61, pour les Tours creuses, ou rondes; en quoi l'on voit que cette pratique, dont j'ai fait voir l'embarras ne donne aucun avantage sur celle de l'équarrissement, puisque pour faire cette portion de surface conique, il faut en prendre le base inférieure & supérieure, comme on a fait au Trait par équarrissement, & qu'enfin si l'on veut se piquer d'exactitude, il ne faut pas (suivant l'usage des Auteurs) faire les joins de tête en ligne droite, puisqu'ils sont les dévelopemens des arcs de quelqu'une des sections coniques, lesquels dévelopemens sur

la furface du cône font toujours des lignes courbes ; ainfi le meileur eft de faire ces fortes de Portes, par la premiere méthode de l'équarriffement.

Deuxiéme Situation du Berceau à l'égard du Cône, lorfque le Berceau eft incliné à l'horifon.

En termes de l'Art,

Defcente Droite ou biaife en Tour ronde, ou creufe & en Talud.

Nous avons choifi pour exemple dans le Trait précedent la Tour creufe, ici nous choifirons la Tour ronde, & la Porte biaife.

Il eft clair, par ce que nous avons dit ci-devant, qu'on peut prendre le cintre primitif en fix endroits differens. 1°. Sur un plan vertical fitué de deux manieres, ou perpendiculaire à la direction horifontale de la defcente. 2°. Ou biais à cette direction, fuivant l'obliquité de la corde AB, de l'arc horifontal de la Tour que la Baye de la Porte comprend. 3°. Sur un plan incliné fitué auffi de deux manieres, ou à l'arc-Droit qui eft perpendiculaire au plan de la rampe de la defcente, par conféquent incliné à l'horifon. 4°. Ou fur la corde AB dans un plan incliné, fuivant le talud de la Tour. 5°. On pourroit compter une cinquiéme pofition, qui feroit fur un plan perpendiculaire à la direction horifontale par fa bafe ; mais incliné fuivant le talud de la Tour. 6°. Enfin on peut former le cintre primitif fur la furface du cône dévelopée en furface plane, pour pouvoir faire les divifions des Vouffoirs exactement égales, comme il a été dit au Trait précedent.

Nous choififfons ici la plus fimple, & la plus convenable pour la pratique, qui eft de faire le cintre primitif fur la corde AB, ou ce qui revient au même fur la tangente TN, qui lui eft parallele & égale en DE fur un plan vertical.

Soit (fig. 64.) l'arc OBA, une portion de la bafe de la Tour, & le quadrilatere mixte IABK, la projection horifontale de la defcente *Pl. 81.* dans la Tour, laquelle Porte eft ici biaife, parce que la direction de *Fig. 64.* fon milieu CM ne paffe pas par le centre C de la Tour.

Il en eft ici comme aux defcentes biaifes fimples, on peut faire l'arc de face de niveau ou rampant ; fupofant qu'on veuille le faire de

niveau, on menera par le point K du piédroit qui avance le plus une ligne KL parallele à AB, qui coupera le piédroit AI, prolongé en L.

On fera enſuite le profil de la Tour & de la rampe, pour celui de la Tour on fera l'angle LAS, égal à celui du talud donné, comme au cinquiéme ou ſixiéme de la hauteur, & pour celui de la rampe, on fera l'angle ALF égal à celui du complément de la deſcente, dont le côté LF coupera le côté AS de la Tour en F, par où on menera une horiſontale FG, pour la poſition des impoſtes de l'arc de face, où il faut trouver le point G de l'impoſte, qui répond au point B du plan horiſontal.

Par le point K on menera une perpendiculaire ſur AL prolongée, qu'elle coupera en k, par où on menera kG parallele à LF, qui donnera ſur l'horiſontale FG le point G d'interſection, où ſera l'impoſte qui répond à B.

On fera enſuite ſur AB, ou ſur ſon égale DE comme diametre, le cintre de face DbE, & ſon extrados THN; l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaiſſera ſur ce diametre des perpendiculaires 1 p^1, 2 p^2, &c. & enſuite onfera les projections des joins de lit $p^1 q^1$, qui couperont l'arc ACB, aux points o^1, o^2, o^3, o^4, par leſquels on menera des perpendiculaires ſur LA, qui couperont cette ligne en des points que je n'ai pû marquer dans la figure pour éviter la confuſion; mais ſeulement le point b provenant de B, j'apellerai les autres b^1, b^2, &c, par leſquels on menera des lignes au ſommet du cône, qui eſt à la rencontre de la ligne du talud AS, avec celle d'aplomb qui paſſe par le centre C', comme on le voit à la figure 65 en S.

Mais comme ce ſommet du cône S peut être très loin ſelon la largeur de la Tour, & la roideur du Talud, il ſeroit fort incommode de l'aller chercher hors de la place où l'on trace l'épure; alors il faut avoir recours au Probl. I du troiſiéme Livre, page 286.

Suposant ces lignes que j'apelle des bS tirées ſur le Profil; on décrira ſur GF prolongée pour baſe la moitié du cintre primirif CDb en cD'b', avec ſes diviſions 14, 23, par leſquelles on menera des paralleles à FG, qui couperont chacune deux lignes correſpondantes b^3S, b^1S, b^2S, aux points 1' 2' 3' 4, du profil, par leſquels on tracera à la main la courbe F 1' 2 b 3' 4 G, qui ſera la projection verticale de la face de deſcente ſur la Tour ronde.

Préſentement

58.

59.

60.

61.

63.

PRESENTEMENT il faut faire le profil de la même descente en dedans sur la Tour creuse, lequel sera beaucoup plus facile, parce qu'on ne lui supose point de talud dans l'intérieur concave.

AYANT tiré les projections des joins de lit à l'ordinaire $p^1 q^1$, $p^2 q^2$, &c. qui couperont l'arc concave ImK aux points n^1, n^2, n^3, n^4, on menera par ces points des Verticales, & par les points de profil de l'arc de face des inclinées paralleles à la rampe LF, qui couperont ces Verticales aux points i, v^1, v^2, 2^3, v^4, k, par où on menera à la main une courbe qui sera la projection verticale de l'arc de face concave, lequel sera rampant de la hauteur Ii.

L'INTERVALE des deux projections de face ronde, c'est-à-dire convexe, & de face creuse, c'est-à-dire concave, donnera les longueurs des joins de lits, qu'on ne peut trouver sur le plan horisontal, où elles sont racourcies par la projection; c'est pourquoi nous n'avons pas commencé par faire la projection horisontale des arêtes des arcs de face exterieure & interieure.

LA projection de l'arc de face creuse en dedans est donnée à l'arc ImK, parce qu'elle est suposée sans Talud.

POUR faire celle de l'arc de face exterieure qui est en Talud, il faut prendre pour rayon la longueur C' F, qui est la distance de l'axe au côté du Cône sur une horisontale, & du centre C' de la Tour, tracer un arc de cercle qui coupera le piédroit IA en F, & le piédroit KB en G, où seront les réculemens Af, Bg, que donne la hauteur F de la descente sur la base de la Tour, de même avec la longueur C' I pour rayon, & du centre C', on tracera un arc qui coupera les projections p^1 q^1, p^4 q^4, aux points 1^t 4^t, ainsi du reste.

LA même pratique qui a servi à faire les profils de l'arête de la doële avec la face & la projection horisontale, servira à faire le profil de l'Extrados N^f 8^x 7^x H^f comme la figure le montre, & sa projection horisontale P^n 8^t 7^t 6^t 5^t t.

IL ne reste plus que l'arc-Droit à tracer de la maniere qui a été expliquée au tome précedent, en parlant des Voutes en berceaux, simples, biaises & en descentes; que je vas répeter pour ne pas y renvoyer le Lecteur, avec une petite varieté de construction.

PAR un point L pris à volonté sur la ligne de rampe LF, on lui tirera une perpendiculaire L h^r, qui coupera l'autre ligne Gk en r, & les projections en profil des joins de lit 1 1_n, 2 2_n, &c. prolongées

aux points R^1 R^4 R^2 R^3, les milieux m^c, m^1 m^2 de ces points, feront ceux des abciffes du demi diamétre de l'arc-Droit, dont les *ordonnées* fe prendront fur une même ligne tracée au plan horifontal.

Ayant porté la difference L*r* des impoftes en *k*R, on tirera KR qui coupera les projections horifontales des joins de lit aux points q^1, q^2, *m*, q^3, q^4, les longueurs $m\ q^2$, $m\ q^1$, *m* R feront les ordonnées que l'on cherche, lefquelles parce que l'arc-Droit eft rampant, *ne* doivent pas être à angle-Droit avec le demi diamétre m^c b^r incliné, qui eft cependant dans un plan vertical, mais on aura feulement l'angle qu'elles doivent faire avec L*b*.

Du point m^c milieu de L*r* pour centre, & de l'intervale *m*R ou *m* K pour rayon, on fera de part & d'autre des arcs de cercles *k* G en L^r & FL prolongée en k^r, la ligne k^r L^r fera le diamétre rampant auquel les autres ordonnées paffant par m^1, m^2, feront paralleles & égales à $m\ q^1$, $m\ q^2$, & l'arc-Droit fera fait paffant par k^r b^r L^r.

Dans les traits des Voutes fimples nous avons donné la maniere de tracer les cintres de niveau & rampans des facées de defcente & de montée, parce que nous les avons fupofez planes ; ici nous n'en faifons pas de même, parce que ces faces étant à double courbure, une projection verticale n'en marqueroit pas le veritable contour, ainfi elle deviendroit inutile pour la pratique.

L'arc-Droit, les projections horifontales & verticales étant tracé, on aura tout ce qui eft neceffaire pour former les panneaux fi on opere par leur moyen, ou bien pour apliquer le Trait fur la pierre par équarriffement, comme on a fait au Trait précedent, dont celui-ci ne differe qu'en ce que le berceau eft en defcente, au lieu que l'autre étoit fupofé de niveau.

Si l'on opere par panneaux on peut en trouver toutes les mefures au profil & à l'arc-Droit.

Ceux de doële qui feront des trapezes mixtes, auront pour diftance de leurs côtez paralleles la longueur de la corde de l'arc-Droit, & pour longueurs des côtez celles des joins de lit compris entre les deux profils des faces, mais pour avoir des points des courbes convexes de tête de defcente, & concave de tête de montée, il faudra les chercher en fous-divifant les arcs des têtes du cintre primitif 1·2, 2·3, &c. ce qu'on n'a pas fait ici pour ne pas trop embroüiller le Trait.

LES panneaux de lit seront de même des trapezes mixtes composez des joins de lit pris au profil, & de l'intervale de la doële & de l'extrados, dont les avances des têtes sont données au même profil comme celles des joins de doële.

Aplication du Trait sur la Pierre.

POUR tailler les Voussoirs de cette Voute à la face de descente, avec facilité & justesse, il faut operer partie par panneau de doële, & partie par équarrissement de tête, parce que à la tête l'arête de doële & de face est une courbe à double courbure, & que celles des joins y sont des courbes planes des sections coniques, toutes lesquelles courbes se forment exactement sans les connoître par le moyen de l'équarrissement.

POUR y parvenir il faut une petite préparation dans la projection horisontale, qui est de tirer par le point de l'arc & de l'arête inferieure avec le joint du Voussoir qu'on se propose de faire, une ligne droite au centre de la Tour C', laquelle coupera l'arc circulaire concentrique qui passe par l'angle de la même arête avec le lit superieur.

SUPOSANT par exemple qu'on veuille faire le second Voussoir, on tirera par le point 2' une ligne au centre C', qui coupera l'arc de cercle passant par les points 1' & 4' au point z, ou ce qui revient au même & qui est plus convenable :

ON tirera par le point 1' la ligne 1' C' qui coupera l'arc de cercle concentrique, passant par les points 2' 3' au point X, la ligne 1' X ou 2' z servira comme on le dira ci-après.

ON fera encore une petite préparation à l'élevation, qui est de tirer par l'angle 2^3 le plus haut une horisontale 2^3 X, & une verticale par le plus bas 1^4 V, qui coupera l'horisontale au point X.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on y apliquera le panneau 1^d 2^d n^2 n^1 fait comme à toutes les épures précedentes par le moyen des longueurs des côtez donnez au profil, & leur position à l'égard d'une directrice D B^d prise au profil en G *d* ou ailleurs ; il n'importe.

LE contour du panneau étant tracé, on aura les quatre angles du Voussoir, mais non pas les courbes des têtes.

ON prendra avec la fausse équerre l'angle de rampe & d'aplomb *k* G V, puis du point 2^3 pour centre & de l'intervale 2' X pris au plan

horifontal, on décrira un arc fur la tête ébauchée, puis avec le biveau de l'angle kGV on abattra la pierre pour y faire une plumée qui fera un côté de cylindre, au-dedans de laquelle & à la hauteur donnée à l'élevation 14 X. On fera un trou d'environ un pouce de profondeur pour y placer la longueur de la petite ligne 1' X, comme on voit à la figure † au haut de la planche 81, enforte que le point 1° foit toûjours diftant du point 2 de l'intervale dont nous venons de parler 2' X.

Par ce moyen on aura trois points de la furface conique de la Tour dont les deux 1 1° font fur un côté, enforte qu'on y peut apliquer la regle & prolonger ce côté tant qu'on veut.

Secondement on a les deux points 2 & X fur une fection plane parallele à la bafe du Cône, par conféquent fi l'on prend fur le côté IX prolongé un point à volonté comme *x*, on pourra en trouver un fecond *y* en prenant le reculement du Talud *a* T fur le côté cylindrique donné par le biveau en *t*' Y du plan horifontal, fur la droite *t* *c*', & tirant par le point Y une parallele à X 2', qui coupera la ligne 2' *c*' au point *y*.

Si l'on dégauchit les quatre points donnez *x* 2 & *x* *y* par le Prob. I. du 2e tome, on aura la pofition du point *y* fur le côté du cône tronqué de la Tour, & par conféquent on pourra exactement en former la furface, comme nous l'avons dit, pour les portions de cône au commencement du même tome; fçavoir, en apliquant la regle fur les points 2 & *y*, qui font fur le côté du cône, & apuyant la cerche qui eft donnée à l'arc 2' 3' du plan horifontal, fur les points 2, X de la figure †, & la cerche de l'arc Y *y* auffi donnée au plan horifontal par un arc de cercle concentrique au précedent, fur les points *a*, *y*, pour y former un arc parallele à la bafe & au précedent 2 X, ainfi l'on formera exactement la furface conique de telle grandeur qu'on voudra, tant en hauteur qu'en largeur.

La formation de cette furface donnera déja un des contours de l'arête de doële & de tête qui eft conique, & la formation de l'arc cylindrique qu'on creufera à l'ordinaire pour la doële du berceau en defcente déterminera & formera comme par hazard l'arête à double courbure que l'on fe propofe de faire.

La doële étant formée il fera aifé de former les courbes des joints de tête 1' 8, 2' 7, à la même furface conique de la Tour, parce qu'en abattant la pierre à l'ordinaire avec les biveaux de lit & de doële.

on formera de même ces joins de tête courbe 1' 8, 2' 7, par une espece de hazard, sans s'embarrasser s'ils sont Elliptiques, paraboliques ou hyperboliques ; & cependant par une opération qui est très exacte en elle-même.

Explication Démonstrative.

Si l'on supose plusieurs plans verticaux passans par les joins de lit de la descente, il est clair que leurs sections à la surface de la Tour en Talud qui est un vrai cône tronqué, seront toutes des hyperboles dont les sommets sont déterminez aux points *b'*, *b''*, *b'''* de la fig. 65. où ces plans verticaux qui ne sont répresentez en élevation que par des lignes droites, coupent le côté de la Tour L prolongé en S. *Fig. 65.*

Si l'on décrit ensuite l'arc de cercle LD qui est la base de la Tour, & qu'on prolonge les mêmes lignes qui représentent les plans dont nous parlons, elles couperont cette base aux points 1, 2, 3, &c. qui détermineront l'amplitude de chaque hyperbole.

On a donc deux choses données pour décrire chaque hyperbole, qui ne suffisent pas en general, mais qui suffisent ici, parce que le cône est donné, par conséquent leur centre le sera, qui est la troisiéme *donnée* necessaire pour la déterminer.

Cela supoſé si l'on examine notre construction, on reconnoîtra qu'elle est la même que celle que nous avons donné au second Livre pag. 236. parce que les divisions des Voussoirs en profil 14, 23, &c. donnent des hauteurs de plans horisontaux qui coupent l'axe du cône en C' C², &c. & le côté du cône AS en *f'*, *f²*, 7°, par conséquent qui déterminent les rayons des cercles des differentes sections paralleles à la base *f g*, 1' 4', 2' 3'.

Or le contour de l'hyperbole formée par le plan vertical correspondant à la division de chaque Voussoir, coupe ce cercle en un point qui est commun aux deux sections, donc ce sera aux points 1' 2' &c. provenans des divisions 1' 2 du cintre primitif, ce qu'il est facile de concevoir pour peu qu'on donne d'attention à la fig. 65. où l'on a tracé dans la moitié de l'élevation LSC les sections verticales en profil, & dans la moitié CSO les demies hyperboles en élevation, où leurs sommets *f'*, *f²*, &c. sont déterminez par les horisontales menées des sommets du profil *b' b²*.

Par le moyen des points trouvez à la projection horisontale de l'arête de la porte en descente avec la Tour, on a trouvé d'autres points

de la projection verticale de la même arête, ce qui marque qu'elle est à double courbure.

Quant à la courbe de l'arête de la même descente avec la surface concave de la Tour, il est aisé de voir qu'elle est toute représentée en projection horisontale par l'arc IK, parce que la surface interieure étant à plomb, cet arc représente toutes les sections horisontales qu'on peut faire à differentes hauteurs.

Ces hauteurs ne sont plus les mêmes qu'à la face b^{t} D^{t}, parce que les joins de lit sont inclinez en descente, mais elles seront toûjours déterminées par l'intersection des verticales élevées sur les points v^{1}, v^{2}, &c. avec les profils des joins de lit, ce qui donne pour la projection verticale de cette arête, la courbe $k\ u^{4}\ u^{3}\ i\ u^{2}\ u^{1}\ n$, qui détermine toutes les longueurs des joins de lit *qu'il falloit trouver* avec leurs positions respectives d'avances & de réculement necessaires pour former les panneaux.

Troisiéme situation du Cylindre à l'égard du Cône.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES Coniques avec les Corps cylindriques verticaux.

Nous venons de parler de la pénetration des cylindres dans les cônes, ici par l'inverse nous traitons de celle des cônes dans les cylindres, ce qui renferme plusieurs cas de variations accidentelles, qui ne changent rien au fond de la construction; mais cependant qui constituent des differences de noms de Voutes.

Premierement l'axe du cône peut être horisontal ou incliné, ce qui fait la trompe ou voute en canoniere de niveau ou rampante.

Secondement cet axe peut être perpendiculaire à la corde de l'arc de la Tour où la Voute conique se termine, ce qui fait la trompe *droite*, ou il peut être oblique à cette corde, ce qui lui donne le nom de biaise.

Troisiemement dans ce qui concerne la Tour, elle peut être *creuse*, c'est-à-dire concave, ou *ronde*, c'est-à-dire convexe.

Enfin la concavité ou convexité de la Tour que la Voute ou Trompe rachete, peu têtre un arc d'un petit nombre de dégrez, ce qui n'a pas de nom particulier, ou d'un demi cercle entier, ce qui en donne un nouveau qui est celui de *Trompe de Montpellier*.

Nous avons parlé ailleurs de la difference des noms de Trompe & de Canoniere ; le premier signifie le demi cône entier, & le second une Voute en demi cône tronqué.

Tous ces cas peuvent être réduits à deux, l'un des Voutes coniques où l'axe est horisontal, l'autre de celles où il est rampant, parce que le plus ou le moins de concavité ou de convexité de la Tour ne produit d'autre changement qu'à la longueur des joins de tête ; la convexité les augmente depuis l'imposte jusques vers la clef, & la concavité au contraire les diminuë aux mêmes endroits.

Secondement la variation du biais ne produit qu'une inégalité de longueur de ces joins de la droite à la gauche.

Enfin la Trompe & la Canoniere ne differe en rien pour la construction, car si l'on ôte le trompillon d'une trompe, le reste peut être apellé Voute en canoniere, c'est-à-dire une portion de cône tronqué.

PROBLEME IV.

Faire une Voute conique dans une Tour à plomb.

La Tour peut être ronde ou creuse, & la Voute horisontale par son axe & par le diametre de son cintre de face qui est à double courbure.

PREMIERE ESPECE, *où les impostes sont de niveau.*

CANONIERE, ou Trompe en Tour creuse.

Pl. 82. Fig. 67.

Soit (fig. 67.) l'angle rentrant ASB dans lequel on veut construire une Voute conique, dont les piédroits AS, BS sont égaux & de niveau, soit ADB l'arc concave qui est la projection de la Tour creuse, dont la surface retranche par sa rencontre la partie BDAB du cône droit, & forme pour l'arête de face une courbe à double courbure.

Pour parvenir à sa formation on peut opérer comme nous l'avons dit au troisiéme Livre, par addition ou par soustraction, c'est-à-dire que l'on peut prendre le cintre primitif de la Trompe sur la base exterieure du cône AB qui est toute hors de cette Voute, & après l'avoir supofée pleine, en rétrancher le partie du vuide, ou bien la supofer coupée par un plan vertical perpendiculaire à son axe comme en GF, & ajoûter à ce cône Droit la partie mixte restante pour atteindre à la Tour creuse GADBFD.

Nous choiſirons ici la voye de l'addition comme la plus ſimple.

On tirera par le point D, où l'arc de la Tour ADB coupe l'axe SC. une perpendiculaire GF à ce même axe, ſur laquelle comme diametre compris entre les piédroits SA, SB, on décrira un demi cercle GbF pour cintre primitif, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs aux points 1·2 &c. d'où on abaiſſera des perpendiculaires qui donneront par leur interſection avec ce diametre les points KL, par leſquels on tirera du ſommet S des lignes droites qui couperont l'arc ADB de la projection de la Tour aux points z^1 z^2, les lignes Sz^1, Sz^2 feront les projections des joins de lit à la doële, dont il faut chercher la valeur par des profils, parce qu'ils ſont racourcis par cette repréſentation.

On prendra ſi l'on veut pour baſe de ces profils la ligne ſB, ſur laquelle on portera la longueur ſK en Sk, ſL en Sl pour élever ſur les points k & l des perpendiculaires $k\,k^2$, $l\,l^1$ qu'on fera égales aux à plombs 2K, 1L; par les points k^2 l^1 & par le ſommet S on tirera les indefinies Sn^1, Sn^2 dont il faut chercher la longueur; l'on portera la projection ſz^2 en SN, & ſz^1 en LM ſur la baſe de profil ſB, enſuite par les points N, M on élevera des perpendiculaires qui couperont les lignes ſk^2 ſl^1 prolongées aux points n & m, les lignes ſn & ſm feront les valeurs des projections des joins de lit qu'on cherche.

Presentement il ſera aiſé de faire les panneaux de doële plate en commençant par celui des Vouſſoirs de la Trompe Droite qui eſt le cône inſcrit ſGF, par exemple pour le ſecond 1·2.

Fig. 68. Ayant tiré à part (fig. 68.) une ligne ſ^4 F égale à ſF de la fig. 67. on décrira du point ſ^4 pour centre, & avec la même ſF pour rayon, l'arc Fƒ dans lequel on inſcrira la corde 1 2 du cintre primitif GbF, laquelle donnera le point ƒ, par lequel & le point ſ^4, on tirera la ligne indefinie ſ$_1$, ſur laquelle on portera la longueur ſ^4 l de la fig. 67. de même ſur le côté ſ^4 F prolongé, on portera la longueur ſm en ſ^4 k^m, la ligne k^n l^m fera la corde de la tête de la doële plate ſ^4 $k\,l$, de laquelle retranchant la pointe tſ^4 r pour l'eſpace donné qu'occupe le trompillon STR, le trapezoïde $t\,k\,l\,r$ ſera le panneau de la doële plate que l'on cherche, lequel excede le creux de la Tour d'un ſegment d'Ellipſe $k^n\,o\,l^m$ provenant du ſegment de cercle de la projection $z^2\,o\,z^1$, que l'on retranchera comme il ſera dit à l'aplication du Trait ſur la pierre.

Nous ne propoſons point de chercher les panneaux de lit de cette Voute, dont la tête eſt une courbe en arc d'Ellipſe qu'on pourroit trouver comme nous l'avons dit en parlant de la porte en Tour creuſe; parce,

66.

67

64.

65.

parce que nous pouvons nous en passer par une voye d'équarrissement par laquelle on les forme, sans qu'il soit nécessaire de les connoître.

Il reste seulement à trouver les biveaux de lit & de doële, & ceux de doële & de tête, de la même maniere que nous l'avons dit au second Tome, en parlant de la trompe Droite & de la trompe plate.

Aplication du Trait sur la Pierre

Apres avoir formé un parement pour servir de doële plate, on y apliquera le panneau de celle du Voussoir qu'on se propose de faire pour en tracer le contour, par exemple, celui qui est dans une partie de la fig. 68. $t\, k^n\, l^m\, r$.

Puis avec le biveau de doële & de tête, on abattra la pierre pour former une seconde surface plane, qui sera un pan de la Tour creuse, qu'on supose premierement circonscrite à un prisme de plusieurs côtez.

On fera ensuite à part (fig. †) un triangle rectangle $1\, u\, 2$, avec trois lignes données, sçavoir, la corde de la projection de la tête z^2 z^1; la difference des hauteurs des extrémitez des joins prise au profil, qui sera $u\, n^2$ qu'on aura en menant pas le point le plus bas m^1, une parallele à la base BS, & la troisiéme qui sera l'hypotenuse de ce triangle, sera égale à la ligne $k^n\, l^m$. Fig. †.

Cette préparation étant faite, on prendra avec la fausse équerre l'angle $1\ 2\ n$, & l'on posera une de ses branches sur l'arête de la tête plate $1\ 2$, l'autre donnera une ligne d'aplomb $n\ 2$ sur le parement de tête plate; par la même maniere avec l'ouverture de l'angle $2\ 1\ m$ suplément du precédent, on tracera une seconde ligne d'aplomb $n\ 2$, sur laquelle on portera la hauteur $2\ u$ en $1\ m$, pour tirer la ligne $2\,m$, à laquelle on tirera une parallele $n\,o$ à hauteur $2\ n$, prise à volonté, cependant le plus loin que la pierre pourra le permettre.

On levera ensuite une cerche convexe sur l'arc concave B $z^1\, z^2$, suivant laquelle on creusera deux plumées sur les lignes $2\,m$, $n\,o$, par le moyen desquelles on formera un parement creux à la régle, comme il a été dit pour tout segment de cylindre & doële de berceau, lequel parement sera celui de la Tour creuse.

Presentement il ne s'agit plus que d'abattre les lits avec les biveaux de lit & de doële, comme aux Voutes coniques ordinaires à la regle, la section de la surface plane du lit avec ce parement formera une tête

de joint de lit en arc Elliptique, sans qu'on en ait connu auparavant la courbure, & le Voussoir sera achevé à la tête superieure : l'inferieure du côté du trompillon se fera comme à toutes les Trompes.

On a dessiné à la fig. 69. une embrasure dans un flanc concave, dont la construction est la même que celle de la Trompe en Tour creuse.

SECONDE ESPECE,

De la Trompe en Tour ronde, & en particulier de la Trompe de Montpellier.

Fig. 70. La construction de la Trompe en Tour creuse dont nous venons de parler, conduit facilement par une opération contraire à celle de la Trompe en Tour ronde, & comme celle de Montpellier est la plus convexe qu'il est possible de faire (comme on peut le voir à la fig. 70. où elle est représentée en perspective) : nous en donnerons le Trait pour exemple.

Fig. 67. Soit (fig. 67.) l'angle BSA celui des piédroits, sur lesquels on veut faire une trompe, que nous suposons égaux ; ayant tiré par leurs extrémitez A, B, une ligne droite, on la fera servir de diametre à un demi cercle AEB, qu'on tracera à deux fins, l'une pour exprimer la saillie de la Tour ronde dont il est la projection, l'autre pour servir de cintre primitif à la construction de la trompe, dont il représente la section verticale du cône droit, coupé par la ligne AB.

Ayant divisé ce demi cercle en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera à l'ordinaire les perpendiculaires 1 p^1, 2 p^2, &c. sur le diametre AB, pour avoir la projection de ces divisions aux points p^1 p^2, par lesquels, & par le sommet S de la trompe, on tirera des lignes qui couperont le même arc BEA, consideré comme projection de la Tour aux points Q^1 Q^2 ; les lignes SQ^1 SQ^2 seront les projections des joins de lit.

Il faut présentement chercher la valeur de ces projections, de la même maniere que nous avons fait pour la Tour creuse, par le moyen d'un profil pour chacune, dont on prendra la base sur SA prolongée pour la commodité.

On transportera les projections des joins de lit comprises seulement dans le cône droit sur une base prise à volonté, par exemple SA, por-

tant $\int p^1$ en $\int o^1$, $\int p^2$ en $\int o^2$, & $\int$C en $\int a$, puis on élevera fur tous les points $a\ o^2\ o^1$ des perpendiculaires fur $\int$A, qu'on fera égales aux hauteurs des retombées du cintre primitif, fçavoir $ab =$ CE, $o^2 f^2 = 2\ p^2$, $o^1\ f^1 = 1\ p^1$, & par les points b, f^2, f^1, & le fommet $\int$, on tirera des lignes indéfinies $\int b^x$, $\int 2^x$, S 1^x, dont il faut trouver la terminaifon aux points $b^x\ 2^x\ 1^x$.

On portera les projections totales des joins de lit $\int Q^1$, $\int Q^2$, $\int$E en $\int q$, $\int o$, $\int$E, & par les points Q o e on élevera fur la bafe $\int e$ des perpendiculaires qui couperont les profils des joins de lit aux points demandez $b^x\ 2^x\ 1^x$, les lignes $\int b^x$, $\int 2^x$ $\int 1^x$ feront la valeur des joins de lit à la doële.

Avec ces longueurs des joins, on peut bien faire comme au Trait précedent, un panneau de doële plate triangulaire $f^d\ 2^d\ 1^d$ de la fig. 68. qui fera la valeur de celui de la projection $\int Q^1\ Q^2$, de la fig. 67. mais comme il refte encore au dehors un fegment de cercle Q^1 1 Q^2, qui eft la projection d'une partie de la Tour ronde, il faut en ajoûter la valeur au panneau triangulaire de la fig. 68. ce que l'on peut faire de deux manieres.

Premierement en changeant l'arc de cercle Q^1 1 Q^2 en arc Elliptique, dont on trouvera plufieurs points par le Probl. IX du 2. Livre page 147.

Secondement par une autre maniere, qui facilite l'exécution; on infcrira ce fegment de cercle dans un angle formé par deux tangentes, pour changer la face de la Tour ronde cylindrique en prifmatique à plufieurs pans.

On tirera du centre C aux points $Q^1\ Q^2$ des rayons C Q^1, C Q^2, aufquels on tirera des perpendiculaires Q^1 T, Q^2 T, qui fe couperont en T, & feront des tangentes du fegment Q^1 1 Q^2.

Si le cintre primitif AEB eft circulaire, ces lignes feront égales entre elles; mais fi il étoit fur-hauffé ou fur-baiffé, elles feroient inégales dans le raport des diametres conjugez, & ne feroient plus perpendiculaires aux lignes C Q^1, C Q^2; en ce cas pour tirer ces tangentes, il faut avoir recours au Probl. 3. du 2. Livre.

Pour trouver la valeur de ces tangentes, il faut chercher celle de la ligne $\int$T, qui donnera le point x de leur rencontre à la figure 68. comme cette ligne coupe le diametre AB en y à la fig. 67. on lui élevera une perpendiculaire $y\ x^x$, qui coupera la corde $1^x 2$ au point x^x.

On portera ensuite la longueur $\int y$ en $\int$ Y sur la base SA des profils, & on lui fera une perpendiculaire YX égale à la hauteur $y\ x'$, par les points S & X. On tirera l'indefinie $\int t^x$, qui sera terminée au point T^x par une verticale $t\ T^x$, provenant du point T de la projection horisontale $\int T$ portée en $\int t$; la ligne $\int T^x$ sera la valeur de la ligne $\int T$ que l'on cherche.

Pour placer cette ligne dans le panneau de la fig. 68. on tirera la corde $b^2\ b^1$, sur laquelle on portera du point b^2 la longueur $x'\ 2$ du cintre primitif en $b^2 y$; on tirera par les points $\int d$ & y la ligne $\int^d x$ égale à $\int T^x$ de la fig. 67. qui donnera le point x de la fig. 68 ; si l'on tire de ce point les lignes $x\ 1^d$, $x\ 2^d$, le trapezoïde $\int^d\ 1^d\ x\ 2^d$ sera le panneau de la doële plate que l'on cherche, duquel on retranchera pour le trompillon le triangle $t\ \int^d\ r$, suivant la longueur donnée $\int T^x$ de la fig. 67.

Il faut présentement, comme à la trompe precédente, chercher les biveaux de doële & de tête, pour donner à cette doële plate l'inclinaison qu'elle doit avoir, avec les plans de la Tour circonscrits à la surface de la Tour ronde qu'on se propose de faire, & comme il y en a deux pour une seule tête de Voussoir, suivant les lignes de projection Q^1 T, Q^2 T, il faut aussi deux biveaux differens, qu'on trouvera de la même maniere qu'il a été dit pour la trompe plate Tome 2. page 80. & pour la trompe droite, page 210.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ce que nous avons dit de l'aplication du Trait de la trompe precédente en Tour creuse, sur la pierre peut servir ici pour la Tour ronde, avec cette difference qu'ici chaque Voussoir étant terminé à la tête par deux surfaces, il faut y doubler l'opération, en prenant pour chaque pan une hauteur V T^x ou $T^x\ q^2$, qui soit la difference des angles de la tête du Voussoir, pour en former le côté vertical d'un triangle rectangle q^1 V T^x, qui donnera les angles du biveau de la tête du Voussoir $1^d\ x$ ou $x\ 2^d$, avec l'arête des pans, laquelle est représentée à la projection par le point T, comme l'angle obtus q^1 $T^x\ r$ de la fig. sur le chiffre 70. ou son suplément à deux droits T^x q^1 O, pour tracer sur chaque pan une horisontale O T^x, comme on a fait au Trait précedent, pour avoir $2\ m$, ou $n\ o$ à la fig. †, sur lesquelles horisontales on posera la cerche concave formée sur l'arc convexe AE, qui doit servir à former la surface convexe de la Tour ronde

de la même maniere qu'on a formé la concave de la Tour creuse, où l'on voit que nous suposons qu'on a formé les surfaces des pans par le moyen des biveaux de doële & de tête,

La portion de surface convexe de la Tour que doit occuper la tête du Voussoir étant formée, on abattra la pierre avec les biveaux de lit & de doële pour former les lits, dont les sections avec cette surface cylindrique formeront des joins de tête en arcs Elliptiques, sans le secours des panneaux de lit, & cependant fort exactement, quoique par une espece de hazard sans connoître ces arcs.

Il ne reste plus à present qu'à creuser la doële avec les cerches convexes formées sur les arcs des têtes du côté du trompillon, & sur un plus grand à la tête superieure ; mais comme cette tête n'est pas plane, on ne peut y tracer un arc de cercle ou d'Ellipse comme aux trompes à face plane, c'est pourquoi nous allons donner une maniere d'y poser un biveau mixte, dans une situation qui soit verticale lorsque le Voussoir sera mis en place ; par conséquent dont l'arc de doële puisse être pris sur le cintre primitif AEB.

Ayant tiré le joint de tête $2^{\cdot} 7$, on prendra dans ce joint un point 7 à volonté, duquel on abaissera une perpendiculaire $7^{\cdot} 9$ sur le diametre AB ; on portera la longueur S 9 en S d sur SA, & par d on élevera sur la même une verticale $d 7^{x}$ égale à $9^{\cdot} 7$, & par les points S & 7^{x}, on tirera la ligne S 7^{x}.

On formera ensuite un triangle S $7 f^{2}$ avec les trois lignes données S 7^{x}, S f^{2} & $2^{\cdot} 7$; l'angle S f^{2} 7 sera celui du biveau que l'on cherche, dont on mettra un des bras sur l'arête du lit & de la doële, l'autre donnera sur le lit une ligne f^{2} 7, qui sera verticale en œuvre, suivant laquelle on posera la branche droite du biveau mixte $1^{\cdot} 2^{\cdot} 7$, qui aura été formé au cintre primitif sur l'arc $1^{\cdot} 2$, pour la branche courbe, & le joint $2^{\cdot} 7$ pour la branche droite.

Il faut encore observer que la branche courbe doit être dirigée vers l'arête oposée, de maniere qu'elle fasse des angles égaux avec celle du lit de dessus & celle du lit de dessous, ce que l'on peut faire sans peine lorsque la branche convexe du biveau est exactement égale à l'arc $1^{\cdot} 2$, parce qu'alors il n'y a qu'à la tenir de maniere que l'angle d'un côté & le bout de l'autre soient posez sur les côtez oposez de la doële.

Par le moyen de la plumée qu'on fera avec ce biveau, & l'arc de tête du trompillon, on formera la doële conique à la regle, comme nous l'avons dit au commencement du quatriéme Livre, & cette sur-

face rencontrant celle de la Tour ronde qu'elle penétre, formera la courbe à double courbure de l'arête de face, sans qu'il soit nécessaire d'en faire le dévelopement pour en former un panneau flexible, comme font les Auteurs des Livres de la coupe des pierres, ce qui n'est ni moins exact, ni moins expéditif & plus commode.

L'avantage que l'on a encore dans cette construction est qu'elle peut toûjours avoir lieu de quelque courbure Elliptique, sur-haussée ou sur-baissée que puisse être le cintre primitif.

Explication Démonstrative.

Pour réduire la Voute dont il s'agit à la régularité d'un cône Droit, proprement dit, lorsque le cintre primitif est circulaire ou droit, sur une base Elliptique lorsqu'il est sur-haussé ou sur-baissé : nous avons décrit ce cintre sur un plan supposé perpendiculaire au triangle par l'axe du cône ASB, qui doit être supposé en situation verticale, & nous avons supposé d'autres plans verticaux passans par les divisions des joins de lit, comme aux Voutes coniques ordinaires, ausquels nous avons ajoûté l'excès compris dans le segment AEB, qui représente une portion de cylindre, suivant les principes que nous avons donné au 3. Livre page 306. pour la formation des figures irrégulieres, par l'inscription ou la circonscription des régulieres.

Pour faire sentir l'avantage de l'inscription plûtôt que de la circonscription, il n'y a qu'à faire remarquer que par ce moyen nous avons trouvé dans les lits un moyen de placer la branche du biveau mixte qui sert à creuser la doële, ce qu'on n'auroit pû faire après que la surface de la Tour ronde a été formée, parce qu'alors la place du cintre primitif auroit été enlevée.

On voit que dans ce Trait nous avons levé deux biveaux de plus qu'aux trompes coniques ordinaires, où l'on n'a besoin que de biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële.

Ici nous en avons formé un troisiéme pour la position du biveau mixte, pour supléer à l'arc qu'on décrit sur les têtes planes, parce que celles-ci sont courbes.

Et enfin un quatriéme biveau pour tracer une ligne horisontale sur chaque pan de la Tour ronde inscrite dans un prisme, afin de pouvoir nous servir de l'arc horisontal de la projection ou base de la Tour.

SECOND CAS.

De la Trompe conique rampante, en Tour ronde ou creuse.

La difference de ce Trait au précedent consiste 1°. en ce que les impostes de la trompe ne sont pas dans un même plan horisontal comme dans la précedente ; mais l'une est horisontale & l'autre inclinée à l'horison. 2°. Que son axe est aussi incliné à l'horison, d'où il suit que le diamettre de toutes les sections verticales par des plans perpendiculaires à la direction horisontale de cet axe, sont aussi inclinées à l'horison ; ainsi la courbe de l'arête de la doêle, avec la face du Trait précedent est la rencontre d'un cône droit dont l'axe est horisontale avec un cylindre vertical, & celle-ci est la rencontre d'un cône scalene de base Elliptique avec un cylindre vertical, ce qui fait si peu de changement à la construction qu'on auroit pû en renvoyer le détail à la précedente, si l'une ne servoit d'éclaircissement pour l'autre ; car il faut avoüer que ces sortes de Traits sont assez composez pour embarrasser le Lecteur, & demander une grande contention d'esprit à ceux qui ne sont pas encore bien au fait.

Soit donc (fig. 71.) ASB l'angle rentrant, dans lequel on doit construire une trompe rampante en Tour ronde, telle qu'elle est représentée en perspective à la fig. 75. Pl. 83. Fig. 71.

Ayant divisé l'angle ASB en deux également par la ligne SH, qui coupera la projection du diametre AB en deux également en M, on prendra sur cette ligne SM, prolongée s'il le faut, le centre de la Tour vers S, si elle est convexe, ou tout au plus jusqu'en M, comme à la trompe de Montpellier rampante, & vers H si elle est concave, selon que l'arc ADB sera grand ou petit, ou qu'il sera donné par la fleche DM ; on a supposé ici le centre de la Tour en S pour plus grande simplicité du Trait.

La ligne SD sera la direction horisontale de l'axe de la trompe & sa projection, d'où il suit qu'elle sera plus courte que cet axe qui est incliné à l'horison.

Sur AB comme base de l'élevation de la face qui sera représentée renversée pour la commodité de l'épure ; on élevera en B la perpendiculaire BR, égale à la hauteur du point B de l'imposte rampante SB, au-dessus du point A de l'autre imposte de niveau, & l'on

tirera la ligne AR, qui sera la ligne de rampe de l'arc de face représentée au plan horisontal par la ligne AB.

On prendra ensuite sur *fc* prolongée la longueur *c* H égale à MA, ou plus ou moins grande pour demi diametre conjugué à AR, & par les points AHR on décrira la demie Ellipse AHR, qui sera le cintre primitif; on le divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, *b* 4; ensorte que la clef, c'est-à-dire sa corde H 4, soit de niveau autant qu'il est possible.

Cette préparation qui est particuliere à la trompe rampante étant faite, le reste se fera de la même maniere que nous l'avons dit du Trait précedent, avec cette seule difference qu'au lieu de prendre les hauteurs des divisions du cintre primitif sur son diametre rampant AR, on les prendra plus bas sur sa projection horisontale AB, aux perpendiculaires *d* 1, *e* 2, *f* 3, *g* 4, qui comprennent outre les ordonnées au diametre 4 r^4, 3 r^3, 2 r^2, les hauteurs des points r^1 r^2, &c. sur l'horisontale BA, de sorte que l'on doit considerer la figure mixte AHRB comme le cintre primitif composé d'une demie Ellipse AHR, & du triangle de rampe ARB.

Comme les lettres de la figure de la projection horisontale sont rélatives à celles des profils, il sera aisé d'y reconnoître la construction du Trait précedent, sans qu'il soit nécessaire de la répeter.

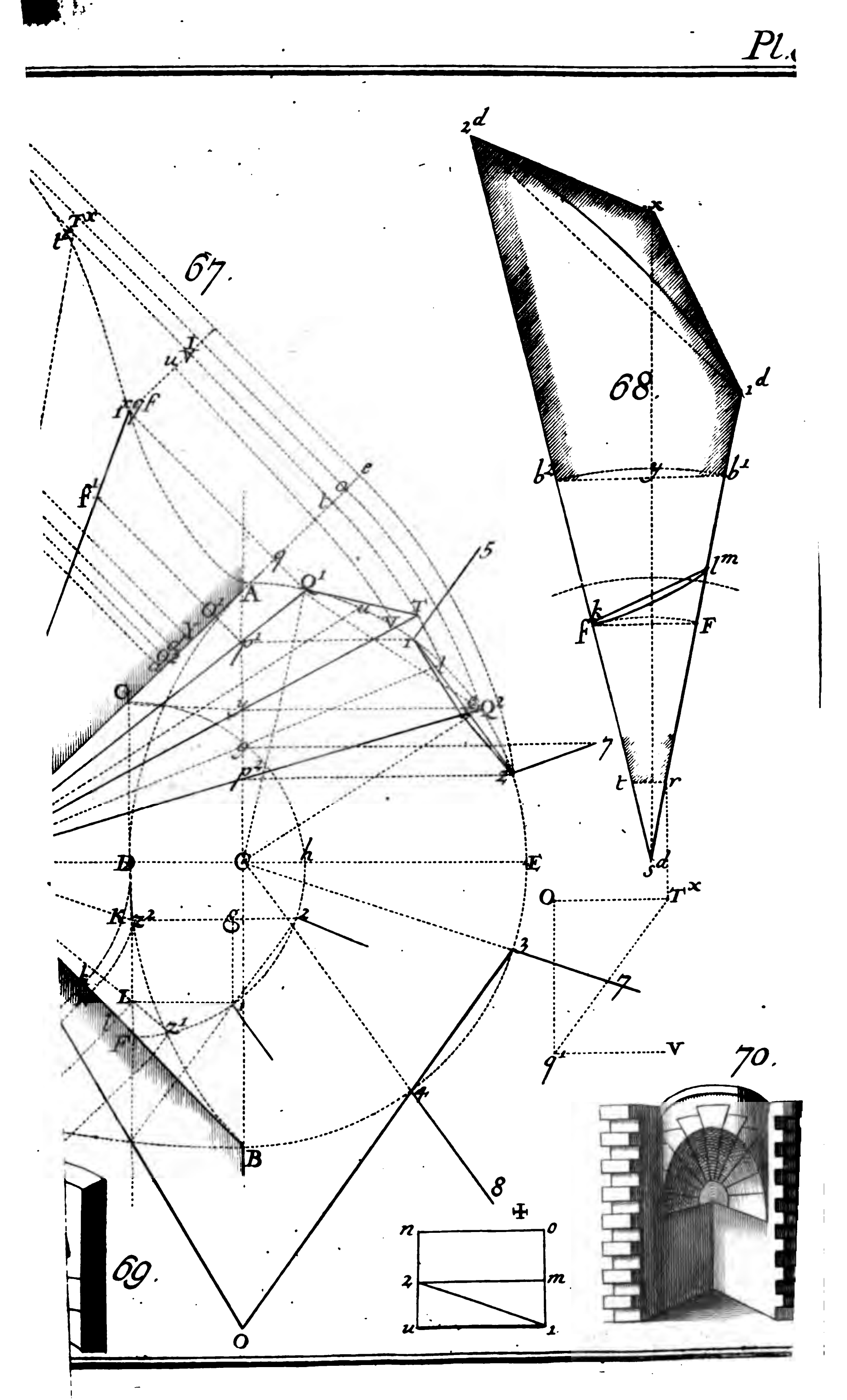
On a tracé à la fig. 72. un panneau de doële plate du 3e. Voussoir, dont la projection horisontale est le triangle mixte *f* Q^2 *y* Q^3 inscrit dans le trapezoïde *f* Q^2 T Q^3, où la ligne *f* T^x est la valeur de la ligne ST de la fig. 71.

On a aussi tracé à la fig. 73. le triangle *f* N f^3, qui donne l'angle *f* f^3 N, pour placer le bras droit du biveau mixte du lit & de la doële formé au cintre primitif sur l'angle mixte *n* 3 *l* 2, comme on a fait à la fig. 67. en *f* f^2 7°.

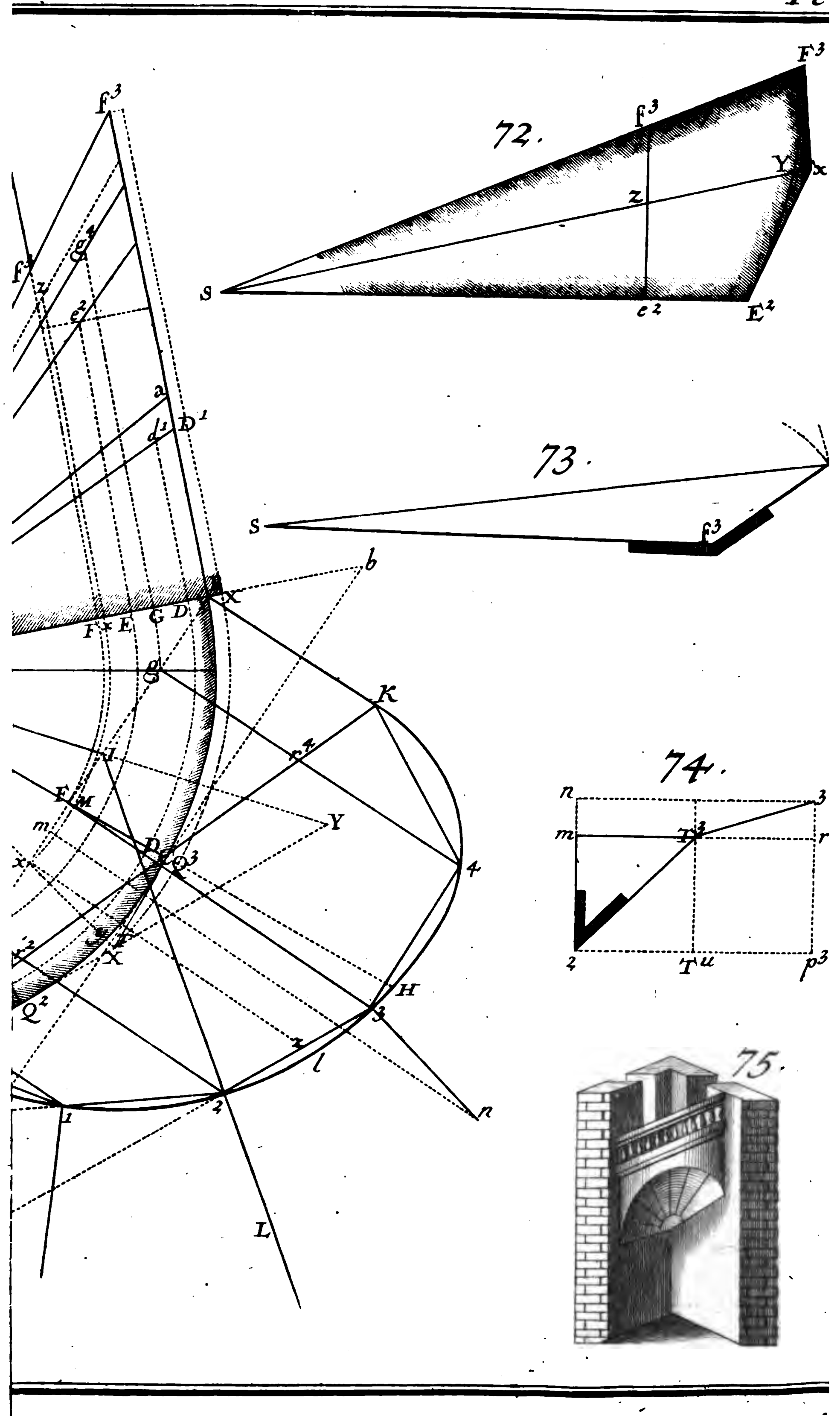
Enfin on a exprimé à la fig. 74. la maniere de tracer des horisontales sur les pans 2 *u* & *u* n^3, comme on a fait au Trait précedent au dessus du chifre 70. & plus bas à la fig. † pour le même sujet. On remarquera seulement ici qu'à cause de l'inégalité de la rampe les pans à l'arête de la doële plate sont fort inégalement inclinez, ce qui n'arrive pas à celle de la trompe précedente.

Remarque sur cette Construction.

Suivant la méthode de la réduction des corps ronds en polyédres, on



67.
68.
69.
70.


Pl
72.
73.
74.
75.
F³
f³
Y
x
z
S
e²
E²
g⁴
D¹
a
d¹
b
X
F
E
G
D
g
K
I
Y
m
x
Q³
4
H
3
Q²
l
2
1
n
L
n
m
T³
r
3
2
T
u
p³

on se passe des panneaux de dévelopement dont se servent le P. Deran & M. de la Ruë, lesquels panneaux ne peuvent presque servir qu'à vérifier en partie ce qui a déja été fait, car puisqu'ils sont faits sur des matieres flexibles comme du carton, des lames de plomb, &c. pour pouvoir être apliquez sur des surfaces courbes, ils les suposent déja faites, ce qui est cependant une partie de la question, puisqu'on cherche premierement le moyen de les faire pour y tracer l'arête de rencontre de la Voute conique.

TROISIEME CAS.

De la Trompe Conique rampante par son axe & par ses impostes, dont la base est renversée en situation horisontale ou inclinée, rachetant une Tour creuse.

PREMIERE supposition, que la base du cône renversée est de niveau, représentée en perspective à la fig. 76. PL. 84. *Fig.* 76. & 78.

SOIT (fig. 78.) l'angle rentrant ASB, dans lequel on veut former une trompe renversée, qui serve de suport à une Tour creuse AMB, dont la base est de niveau, au lieu que dans les cas précedens elle étoit aplomb cintrée.

AYANT divisé l'angle ASB en deux également par la diagonale SC; on prendra sur cette ligne le point C, pour centre de la Tour creuse en tel endroit qui convient à sa grandeur; & de ce point C, on menera des perpendiculaires CA, CB aux côtez de l'angle donné SA, SB, pour y inscrire l'arc de base de la Tour creuse AMB, lequel étant divisé en Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des lignes droites au sommet de l'angle S, lesquels 1 S, 2 S, &c. seront les projections des joins de lit à la doële de la trompe.

ON décrira de même d'un point *c* pris à volonté sur la diagonale SC, un arc *f g*, terminé aussi par des perpendiculaires *fc*, *gc*, aux côtez des murs AS BS.

PRESENTEMENT pour avoir les véritables longueurs des joins de lit à la doële, on fera, comme à l'ordinaire, un profil pour chacun, mais dont la hauteur doit être commune à tous les Voussoirs, au lieu que dans les autres elle étoit inégale à chaque Voussoir.

CETTE hauteur SH est arbitraire, mais il est visible que plus elle sera grande à l'égard de l'horisontale du fond SM, plus la trompe aura de force pour soûtenir la Tour.

On élevera sur AS, si l'on veut prendre cette ligne pour base de profil, la perpendiculaire SH, de la hauteur dont on voudra que la base de la trompe soit élevée au dessus du point S de sa naissance, qui est le sommet du cône, & par le point H, on menera HÆ parallele & égale à AS, & l'on tirera la droite SÆ, qui sera la longueur d'un imposte, & son inclinaison le long du mur ; ensuite on transportera la longueur S 1 en S *d*, & l'on menera D *d* parallele à SH. On portera de même la longueur S 2 en S *e*, & l'on tirera aussi *e* E parallele à SH, puis l'on menera par le sommet S les lignes SE, SD, qui seront les longueurs des joins de lit en doële.

Pour le trompillon, du point *f* on menera *f* F parallele à AÆ, & par le point F où cette ligne coupe SÆ, on menera FK parallele à S *e*, qui donnera les points G & I pour les angles des têtes des Voussoirs apuyez sur le trompillon, & l'épure sera tracée.

Fig. 78. Les *panneaux de doële* se feront, à l'ordinaire, de deux joins de lit à la doële, & de la corde de l'arc de tête, dont on formera un triangle, par exemple, pour le premier Voussoir, on portera à part, fig.
Fig. 82. 82. la longueur du joint de l'imposte SÆ en *ſ*[a], puis du point *ſ* pour centre, & de l'intervale SD de la fig. 78. on fera un arc en 1[d], & de l'intervale de la corde A 1, pour rayon, & du point *c*[d] pour centre, on fera un arc qui coupera le précedent au point 1[d], & l'on aura pour le premier panneau de doële le triangle *ſ æ*[d] 1[d], dont on retranchera, pour l'espace qu'occupe le trompillon, le triangle *ſ f*[d] *g*[d], en portant SF de la fig. 78. en S *f*[d] de la fig. 82. & SG de la fig. 78. en S *g*[d] de la fig. 82. ainsi des autres Voussoirs dont on a mis ici en façon de dévelopement, les panneaux de doële de suite, par où l'on voit que celui du milieu de la trompe, qui est la clef, est isoscele *ſ* 2[d] 3[d], ainsi que la projection S 2 3 de la fig. 78.

Les *panneaux de lit* sont donnez par le profil en y ajoûtant un angle droit pour le parement creux de la portion de Tour, qui s'apuye sur la trompe, tels sont les triangles SÆH, SDH, SE H, dont les angles en Æ, D, E, sont aigus, mais qui deviennent obtus, en y ajoûtant l'angle droit; de sorte que l'angle SÆH se change en SÆV, ainsi des autres qui deviennent de plus en plus obtus.

A l'égard des petites têtes inferieures, il faudra prendre garde qu'elles ne soient pas trop obtuses, parce que l'arête du trompillon deviendroit trop foible vers les impostes.

On formera les *Biveaux de tête & de doële*, & de lit & de doële, sui-

vant la regle generale, en cherchant les sections de la doële avec l'horison, de la tête avec l'horison & du lit avec l'horison.

Par exemple, pour le biveau de doële & de lit du second Voussoir S 1'2; il est clair que la corde 1'2, que l'on supose dans un plan horisontal ASB, est la section de la doële avec l'horison, mais non pas celle qui passe par le sommet du cône S; ainsi en menant par ce point S, une parallele S*o*, indéfinie à la corde 2' 1 ou 3' 4, cette ligne *so* sera la section de la doële avec l'horison au plan horisontal de la projection. Il est encore clair, par les exemples des Voutes coniques ordinaires, que l'intersection des lits doit se faire suivant la diagonale S *c*, qui est la projection de l'axe du cône; ainsi l'on a tout ce qui est nécessaire pour trouver ce biveau.

Pour le 3e. lit, par exemple, on prolongera la projection S 3 vers X. On élevera au point 3, la perpendiculaire 3, 3^b égale à *e* E ou SH; on tirera S 3^b, à laquelle on fera 3^b L perpendiculaire, qui rencontrera SX au point L, par lequel on tirera la perpendiculaire *o*R°, jusqu'à l'intersection de la ligne S *o*, & de la diagonale SC; on portera L 3^b en LX, d'où on tirera les droites X *o*, XR°, prolongeant cette derniere vers *y*; l'angle *o*X*y* sera celui sur lequel on doit former le biveau de lit & de doële du joint qui passe par S 3.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement, on y apliquera le panneau de doële, & avec le biveau de lit & de doële on abattra la pierre en angle obtus; sur ce second parement on apliquera le panneau de lit qui lui convient, lequel donnera la position des joins de tête, entre lesquels on abattra la pierre pour former la tête de face creuse, par le moyen d'une cerche tracée sur l'arc AMB, posée d'équerre sur le parement creux & de niveau, ce qui se fera en la posant d'équerre aux arêtes des joins de tête.

A l'égard de la tête du côté du trompillon, on la fera ou parallele à la premiere, ou perpendiculaire au joint de lit, alors elle devient conique concave, & le lit de dessus du trompillon conique convexe.

Si au lieu des biveaux de lit & de doële, on vouloit se servir de ceux de tête & de doële, il n'y auroit qu'à élever sur un point 4, par exemple, de la corde 4' 3, pris à volonté, une perpendiculaire 4' T prolongée jusqu'à la rencontre du plan de la doële avec l'horison à la ligne S*o*, & prendre sur cette corde 4' 3, prolongée en *z*, la ligne 4 *z*, égale à la hauteur *d*D, & tirez *z* T, l'angle T *z u* sera celui du

bîveau de tête & de doële, avec lequel on peut ſe paſſer de celui de lit & de doële pour tracer la pierre, comme dans le cas précedent de la trompe rampante.

Explication Démonſtrative.

Fig. 77. Pour ſe former une idée nette & Géometrique de cette eſpece de trompe, il faut jetter les yeux ſur la fig. 77. où eſt repréſenté un cône ſcalene renverſé *anbm*S, dont la moitié S*mab*S ſert de ſuport à une portion cylindrique *def*; mais comme ce demi cône & ce demi cylindre ſont dans le vuide, il n'en reſte que les ſurfaces adhérentes au maſſif de pierre compris & ſoûtenu par les murs qui forment l'angle rentrant *abb*, avec leſquels il commence à faire corps depuis les impoſtes S*a* & S*b*.

Le profil ou ſection de ce maſſif, paſſant par l'angle des murs, & le côté le plus court du cône *ſm*, eſt le triangle *bm*S.

Cela ſupoſé, il ſera facile d'expliquer la conſtruction de la trompe, car en ſupoſant les lignes des impoſtes ou naiſſances S*a*, S*b*, en ſituation horiſontale au lieu de l'inclinée, on reconnoîtra que cette trompe peut être conſiderée comme une trompe conique de direction Droite & de face inclinée en Talud beaucoup plus grand que celle dont il eſt parlé au ſecond Tome, page 230. laquelle face étant couchée de niveau, devient la baſe d'une portion de Tour creuſe de beaucoup ou de peu de hauteur, quand ce ne ſeroit que le ſocle d'un balcon. Il eſt même de néceſſité indiſpenſable que la naiſſance de cette Tour ſoit unie, & ne faſſe qu'un corps avec la doële conique, parce que l'arête de la doële de la trompe, avec cette face renverſée, deviendroit trop aiguë, pour avoir la force néceſſaire à l'uſage de ſervir de ſuport.

Il faut encore obſerver que la même jonction de la trompe, avec la baſe de la Tour creuſe, ſe doit auſſi faire dans les lits qu'il faut prolonger de la trompe à la Tour, ce que l'on peut faire de deux manieres, ou en continuant la même ſurface du lit, auquel cas elle occupe la baſe de la Tour obliquement par des joins inclinez, qui ſont des portions d'Ellipſes, ou en faiſant un angle dans le lit pour reprendre la direction verticale du joint montant de la Tour, ce que l'on peut faire facilement en ſe retournant d'équerre ſur les bouts des cordes de l'arc horiſontal *amb*; mais alors ſi l'on veut donner aux pierres de la Tour la coupe qui leur eſt naturelle, on ne le peut qu'en faiſant un reſſaut du lit au joint montant.

Il nous reste à rendre raison de la pratique qu'on vient de donner, pour trouver le biveau de doële conique & de tête cylindrique. Il faut relever par la pensée, le trianple rectangle T 4 z, en situation verticale sur le plan horisontal OSB, en le faisant mouvoir autour de son côté T 4 immobile dans ce plan jusqu'à ce qu'il lui devienne perpendiculaire; en cet état la ligne 4 *u* sera une verticale dans le plan 4 z T, lequel est par conséquent aussi vertical; or parce que la ligne T 4 est, par la construction, perpendiculaire à la ligne 4°3, qui est l'intersection d'un plan horisontal, dans lequel est la base du cône renversé, avec le plan incliné de la doële plate, passant par la corde 4°3; il suit que les lignes T z & z 4 sont perpendiculaires à cette commune section 4°3, dont leur ouverture est l'angle d'inclinaison des plans de la doële plate conique, & d'une autre plane circonscrite à la cylindrique verticale passant par la même corde, parce qu'on a pris le suplément à deux droits T z *u*, *ce qu'il falloit démontrer.* Fig. 78.

Seconde Espece de Trompe renversée, lorsque la Tête est rampante.

Suposant la même projection horisontale que pour la trompe renversée de niveau, & la même inclinaison d'une imposte SÆ, nous nous servirons de la fig. 78. à laquelle nous ajoûterons la partie 79. qui est nécessaire pour trouver les ralongemens des joins de lit.

Ayant tiré la corde AB de l'arc donné AMB, on élevera au point A la perpendiculaire AR, égale à la hauteur où la trompe doit monter depuis le point B jusques sur A, & l'on tirera la ligne de rampe BR ensuite par les points 1, 2, 3, 4, des divisions des Voussoirs sur l'arc horisontal AMB, on menera des perpendiculaires à la corde AB, prolongées jusqu'à la ligne de rampe BR, comme 4*n*, 3*p*, 2*q*, 1*r*, & par les points *n*, *p*, *q*, *r*, on menera des perpendiculaires à la ligne de rampe *n* 2^4, *p* 2^3, Q 2^2, *r* 2^1, sur lesquelles on portera les longueurs N 4, P 3, *q* 2, R 1, qui donneront les points 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, par lesquels on tracera l'arc Elliptique B*m*R, qui sera la base inclinée de la trompe rampante, sur laquelle s'élevera sa tête ou face en Tour creuse, si l'on veut, ou en Voute hélicoïde.

Mais dans cette derniere construction il faut y faire un changement dont nous parlerons à la fin de ce Livre. Nous considererons seulement ici cette base comme plane; je veux dire, dont le contour est dans un plan incliné.

Ayant prolongé indéfiniment les lignes des hauteurs A Æ, *d*D, *e*E, qui étoient toutes égales dans la trompe précedente ; on portera sur chacune la hauteur que la rampe y ajoûte, sçavoir, sur AÆ, la hauteur AR du point Æ en a^2, sur *d*D, la hauteur R*r* du point D en d^2, la hauteur Q*q* de E en e^2, la hauteur P*p* de E en 3e, & la hauteur N*n* de D en 4e.

Les lignes Sa^2, Sd^2, Se^2 S3^e S4^e SÆ seront les vrayes longueurs des joins de lit, depuis le sommet S, dont on retranchera celles du trompillon E*y*F, qui est tout d'une piece, & dont la tête sera proportionelle & parallele à la base inclinée de la trompe.

Presentement si l'on veut faire les panneaux de doële plate & son dévelopement, on le peut commodément dans la même figure; sur SA prolongée, ayant pris Sb^4 égal à SÆ, pour base du triangle de la doële du premier Voussoir, du point S pour centre, & de l'intervale S 4e. longueur du second joint pour rayon ; on décrira un arc de cercle 4e 4^1, & du point b^4 pour centre, & de l'intervale B 2^4 ou *a* 2^1, corde du premier arc, on décrira un arc 1^1 4^d, qui coupera le précedent au point 4^d ; de même faisant du point 3e D un arc avec le rayon *s* 3e, & du point 4^d pour centre, un autre avec la corde 2^1 2^2, ou ce qui est la même chose 2^4 2^3 pour rayon ; on fera un arc qui coupera le précedent au point D, le triangle SD 4^d sera le second panneau de doële plate, ainsi des autres de suite, comme la figure le montre depuis le point b^d jusqu'en A^d.

Les biveaux de lit & de doële, & ceux de doële & de tête se trouveront, comme aux trompes coniques, rampantes, dont la face est verticale en faisant un cintre de face suposé sur une section verticale qui sera Elliptique, dont jes points principaux sont donnez sur la projection verticale, sçavoir m^2 pour le sommet, Y pour l'imposte inferieure, *x* pour la superieure, de même que les points des intersections des joins de lit avec la courbe de ce cintre, ce que l'on n'a pas fait dans cette figure pour ne la pas embroüiller, d'autant plus que cette espece de trompe est très peu d'usage ; nous nous contentons d'indiquer le moyen de la réduire aux regles des trompes rampantes ordinaires, pour trouver la section des doëles plates avec l'horison, & par conséquent les biveaux des lits & de ces doëles.

Remarque sur l'Usage.

Fig. 80. La premiere espece de trompe, dont la tête de face est de niveau,
& 81. peut servir à racheter une Voute sphérique *ab ab* fig. 80. & 81. sur un

quarré ʃS ʃS, parce que tous les arcs horiſontaux de cette ſurface ſont tangens aux murs ʃS ſur leſquels elle eſt apuyée, ce qui rend cette jonction agréable à la vuë, ou pour porter une baluſtrade de dégagement au platfond d'un eſcalier ouvert en rond dans ſon milieu ſur une cage quarrée, comme on voit fig. 81. & 82. mais la même trompe ſimplement rampante ne peut ſervir à racheter un berceau rampant, & tournant, comme le prétend le P. Deran, ſans y faire de changement, comme nous le dirons en ſon lieu.

Troiſiéme ſituation des Voutes Coniques, à l'égard des Cylindriques, lorſque les axes des deux Voutes ſont horiſontaux.

EXEMPLE.

Lunette ébraſée, Trompe ou Abajour qui rachete un Berceau de niveau.

Soit, fig. 83, l'angle rentrant ASB, la baſe horiſontale d'une Voute conique qui pénetre un berceau de niveau, dont l'arc vertical CR eſt une partie de l'arc-Droit. Sur AB, comme diametre, on décrira, à l'ordinaire, un demi cercle pour ſervir de cintre primitif; nous n'en mettons ici que la moitié B*b* pour ne pas trop embroüiller ce Trait, parce que ſupoſant l'axe du cône SC Droit ſur ſa baſe AB, une moitié de ſa baſe circulaire ou Elliptique ſera égale à l'autre. Fig. 83.

Ayant diviſé le quart de cercle B*b* en ſes Vouſſoirs, comme ici en deux & demi pour cinq Vouſſoirs, aux points 3, 4, & ayant abaiſſé ſur ſa baſe AB des perpendiculaires qui la couperont aux points TV, on menera par ces points & par le ſommet S, des lignes ST 3', SV 4', prolongées au-delà de T & V indéfiniment; ces lignes feront la projection horiſontale des joins de lit, dont on déterminera la longueur par le moyen du profil qu'on fera comme il ſuit.

Ayant prolongé l'axe SC indéfiniment vers *e*, on prendra ſur cette ligne, à volonté, un point *c*, duquel comme centre, & pour rayon CA ou CB. On repetera une moitié du cintre primitif en *b*H, portant ſes diviſions B4, 4'3 en *b* 2⁴, & 2⁴ 2₃, par leſquelles on menera des paralleles à la baſe *e*C, juſqu'à la rencontre de la perpendiculaire CD, qui la couperont en F & en G; enſuite du ſommet S & par les points F & G, on menera des lignes SG, SF, prolongées juſqu'à la rencontre de l'arc du berceau CR, l'une en K, & l'autre en M. On pro-

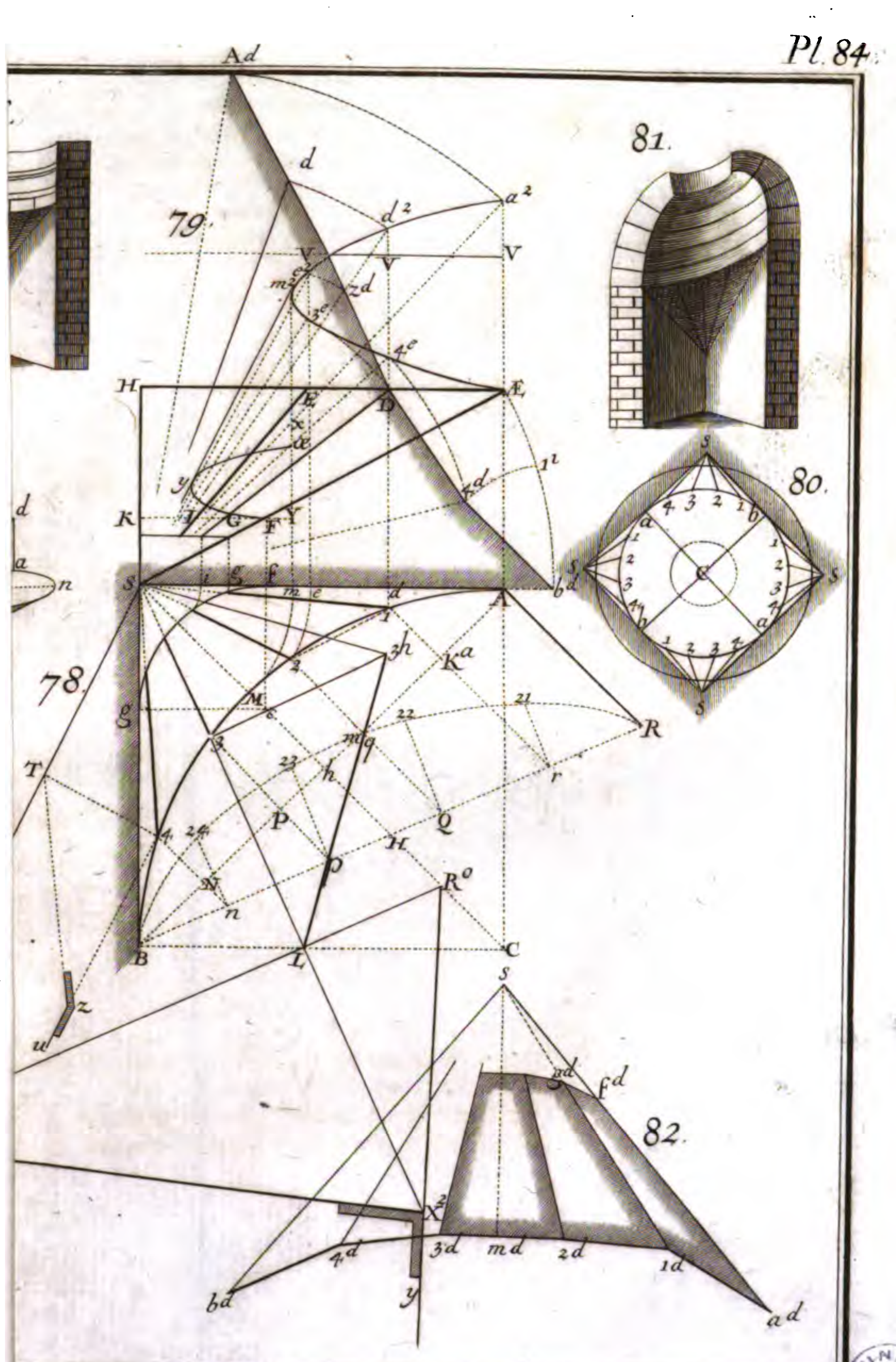
longera aussi SA en N ; les lignes SK, SM seront les projections verticales des joins de lit des divisions 3, 4, du cintre primitif, & de leurs deux correspondantes & égales, lesquelles serviront à déterminer les longueurs des projections horisontales ; car si par les points K & M on mene des paralleles à AB, comme K 4^l, M 3^l, elles couperont les projections horisontales des mêmes joins aux points 4^l 3^l, ainsi S 3^l est la projection horisontale, dont SM est la verticale, & S $4l$ est celle du même joint de lit dont SK est la verticale ; or ni l'une ni l'autre de ces projections est égale au véritable joint de lit, mais elles servent à les trouver dans un second profil, comme nous l'avons expliqué en parlant des trompes.

Soit une ligne droite placée à volonté S o, prise pour base du second profil, on portera sur cette base la longueur ST en S t, & S $3t$ en S 3^b, de même SV en S u, & S 4^l en S 4^b, & par les points t, u, 3^b, 4^b, on élevera des perpendiculaires, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes à ces points, sçavoir T3 en t 3^f, V 4 en u 4^f, & par les points $ſ$, 3^f, on menera la ligne $ſ$ $3f$ 3^x, qui coupera la perpendiculaire 3^b 3^x au point 3^x ; la longueur S 3^x sera celle du vrai joint de lit, de même S 4^t prolongée donnera S 4^x pour le vrai joint de lit, dont la projection est S 4^l.

Tous les joins que nous avons cherché jusqu'à present ne sont qu'à la doële, & suffisent bien pour faire les panneaux de doële plate ; mais pour former les panneaux de lit qui donnent aussi les joins de tête, il faut faire un extrados E 8 7 1, & chercher les projections de ses joins qui doivent passer par les points 7 8, de la même maniere que nous l'avons fait pour l'intrados B b, ce que nous ne répetons pas, parce que la figure & la quantité de pareils exemples qu'on a donné paroissent suffire.

Ayant trouvé les projections X $7l$ X 8^7, qui donnent pour projections des surfaces des lits les trapezes S 3^l 7^l X & S 4^l 8^l X, on ne cherchera pas les longueurs des côtez X 7^l, X $8l$, mais des diagonales S 7^l, S 8^l, pour cet effet on les portera sur la base du second profil S o^b en S 7^b, S 8^b, & ayant porté leur hauteur prise au premier profil en O o, L l sur les perpendiculaires 7^b 7^x & 8^b 8^x, on aura les points $7x$ $8x$, les lignes $ſ7x$, $ſ$ 8^x seront les diagonales cherchées.

Avec les trois lignes données pour les panneaux de doële, sçavoir les deux joins de lit & la corde d'une division du cintre primitif, on parviendra


Pl. 84.
79.
81.
80.
78.
82.

parviendra à former la doële plate, & avec les trois autres pour les panneaux de lit, sçavoir un joint de lit, une distance du sommet de la trompe à l'extremité de la tête à l'extrados, & l'intervale de la doële à l'extrados au cintre primitif, on parviendra à former les panneaux de lit.

PREMIEREMENT, pour les *panneaux de doële plate*, par exemple, pour un second Voussoir au-dessus de l'imposte marqué 4·3, on prendra au profil la longueur S f^3, ou ce qui est le même dans la trompe Droite S f^4, avec laquelle pour rayon, & d'un point f^d (fig. 84.) pour centre, on fera un arc 3^f 4^f, dans lequel on inscrira la corde 3·4 du cintre primitif, & l'on tirera les lignes S 3^f, S 4^f, sur lesquelles étant prolongées, on portera les longueurs S 3^x, S 4^x du profil en S^d 3^x S^d 4^x, la ligne 3^x 4^x sera la tête biaise de la doële plate. *Fig.* 84.

IL ne reste plus pour achever cette doële qu'à y placer la tête 3^n 4^n du trompillon, ou de la section d'un mur s'il s'agit d'une Lunette, comme à la fig. 86. prise à la fig. 83. en 3^n 4^n, pour en trancher le triangle isoscele f^d 3^n 4^n, en faisant un arc avec le côté f A' pour rayon, qui coupera les côtez f^d 3^x f^d 4^x en 3^n 4^n, le trapezoïde 3^n 3^x 4^x 4^n sera le panneau que l'on cherche.

PRESENTEMENT pour y ajoûter *les panneaux de lit* en dévelopement, on prendra la partie de la distance du sommet S à l'extrados dans le cône Droit inscrit, qui est f f^7 au profil, ou f f^8 avec laquelle pour rayon & du point f^d de la fig. 84. pour centre, on fera un arc en fg, & de l'intervale 3·7 du cintre primitif pour rayon, & du point 3^f pour centre, on décrira un arc qui coupera le précedent au point f, par lequel & par le point f^d, on menera la droite f^d 7^x, qu'on fera égale à f 7^x du profil, & par les points 7^x & 3^x, on tirera une ligne qui sera la corde de l'arc Elliptique, qui est la section du plan du lit de la trompe dans le berceau qu'elle rachete, & si l'on tire la ligne 7^x 7^n parallele à 3^x 3^n, & 7^n 3^n parallele à f 3^f, on aura le trapeze 7^x 7^n 3^n 3^x, qui sera le panneau de lit que l'on cherche.

PAR la même maniere on trouvera celui du lit de dessous 4. 8. 8. 4^x, comme il est aisé de le concevoir par les signes rélatifs à ceux du profil.

Aplication du Trait sur la pierre.

ON pourroit exécuter ce Trait par des Voussoirs à branche d'enfourchement, comme nous avons fait ceux de la rencontre d'un berceau en

descente avec un berceau de niveau ; il sera facile d'en apercevoir la possibilité en comparant ce que nous avons dit page 63 avec l'épure de ce Trait.

Les reins de la Voute en berceau en seroient même mieux apuyez & mieux liez à la trompe ; mais pour varier un peu les constructions, nous en donnerons ici une, où il n'est pas nécessaire de chercher le biveau d'inclinaison des deux doëles plates à l'enfourchement comme au Trait cité.

On formera un panneau de lit de fausse coupe incliné à l'horison, mais perpendiculaire au plan vertical, passant par l'axe de la trompe SC, qui aura sa tête de niveau, pour y pouvoir apliquer les biveaux mixtes des joins de lit en profil, avec l'arc-Droit du berceau de niveau.

Par exemple, pour former celui du second Voussoir 3'4, qui est designé par une tête 4 R, parallele à AB, & comprise entre les aplombs de doële 4 V, & d'extrados 8 *u*.

Si le cône inscrit est Droit, ce panneau sera un triangle qui pourra toûjours avoir pour un de ses côtez la longueur de l'imposte SA ou SB ; si le cône n'est pas droit circulaire, mais que le cintre primitif soit Elliptique, on cherchera la valeur des projections par des profils, ayant porté SV en S *o*, on lui fera la perpendiculaire *o* 4° égale à 4 V, la ligne S 4° sera la valeur cherchée.

De même sur S *u* projection de l'extrados 8, on élevera une perpendiculaire *u* 8° égale à la précedente 4 V ou R *u* avec ces deux longueurs, & l'intervale horisontal 4 R ou V *u*, on fera un triangle *s*° 4° 8° dont on fera usage, comme nous allons le dire.

Ayant dressé un parement pour y placer le panneau de doële plate 3ⁿ 3ˣ 4ˣ 4ⁿ, on y en tracera le contour & les points de répaire de la tête du cône Droit inscrit 3*f* 4*f*.

On formera ensuite le lit de dessus avec le biveau de lit & de doële trouvé, comme il a été dit au Tome précedent, au Trait de la trompe droite page 209.

On apliquera sur ce second parement le panneau du lit de dessus 7ⁿ 7ˣ 3ˣ 3ⁿ, avec les points de répaires du cône Droit inscrit *f* 3*f*, pour en tracer le contour & y marquer ces points.

Ensuite au lieu de former le vrai lit de dessous, on formera le faux lit, en abattant la pierre avec le biveau 3'4R, dont une des branches

sera posée sur les répaires $3^f 4^f$, & l'autre sera d'alignement avec ces deux points & le répaire du lit de dessus f ; ainsi on formera un troisiéme parement, sur lequel on apliquera le panneau 4^u u S^o de la fig. 85. posant le point 4^u sur l'arête 4^f, & la ligne 4^u S_o au long de la même arête pour tracer la ligne u 4^u, à laquelle on menera, par le point 4^x du panneau de la doële plate, une parallele qui servira à la position du biveau mixte SkQ du premier profil, qui est l'angle du joint de lit fk, avec l'arc-Droit du berceau KQ.

Par le moyen de ce biveau qu'on posera quarrément sur cette ligne qui est en œuvre une horisontale, on formera la doële concave du berceau, en creusant, suivant la branche courbe convexe, une plumée au point 4^x qui est le plus bas, & si l'on veut une seconde à côté, tirant vers l'extrados, qui donnera un second arc parallele au premier; ensuite on abattra la pierre suivant ces plumées, avec la régle posée d'équerre, qu'on fera couler sur les points 8_x, 3_x 7^x, comme l'on a coûtume de faire les segmens cylindriques, & la tête sera formée au lit de dessus sans en avoir connu la courbe.

On abattra ensuite le faux lit avec le biveau de lit inférieur & de doële, qui coupera cette surface cylindrique suivant un arc Elliptique qui se formera aussi sans l'avoir connu.

On auroit cependant pû les tracer, comme l'on a fait les joins de tête du berceau en descente, qui en rachete un de niveau page 64 mais on peut s'en passer comme l'on voit, & opérer avec exactitude.

Enfin avec le biveau mixte $3^t 4^t 8$ ou $4^t 3^t 7$ pris à la face du cintre primitif, & le biveau z^3 3^u 4^u, ou z^4 4^u 3^u pris sur l'arc A^t b B^t du trompillon ; on creusera les deux têtes de la doële conique sous la doële plate, observant exactement de poser ces biveaux, l'un sur les trois répaires f 3^f 4^f, l'autre sur les lignes 7^u 3^u 4^u, pour y faire des plumées creuses, sur lesquelles on fera couler la régle pour former la surface conique, comme il a été dit au commencement du second Tome, pour la formation de ces sortes de surfaces.

Explication Démonstrative.

La formation de la Voute conique est visiblement la même que celle des simples, dont il a été parlé au Tome précedent, par le moyen d'une pyramide inscrite dans le cône ; mais comme la tête ou arête de face de cette Voute est à double courbure, nous avons inscrit au-dedans un cône Droit, au-delà duquel est une partie sail-

lante qui eſt bien déterminée par la projection verticale faite ſur un plan parallele à l'axe du cône ; mais non pas les longueurs des joins de lit qui y ſont compriſes, parce que leur direction étant inclinée à l'axe d'où elles tirent leur origine au ſommet du cône, cette projection ne ſuffit pas pour en déterminer les longueurs, c'eſt pourquoi on eſt obligé de faire un ſecond profil, qui donne la valeur des joins de lit juſqu'à l'arête d'enfourchement, d'où rétranchant la partie du cône Droit inſcrit, le reſte eſt l'excès de la Voute ſur la trompe Droite ſimple.

USAGE.

Quoique ce Trait ne tombe pas ſouvent en pratique pour les trompes, il eſt très fréquent pour les Lunettes qu'on fait ſouvent ébraſées pour donner ou recevoir plus de jour, comme dans les nefs des Egliſes au-dedans des vitraux. On en voit de pareilles auſſi dans les fortifications comme dans les noyaux des Tours baſtionées du Neuf Briſack, où le magazin à poudre, qui eſt pratiqué, eſt éclairé par une lunette conique ſur-baiſſée, qui rachete le berceau du ſoûterrain qui tourne par pans autour du noyau.

Nous devons ajoûter ici une obſervation ſur le changement qui doit arriver lorſque la Voute conique eſt dans une ſituation contraire à celle du Trait précedent, c'eſt-à-dire lorſque le ſommet du cône, qui étoit au-dehors du berceau en S, eſt au-dedans, par exemple en S^r; alors l'ébraſement qui ſe faiſoit du dehors au-dedans, ſe fait au contraire du dedans au dehors, comme ſont quelquefois les abajours.

Il réſulte de cette difference de poſition du cône, que ſupoſant toutes choſes égales, il faut que la projection de l'arête d'enfourchement, & par conſéquent l'arête même ſoit faite en ſens contraire, tournant en concave ce qui étoit convexe, parce qu'au lieu que la clef étoit alongée de la quantité AN, elle ſe trouve ici racourcie de la quantité A9, dont la projection *g*C eſt moindre que C*n*, quoique l'on ſupoſe le cône égal ; dans ce cas il ſemble qu'il convient d'opérer par circonſcription, en faiſant paſſer le cône Droit par les impoſtes AB, qui ſont plus longues que la clef.

Si l'on fait attention au Trait dont il s'agit, tant dans l'un que dans l'autre cas, on réconnoîtra qu'il a déja été donné ci-devant, & ſous un autre nom, lorſque nous avons parlé de la rencontre des cônes avec les cylindres verticaux ; car ſi au lieu de conſiderer le berceau comme horiſontal, on le ſupoſe dans une ſituation verticale,

83.

84.

85.

86.

on reconnoîtra que l'arc CQ*ɂ*, qui étoit un profil, devient sans aucun changement intrinseque, le plan horisontal, & que le point N, qui est ici le profil du milieu de la clef, devient une des impostes, de sorte que le premier cas où la clef étoit convexe à son arête d'enfourchement, devient le second dont nous venons de parler, où la même arête est concave.

Quatriéme situation des Voutes Coniques à l'égard des Cylindriques, lorsque les axes sont inclinez à l'horison.

EXEMPLE.

Trompe Conique, biaise dans un angle obtus, rampante par une imposte, & de niveau à l'autre, rachetant un Berceau en descente.

Il semble par l'énoncé de ce Trait que j'imagine des difficultez bizarres qui ne peuvent être d'aucun usage dans la pratique; cependant j'ai eu occasion de l'exécuter dans une petite lunette, où la descente soûterraine au fossé est extrémement oblique à la direction de l'entrée d'un petit magazin, pratiqué dans l'épaisseur du rampart, *Pl.* 86. comme il est exactement exprimé à la fig. 88. J'ai dit que j'avois eu *Fig.* 88. occasion de mettre ce Trait en œuvre, & non pas que je l'aye fait, parce que je n'ai fait les Voutes que de briques au lieu de pierre de taille, qui auroit causé une dépense inutile, dans un endroit si peu fréquenté; mais comme la brique n'est pas commune par-tout, il peut arriver qu'on ait besoin d'en faire en pierre de taille, au moins l'arête d'enfourchement.

Soit (fig. 87.) l'angle obtus ASB, dont les côtés inégaux AS, BS *Fig.* 87. sont terminez en A & B par le piédroit GD, d'un berceau GFED, qui descend de D vers G.

Il s'agit de vouter le renfoncement triangulaire ASB, de maniere que sa Voute apuye & rachete celle du berceau, ce qu'on ne peut mieux faire que par une trompe conique biaise, dont l'imposte SA doit être rampante de S vers A de toute la quantité A*r*=AR, de la descente du berceau depuis B vers A, que nous avons exprimé par AR; ensorte que si l'on supose les triangles SA*r* & BAR qui sont ici dans le plan du papier, se mouvoir au-tour de leur côté SA & BA jusqu'à ce qu'ils lui soient perpendiculaires; les points R & *r* se réüniront sous A, & les lignes A*r* & AR n'en feront plus qu'une aplomb.

J'ai dit qu'il falloit que la seule imposte SA fût rampante, parce

qu'il convient que l'imposte SB, qui doit servir de linteau à une porte IK, soit de niveau.

Ayant donc fait au point A, qu'on suposera de niveau avec B, une perpendiculaire AR égale à la difference de niveau que donne la descente depuis B vers A ; on tirera RB qui représentera l'imposte de la descente du berceau, laquelle RA doit être prise pour le diametre du cintre primitif de la trompe, lequel doit ramper comme l'imposte du berceau.

Il faut présentement chercher le demi diametre vertical CH de ce cintre, pour lui donner la plus grande hauteur qu'il est possible, afin d'apuyer solidement les reins du berceau, échancrez par la rencontre de la trompe.

On divisera AB en deux également en P, & l'on tirera PC perpendiculaire sur AB, qui coupera RB aussi en deux également en C.

Par les points S & P on tirera la droite S*q*, qui coupera les impostes du berceau en descente, l'une en P, l'autre en *q*; la partie P*q* feroit le diametre d'une section Elliptique du berceau s'il étoit de niveau, mais comme il monte de A vers B, si l'on tire *qg* perpendiculaire sur AB, on reconnoîtra que le point *q* doit être au-dessus de P d'une quantité proportionnelle à la distance de P à *g*, en disant BA. AR : : P*g*. *gx*, ainsi ayant fait la ligne *q*Q égale à *gx*, & perpendiculaire sur P *q* ; on tirera PQ, qui sera le diametre rampant de la section du berceau, coupé par un plan vertical passant par le sommet S de la trompe, & le milieu de sa clef.

Si l'on supose le berceau en plein cintre DVE à sa section verticale, le demi diametre C*V donnera celui de l'Ellipse à faire sur PQ, ainsi avec les deux diametres conjugez PQ & C*V transporté en C** L, & l'angle PC** L que fait le diamettre rampant PQ avec la verticale ML ; on décrira la demie Elliptise PLQ par le Probl. 8. du second Livre.

Soit donc PTL le quart de cette Ellipse, on élevera sur SP, au point S, une perpendiculaire S*m* égale à CP, & par le Probl. III. du même Livre, on tirera de ce point *m* une tangente au quart d'Ellipse PTL qui le touchera au point T, par où on abaissera une perpendiculaire sur S *q* qui la coupera au point Y, la longueur PY exprimera la plus grande profondeur de la lunette dans le berceau suivant la clef de la trompe.

Et si du point P on éleve une perpendiculaire sur P q, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne m T en h, la ligne Ph sera le demi diametre vertical du cintre primitif de la Voute que l'on cherche.

Avec le grand diametre rampant RB, le demi diametre vertical CH, qui doit être égal à Ph, & l'angle de la descente R avec l'aplomb CH, on décrira, par le Probl. 8. du second Livre, la demie Ellipse RHB, dont on fera le cintre primitif de la trompe.

L'ayant divisé en ses Voussoirs, par exemple en sept, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaissera de ces points des perpendiculaires sur AB, lesquelles étant prolongées, couperont le diametre rampant aux points o^1, o^2, o^3, &c. & l'horisontale AB aux points p^1, p^2, p^3, &c. par lesquels & par le point S on tirera autant de lignes jusqu'à la rencontre de l'imposte oposée du berceau FE. Pour avoir autant de diametres des sections du berceau qu'il y a de joins de lit à la trompe, lesquels diametres doivent tous être rampans, les uns en montant, les autres en descendant, ce qu'il est facile de connoître en tirant du point S, sommet de la trompe, une ligne SN perpendiculaire aux côtez du berceau; les sections obliques faites par les joins de lit de la trompe prolongez, seront en descente depuis O vers X, & en montée depuis O vers C*.

Pour trouver facilement la quantité, dont chacune de ces Ellipses rampent, on menera par le point O une ligne r O b parallele à RB, & par tous les points m^1 m^2 m^3, &c. où les projections des joins de lit prolongées coupent la ligne du milieu X C*, on lui menera des perpendiculaires qui couperont la ligne de rampe r O b aux points z^1, z^2, z^3, z^4, &c.

Par tous les points m^1, m^2, m^3, &c. on tirera des perpendiculaires $m\,l$, aux projections des joins de lit prolongez S m^1, S m^2, &c. sur lesquelles on portera les longueurs $m^1 z^1$, $m^2 z^2$, &c. en dessus depuis O vers C*, & en dessous depuis O vers X, lesquelles lignes donneront les points c^1, c^2, c^3, c^4, &c. qui seront les centres des differentes Ellipses qu'il faut tracer, dont le diametre vertical C^1 L^1, C^2 L^2 est toûjours égal à C* V.

Les demi diametres rampans & verticaux de toutes ces demies Ellipses étant donnez & leurs angles de conjugaison, on les décrira par le Probl. 8. du second Livre, comme on les voit dans la figure; il ne reste plus qu'à trouver la rencontre des joins de lit de la trompe avec chacun de ces quarts d'Ellipses.

Sur chacun des joins de lit en projection, on élevera une petite perpendiculaire au point S, qu'on fera égale à la distance de la ligne AB de niveau avec le diametre RB rampant, & une seconde perpendiculaire sur AB, au point où cette projection de joint de lit coupe la ligne AB.

Ainsi, par exemple, pour le second joint S p^2, on élevera au point p^2 la perpendiculaire $p^2\ b^2$, qu'on fera égale à la hauteur de retombée 2 o^2 du cintre primitif RHB; ensuite au point S on fera la petite perpendiculaire S $2'$ égale à $p^2\ o^2$, & par les points $2'$ & b^2 on tirera la droite $2'\ x^2$, qui coupera le quart d'Ellipse $p^2\ x^2\ l^2$ au point x^2, d'où l'on abaissera sur l'horisontale S m^2 la perpendiculaire $x^2\ y^2$, qui donnera le point y^2 de la projection de la rencontre du joint de lit avec l'arête de la lunette à son intersection avec la surface du berceau, que l'on cherche.

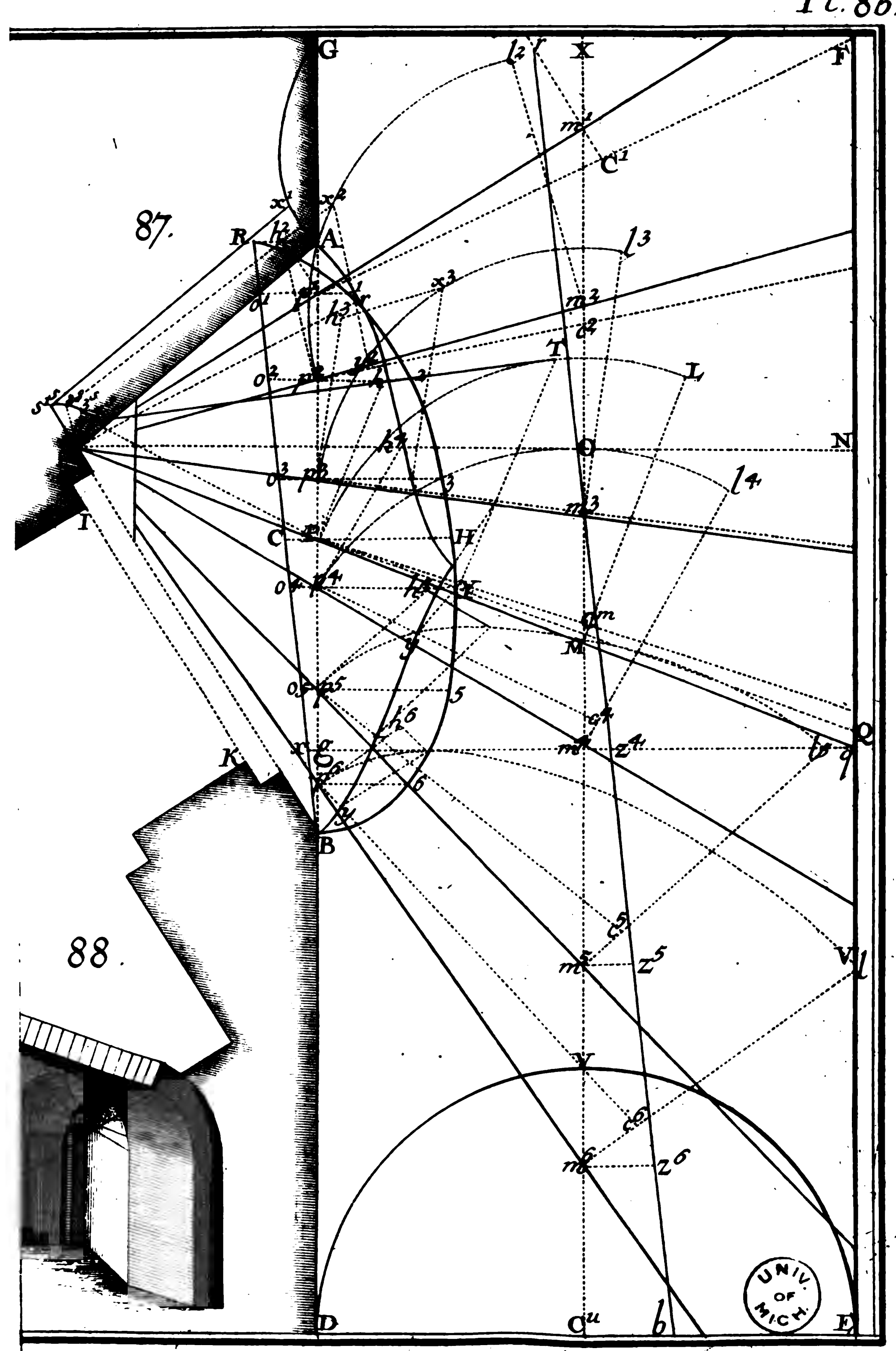
On cherchera de même tous les points x pour avoir les vrayes longueurs des joins de lit en S x, & dans les points y pour avoir la courbe RyYyB de la projection de l'arête de rencontre des deux doëles de la trompe & du berceau.

Cette projection & les longueurs des joins de lit étant donnez, il est visible par tous les exemples des enfourchemens des Traits précedens, que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de doële plate, & chercher les biveaux; & enfin pour tracer les Voussoirs par équarrissement si l'on veut, en faisant un lit de suposition horisontale passant par AB, ou parallelement à AB au-dessus dans les Voussoirs qui aprochent de la clef, & au-dessous pour la naissance en R, & raportant à ce plan de suposition toutes les hauteurs des retombées du cintre primitif sur l'horisontale, passant par le point le plus bas du Voussoir, ce qui est facile à concevoir & à exécuter, si l'on a compris ce qui a été dit dans toute cette seconde partie des Voutes composées.

Explication Démonstrative.

Si l'on supose des plans verticaux passant par les joins de lit de la trompe prolongez, il est évident qu'ils feront deux sections, l'une triangulaire dans le cône, parce qu'ils passent par son sommet, l'autre Elliptique dans le cylindre, parce qu'ils le coupent tous (à la réserve d'un seul) obliquement à son axe, par conséquent l'interjection de tous les triangles avec toutes les Ellipses qui sont dans les mêmes plans verticaux, sera l'arête de rencontre des deux surfaces, d'où il suit

que


87.
88.

quent si de tous ces points d'intersection on abaisse des verticales xy, on aura, sur le plan horisontal, la projection de cette arête qui est courbe à double courbure.

Mais à cause que le Berceau est supposé en descente, & le point S de niveau avec le point B, il arrive que le plan du triangle par l'axe, sera incliné à l'horison suivant la ligne RB, par conséquent que le sommet S sera d'autant plus haut que tous les points p de la ligne A B, qu'on supose de niveau avec B, que chacun de ces points p aprochera de B, où S & B; sont de niveau, c'est pourquoi nous avons porté sur le point S les hauteurs op, op, qui marquent de combien l'imposte est au dessous du niveau de S & de B.

Ou l'on peut remarquer que ces hauteurs ainsi rangées autour de S donnent des rayons d'une spirale S 1' 2' 3', &c.

CHAPITRE TROISIE'ME.

DES RENCONTRES DES BERCEAUX avec les Voutes sphériques.

L'UNIFORMITE' de la Sphère, n'offre pas beaucoup de combinaisons de rencontres avec les Berceaux. Quant à la Sphère considerée en elle-même, il n'y en a que deux; sçavoir, lorsque l'axe du Berceau passe par le centre de la Sphère, & lorsqu'il n'y passe pas; mais si l'on fait attention à l'arangement de ses lits, & à la situation du Berceau à l'égard de l'horison, on pourra multiplier les cas de ces rencontres, lorsque le Berceau est vertical, comme une Tour. 2°. Lorsqu'il est horisontal. 3°. Lorsqu'il est incliné en descente; nous allons traiter de chacun en particulier.

PROBLEME. V.

Faire un Berceau en situation, quelconque qui rachete une Voute sphérique

PREMIER CAS.

Berceau Droit ou biais de niveau, qui rachete un Cu-de-Four.

Soit (fig. 89.) le trapeze ABDE, le plan horisontal d'un Berceau de niveau, dont le demi cercle BHD, est l'arc-droit, & la ligne cx PL. 87. *Fig.* 89.

son axe prolongé, qui ne passe pas par le centre C de la Sphère FPAE, ce qui fait une rencontre biaise, que nous choisissons pour exemple, parce qu'elle est un peu plus difficile que la Droite, qui est celle où l'axe du Berceau passe par le centre C de la Sphère; dans le premier cas, les Voussoirs d'enfourchement sont égaux de part & d'autre de la clef, au lieu qu'ici ils sont tous differens.

Ayant divisé le centre primitif du Berceau, (qui est ici l'arc-droit BHD) en ses Voussoirs, aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles à la direction indéfinies 1 n^1, 2 n^2, &c.

On fera ensuite un profil de la Voute sphérique sur son diametre FG, qui est parallele à la direction du Berceau; à son milieu, on élevera une perpendiculaire CP, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées du Berceau 1 p^1, 2 p^2, en Cr^1, Cr^2, par où on tirera des horisontales qui couperont l'arc FP en t^1, t^2, d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur la base de profil FG, qui la couperont aux points Q^1, Q^2.

Du point C pour centre, on tracera par ces points des arcs de cercles concentriques, qui couperont chacun deux des projections de lit du Berceau correspondantes; sçavoir, l'arc sur Q^1, coupera la projection p^1, n^1, au point n^1, & sa pareille provenant du point 4, qu'on supose de même hauteur que le point 1, au point n^4. L'arc passant par Q^2, coupera de même les deux projections des joins de lit, à côté de la clef en n^2, n^3.

Par les points trouvez A n^1, n^2, n^3, n^4 E, on tracera une courbe, qui sera la projection de l'arête de l'enfourchement du Berceau & de la Voute sphérique, laquelle courbe est un Ellipsimbre. Au lieu de cette courbe, il suffira de mener des lignes droites d'un point à l'autre, qui en seront les cordes.

Nous n'ajoûtons pas de profil de la courbe de l'arête d'enfourchement, parce qu'il est inutile pour trouver les longueurs des joints de lit, qui sont déja données à la projection, dans la supofition que le Berceau soit de niveau. Il n'en n'est pas de même lorsqu'il est en descente, comme on le verra au trait suivant.

Par le moyen des longueurs des joints de lit AB, n^1 p^1, n_2 p_2, &c. on fera les *Panneaux de doële plate du Berceau*, suivant la maniere ordinaire; par exemple pour le quatriéme Voussoir, ayant porté à part la corde $3^{\cdot}$ 4, en 3^d 4^d, de la fig. 91. & ayant tiré deux per-
Fig. 91. pendiculaires par ses extrémitez 3^d, 4^d, on portera sur l'une la lon-

gueur p^4, n^4, & ſur l'autre la longueur de laprojection p^3 n^3, le trapeze p^3, n^3, n^4, p^4, ſera le panneau que l'on cherche ; ainſi des autres qui ſont tous tracez de ſuite à la fig. 91.

Presentement, il faut faire le *panneau de doële plate de la* partie de la *Voute ſphérique*, que comprend le Vouſſoir d'enfourchement, dont la projection horiſontale eſt le triangle mixte n^3 q n^4, compris par l'arc n^3 q, la ligne droite q n^4, provenant du centre C, & la corde n^3, n^4, commune aux deux doëles du Berceau & de la Voute ſphérique.

On tirera du centre C par les deux extrêmitez de la ligne n^3, n^4, & par ſon milieu des lignes droites entre les deux projections des lits de deſſus & de deſſous comme n^3 t, q n^4, & M m, & les cordes n^3 q & t n^4, qui couperont la ligne du milieu M m, prolongée en y & z.

Cette préparation étant faite au plan horiſontal, on en fera encore une au profil, on portera la fléche M y, en t^2 V, & z m en t^1 u, ſur l'horiſontale t^1 r^1, & l'on tirera la ligne V u.

On déterminera enſuite la longueur du Vouſſoir de la Voute ſphérique, qui peut s'étendre au-delà de la partie de l'enfourchement, autant que la grandeur de la pierre qu'on veut employer le permettra comme q d ; mais pour la facilité de l'exemple, nous n'embraſſerons que la partie de l'enfourchement n^3 q.

On portera dans une place à part la corde t n^4 en NT, de la fig. 90. ſur le milieu de laquelle on fera une perpendiculaire M m, égale à la ligne V u, du profil par l'extrêmité M, de laquelle on tirera une parallele à TN, ſur laquelle on prendra la longueur MQ égale à M q, de la fig. 89. & M n égale à M n^3, le trapeze Q n NT, ſera celui de la doële plate d'un Vouſſoir de la Voute ſphérique, de laquelle il faut retrancher pour le Berceau de niveau, le triangle T n N, fait par la diagonale n N.

Si le Vouſſoir étoit plus long, on pourroit lui ajoûter la longueur q d, déterminée au plan horiſontal par q d en Q d, de la fig. 90. & n^4 i en N i ; mais alors il faut tirer les cordes d n^3 & i t, qui donneront de plus grandes fléches, par conſéquent la ligne V u du profil, ſera plus éloignée de t^2, t^1, & le panneau ſera fait.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement de ſupoſition horiſontale, on y tracera

les angles rectilignes $q\ n^3\ p^3$, & $n^3\ q$ S, dont l'un est celui de la corde $q\ n^3$, avec la projection n^3, p^3, de la projection du joint de lit du Berceau, l'autre celui de la même corde, avec le joint montant de la Voute sphérique, sur lequel on portera la retombée $b\ n$, pour mener une parallele à cette corde, suivant laquelle on abattra la pierre avec le biveau de doële plate & d'horison V n O', pour former la doële plate de la Voute sphérique, sur laquelle on apliquera le panneau qu'on vient de faire à la fig. 90. pour y en tracer le contour, & former le Voussoir en portion de Voute sphérique avec ses lits, comme il a été dit en parlant des Voutes simples, tom. 2. pag. 325. de la même maniere que si la Voute n'étoit point pénétrée par un Berceau, à la réserve du lit de dessous qu'il ne faut pas encore faire, parce que le plan de suposition horisontale, qui est le premier parement qu'on a fait, doit servir pour la formation des deux doëles.

Par le moyen de ce parement, on formera la partie du Berceau qui aboutit à la doële sphérique, par la même maniere qu'on vient d'employer, c'est-à-dire, avec le biveau de la doële & d'horison O 4 3, avec cette différence, qu'il ne sera pas nécessaire d'y faire une préparation de doële plate; on formera ce biveau tout d'un coup mixte, ayant une branche droite O4, & une courbe 4 l 3.

Faisant couler la branche droite sur le parement de suposition horisontale, perpendiculairement à la ligne $n^4\ p^4$ qu'on y supose tracée par le point n^4, parallelement à la premiere $n^3\ p^3$, & abattant la pierre suivant l'exigence de la branche courbe 4 l 3, qui doit être aussi toujours perpendiculaire à la même ligne.

Les deux doëles creuses étant finies, on prendra les biveaux mixtes de doële & de lit de dessous, suivant lesquels on abattra la pierre, pour former le lit plan du Berceau, & le lit conique convexe de la Voute sphérique, lesquels par leur intersection, donneront l'arête de rencontre des deux lits, & la pierre sera achevée.

REMARQUE.

On voit que par cette méthode, on n'a besoin ni de panneaux de doële de Berceau, ni de panneaux de lit de l'une & de l'autre Voute, ce qui rend l'opération beaucoup plus simple & plus commode, que celle qu'on trouve dans les Livres de la coupe des pierres.

SECOND CAS.

Berceau en descente Droite ou biaize, qui rachete une Voute sphérique.

SOIT (fig. 96.) ABDE, la projection horisontale du Berceau, & le cercle KPAE, la base horisontale de la Voute sphérique où il aboutit. Fig. 96.

SUR BD, diametre du cintre primitif, ayant décrit le demi cercle BHD, ou la demie Ellipse BSD, dont l'une est le cintre de face, l'autre l'arc droit, & l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera à l'ordinaire par ces points, ou par leurs projections p^1, p^2, &c. (si la face de descente BD, étoit oblique à sa direction) des paralleles à la direction de la descente, qui couperont le diametre PQ, de la Sphère (perpendiculaire à cette direction) aux points c^1, c^2, c^3, c^4, & le contour de la Sphère aux points b^1, b^2, b^3, b^4.

ON fera ensuite le profil de la descente sur le côté BA, prolongé en M^e, jusqu'à la rencontre du diametre PQ. Puis par le point E, on menera une perpendiculaire à MB, qui coupera cette ligne en e, où l'on fera l'angle de rampe BeF, qu'on supose donné, dont le côté eF, coupera DB prolongé en F, suposant la face de descente perpendiculaire à sa direction horisontale; car si elle ne l'étoit pas, il faudroit toujours faire BF perpendiculaire sur eB.

POUR achever ce profil, on portera sur BF prolongée, les hauteurs des retombées 1 p^1, 2 p^2, en F f^1, F f^2, par où on menera des paralleles à la ligne de rampe F^1, N^4, F^2, N^3 prolongées indéfiniment.

SI l'on avoit pris pour cintre primitif l'arc-droit BSD, on auroit porté les hauteurs des retombées sur une perpendiculaire à la rampe en GR^1, GR^2, & l'on auroit continué de même.

ENSUITE du point M^e, où la base Be coupe le diametre de la Sphère PQ, pour centre, & de toutes les distances $c\,b$, pour rayon, prises successivement, on fera des arcs de cercles qui couperont les profils des joins de la descente, en des points qui donneront les avances de l'arête de la lunette.

AINSI du point M^e pour centre, c^1, b^1 pour rayon, on décrira

l'arc N^1 1, qui coupera le premier joint $F^1 N^4$, au point N^1. Du même centre M^c, & pour rayon la longueur $c^2 b^2$; on décrira un second arc qui coupera le second joint de lit $f^2 N^3$, au point N^2; du même centre & de l'intervale $c^3 b^3$, on tracera un arc qui coupera le second profil, qui sert aussi pour le troisiéme joint en N^3. Ainsi du quatriéme qu'on trouvera du même centre avec c^4, b^4 pour rayon.

Pour avoir les mêmes points du profil en projection horisontale, il n'y a qu'à abaisser des perpendiculaires sur les projections horisontales, correspondantes des joins de lit $p^1 n^1$, $p^2 n^2$, qu'elles couperont aux points n^1, n^2, n^3, n^4, par lesquelles on menera des lignes droites, qui seront les projections des rencontres des doëles plates du Berceau avec celles de la Voute sphérique.

Si au lieu de ces lignes droites, on trace par les mêmes points une ligne courbe, elle sera la projection horisontale de l'Ellipsimbre, qui se forme par l'intersection des surfaces de ces deux corps, laquelle courbe est rampante de la hauteur A *a*, qui est la différence du niveau des impostes *e* & *a*.

Les projections verticale & horisontale étant faites, il faut former l'arc-droit BSD, comme à toutes les descentes, par le moyen d'une perpendiculaire GR^2 à la rampe *e* F, portant les longueurs GR^1 & GR^2, en p^1 1r, p^2 2r, &c.

Presentement on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux des doëles plates des deux Voutes ; celui de la Voute sphérique se fera comme au cas précédent, & celui de la descente du même Voussoir qui fait l'enfourchement, se fera par le moyen des longueurs & des avances des joins de lit donnez au profil, & de leur intervale donné à l'arc-droit, comme nous l'avons tant de fois repeté.

Fig. 96. Il ne reste qu'à chercher le biveau nécessaire, pour donner à ces deux doëles l'inclinaison qu'elles doivent avoir entre-elles, pour former la rencontre d'enfourchement des deux Voutes.

Suposons, par exemple, qu'on cherche le biveau de rencontre des deux doëles du second Voussoir marqué au cintre primitif 1s 2.

On portera la hauteur N^1 *n* du profil, en p^1 V, au-dessus de la projection p^1, du point 1, qui est le plus bas du Voussoir; ensuite on prolongera la corde 2s 1, jusqu'à la rencontre du diametre DB pro-

longé, qu'elle coupera en *q*. Par le point V, on menera VY parallele à 1 *q*, qui coupera la même ligne BF en Y, par où & par le point n^1, de la projection horisontale d'enfourchement du premier lit, on tirera la ligne Y *y*, qui sera l'intersection de la deuxiéme doële plate du Berceau avec l'horison.

L'INTERSECTION de la doële plate de la Voute sphérique, est donnée à la projection horisontal en n^1 *s*, par la corde menée d'un de ces points à l'autre, parce que si la Voute sphérique n'étoit pas percée par le Berceau, ses lits seroient continuez de niveau.

LES sections des doëles plates du Berceau en descente, & de la Voute sphérique avec le même plan horisontal, étant données avec la projection n^1 n^2, de leur arête de rencontre, il sera aisé de trouver l'angle de leur inclinaison mutuelle, par le Probleme 12. du 3e. Livre ; mais pour ne pas y renvoyer le lecteur, nous en ferons ici l'aplication dans une figure 92. à part, pour ne pas embroüiller la fig. 96. *Fig.* 92.

AYANT transporté en un endroit à part, les angles des lignes *y* n^1, n^2 & n^2 n^1 *s*, avec la longueur n^1 n^2, de la projection de la fig. 96. en Z 1 2, & 2 1 *s*, de la fig. 92. & fait 1 2, égal à n^1 n^2 ; on élevera sur cette ligne au point 2, une perpendiculaire 2 *b*, qu'on fera égale à la hauteur *t* 2, de la retombée du second Voussoir. Par le point *b*, ayant tiré la ligne *b* 1, on lui fera une perpendiculaire *b p*, qui coupera 1 2, prolongée au point *p*, par où on tirera à la même ligne 1 2, une perpendiculaire ZS, qui coupera les lignes données d'intersection des deux doëles avec l'horison aux points Z & S sur 1 *p* prolongée ; on portera la longueur *p b* en *p x*. Si de ce point *x*, on tire des lignes en Z, & en S, l'angle Z *x* S, sera celui que l'on cherche pour assembler les doëles plates qu'on supose faites, comme on l'a dit au trait précedent, & telles qu'on les représente aux fig. 93. & 94. avec les mêmes lettres du plan horisontal.

Aplication du Trait sur la pierre.

SI l'on ne cherchoit point à ménager la pierre, on pourroit faire l'aplication de ce trait, de la même maniere qu'au cas précedent, par la suposition d'un parement horisontal ; mais comme l'inclinaison de la descente, laisseroit un grand vuide au-dessus, elle occasionneroit trop de perte de pierre, c'est pourquoi nous revenons à la même pratique que nous avons donné pour les enfourchemens des Berceaux en descente, avec ceux qui sont de niveau.

Ayant dressé un parement destiné pour une des deux doëles plates, par exemple pour celle du 2ᵉ. Voussoir du Berceau en descente, on y apliquera le panneau de la fig. 91. qui convient à ce Voussoir qu'on se propose de faire, pour en tracer le contour, puis avec le biveau des deux doëles trouvé, comme il a été dit à la fig. 92. & posé d'équerre sur l'arête commune, on abattra la pierre suivant l'angle Z x S, pour former un second parement, sur lequel on apliquera le panneau de la fig. 93. de la doële plate de la Voute sphérique, pour en tracer aussi le contour.

Les deux têtes des doëles qui se rencontrent, & les arêtes des joins de lit qui les comprennent étant données, il est visible qu'il n'y a plus qu'à abattre la pierre avec les biveaux de lit & doële plate, donnez aux arcs-droits des deux Voutes ; par exemple $2^r\ 1^r\ 5^r$, pour le lit de dessous de la branche de la descente, & $1^r\ 2^r\ 6^r$, pour celui de dessus.

Quant à la partie de la doële sphérique, si le Voussoir ne fait pas une branche ; mais seulement une tête au bout du rang de la descente, on n'aura à faire que le lit de dessus, suivant l'angle K r^2 T du profil, celui de dessous étant retranché par la rencontre du Berceau ; mais si le Voussoir fait une branche, comme il convient à la bonne construction, il aura deux lits inégalement longs, celui de dessus comprendra la longueur de la branche sphérique, outre la largeur de celle qui entre dans le Berceau, & celui de dessous, ne s'étendra qu'au long de la branche.

On sçait qu'outre les biveaux de lit & de doële, il faut encore se servir de ceux de doële & de tête ; mais comme ceux-ci n'ont rien de particulier dans les rencontres des Voutes, nous n'en faisons pas mention ordinairement, parce qu'ils sont toujours les mêmes qu'ils doivent être à chaque espece de Voute simple.

Celui de la partie sphérique, sera toujours l'angle de la corde avec le rayon de la Sphère, par exemple, l'angle $n^3\ d\ n^4$, qui change d'ouverture, suivant le plus ou le moins de longueur de la corde du Voussoir.

A l'égard de celui de tête de la descente, si le Voussoir n'atteint pas à la face d'entrée, il sera Droit en retour d'équerre, pour la continuation de la Voute, & s'il s'étend jusqu'à la face, il sera d'une ouverture qu'il faut chercher, comme il a été dit au tome précedent, en parlant des Voutes simples, selon qu'elle sera à plomb ou en talud, ce qu'il est inutile de repéter.

Nous n'ajoûtons rien ici touchant la différence du cas où la descente est

eſt biaiſe, nous en avons aſſez parlé au tome précedent, en traitant des Voutes ſimples, & cette différence qui en cauſe peu dans l'enfourchement, n'influë en rien dans la maniere d'en faire la projection.

Explication Démonſtrative des deux Traits précedens.

Si l'on ſupoſe, ſuivant la méthode générale que nous avons donné au premier Livre, pour trouver les interſections des ſurfaces de differens corps, que la Voute ſphérique & le Berceau en deſcente, ſont coupez par des plans verticaux, paſſans par les projections des joins de lit du Berceau, en telle ſituation qu'on voudra, ou de niveau comme au cas précedent, ou en deſcente comme dans celui-ci; ces plans verticaux, feront par leurs ſections, des parallelogrames dans le Berceau, & des cercles dans la Voute ſphérique. La ſeule différence qu'il y aura dans les différentes ſituations du Berceau, ſera que ces parallelogrames qui étoient rectangles, lorſque le Berceau étoit de niveau & ſa face à plomb, feront obliqu'angles, s'il eſt ſupoſé en deſcente; mais leurs hauteurs verticales ſur la rampe étant entre mêmes paralleles, feront toujours égales aux hauteurs des diviſions du cintre de face, qu'on ſupoſe vertical, dans l'un & l'autre cas; on peut donc apliquer les hauteurs de ce cintre, dans le cercle majeur de la Sphère, qui ſert de ſection de profil, comme ſi le Berceau en deſcente étoit de niveau.

Il eſt clair que tous les plans verticaux, qu'on ſupoſe paſſer par les joins de lit du Berceau, font par leur ſection, dans la Voute ſphérique des cercles inégaux, ſelon qu'ils paſſent plus près ou plus loin du centre de la Sphère, & que les rayons de ces cercles, ſont les longeurs $c^1\ b^1$, $c^2\ b^2$, $c^3\ b^3$, &c. menées depuis le diametre PQ, à la circonférence de la baſe de la Voute ſphérique, qui eſt retranchée par la pénétration du Berceau.

Or, comme dans la projection verticale, le diametre PQ, n'eſt repréſenté que par un ſeul point M; il eſt viſible que tous les centres c^1, c^2, c^3, c^4, qui étoient ſur ce diametre, ſont réünis dans ce ſeul point M, qui à ſervi a faire tous les arcs de cercle, qui ont déterminé les points d'interſection des joins de-lit du Berceau, à l'arête de l'enfourchement.

La conſtruction des panneaux de doële plate, n'a pas beſoin d'explication, il eſt viſible que les inclinaiſons des plans, étant différentes,

celui de la doële du Berceau, retranchera toujours une partie triangulaire de celui de la Voute ſphérique, & qu'il s'agit ſeulement de trouver l'angle que font entr'eux ces deux plans.

Pour trouver cet angle, nous avons cherché ſuivant notre méthode générale du Probleme XII. du 3e. Livre, la ſection de chacun de ces deux plans de doële plate avec l'horiſon ; celle de la ſphérique ſe trouve ſans difficulté, par la corde de la baſe du Vouſſoir, mais pour celle du Berceau, il y faut un peu plus d'attention.

Si on examine ce que nous avons fait, on reconnoîtra que nous avons imaginé une ligne horiſontale N^1, O^r paſſant par le point le plus bas du Vouſſoir 1^r 2, qui étoit propoſé à faire, laquelle peut être conſiderée comme un plan horiſontal, paſſant par ce point, & par le ſecond lit de la Voute ſphérique ; or, ce plan eſt plus bas que le point F, qui eſt la projection verticale du diametre BD, d'entrée de la deſcente, de la hauteur de la ligne $r\,u$, qui eſt une partie de l'aplomb $N^1\,u$, composé de la hauteur de la retombée $N^1 r$, laquelle eſt égale à $1\,p^1$, du cintre primitif, & f^1 F du profil, par conſéquent p^1 V, fera égale à $f^1 F + F\,i = N^1\,r + r\,u = p^1\,1 + 1\,V$.

Donc le plan de la corde 2^r 1 prolongé, & tranſporté en VY, rencontrera le plan horiſontal, dont nous parlons, à une diſtance BY, du point B, & par la conſtruction, il paſſera par le point n^1, qui eſt la projection du point N^1 du profil ; donc la ligne Y $n^1 y$, eſt la ſection de la doële de la deſcente avec l'horiſon, *qu'il falloit trouver*.

Cette ſection Y y, d'une doële avec l'horiſon, la ſection $n^1 f$, de l'autre doële, & la projection de leur interſection $n^1\,n^2$, étant connuës, le reſte de l'operation eſt démontré au Probleme XII. du 3e. Livre.

Corollaire.

De la rencontre des Berceaux avec les Cu-de-Fours, ſurhauſſez ou ſurbaiſſez.

De la conſtruction des Traits des enfourchemens des Voutes ſphériques, avec les Cylindriques, on peut facilement tirer celles des rencontres, des Sphéroïdes avec les Cylindres ; car par la même méthode des ſections des plans verticaux, paſſans par les joins de lit des Berceaux, il en réſulte des demie-Ellipſes, dans le Sphéroïde,

au lieu des demi-cercles dans la Sphère, lesquelles auront toujours au profil, le même point M^e pour centre, pour moitié d'un de leurs axes, les ordonnées au diametre PQ, de l'Ellipse PAEQ, supofée telle, si le plan est Elliptique, consideré dans un plan horisontal, & pour moitié de l'autre, les ordonnées au même diametre, consideré dans un plan vertical, formant une autre Ellipse, ou un demi-cercle PKQ, suivant que le Sphéroïde sera alongé ou aplati.

Avec les deux axes donnez, on décrira des arcs Elliptiques, du centre M^e, au lieu des quarts de cercles qu'on a décrit, pour avoir la terminaison des joins de lit à leur profil, marquez N^1, N^2, &c. qui sont à l'arête d'enfourchement des deux Voutes.

Si la Voute en Cul-de-Four, étoit une de ces figures d'Ellipsoïde, dont nous avons parlé au 2e. tome, qu'on ne peut faire par le moyen des doëles plates, il faut faire cette partie par équarrissement, comme si la Voute n'étoit pas pénetrée par un Berceau, ensuite faire le Berceau, passant par les points de rencontre, qui auront été trouvez au profil, qui doit être fait de la même maniere que pour la rencontre de la Voute sphéroïde, par l'intersection des Ellipses différentes, suivant l'exigence de la figure de l'Ellipsiode, mais cependant ayant toutes le même centre en M^e.

Il est visible que par ces profils, on aura les deux points de jonction, de chaque doële plate & creuse, des Voussoirs du Berceau en descente; les deux autres se trouveront sur la pierre, par le moyen du parement de suposition horisontale, qui aura servi à faire la surface concave de l'Ellipsoïde, par équarrissement, c'est-à-dire, dans ce cas, par l'inscription des Cylindres; on abattra la pierre avec le biveau du niveau, & de la rampe M e F, pour tracer dans ce nouveau lit incliné l'arête du lit inférieur de la descente, laquelle étant donnée, il sera facile de trouver celle du lit de dessus, par plusieurs manieres, ou par le moyen de la retombée du Voussoir, ou par le moyen du biveau de lit, & de la doële plate ou creuse, ou du panneau de doële plate: Nous avons trop parlé de tous ces moyens, & nous en avons trop donné d'exemples, pour qu'il soit nécessaire d'en répeter ici l'aplication.

SECONDE ESPECE,

Des rencontres des Voutes Cylindriques avec les Sphériques, dont les Poles sont dans le plan de leur imposte.

Nous avons donné ci-devant, la construction des enfourchemens

des Berceaux, avec les Voutes sphériques, dont les Poles sont au sommet de leur hauteur, c'est-à-dire, au milieu de la clef, & dont les joins de lit, sont paralleles à l'horison ; ici, nous parlons des Voutes sphériques, dont les joins de lit, sont inclinez, & leur pole dans le plan de l'imposte, ce qui peut encore faire deux combinaisons, l'une de la Sphère, avec un Berceau horisontal, l'autre avec un vertical, c'est-à-dire, une Tour ronde ou creuse. Nous n'en comptons pas une troisiéme, avec un berceau incliné, parce que ce cas ne tombe guere dans la pratique ; dans cette circonstance, on doit donner à la Voute sphérique, l'arangement des joins du cas précedent.

Premiere Combinaison.

Voute sphérique, ou Niche en Tour ronde ou creuse

Pl. 88. Fig. 97. Soit (fig. 97.) l'arc de cercle concave ACB, ou l'arc convexe ECD, une portion de la base d'une Tour creuse ou d'une ronde, dans laquelle on veut faire une *Niche*, dont le plan horisontal, passant par les impostes, est l'arc de cercle APB, égal, plus grand, ou plus petit que le demi-cercle, ce qui dépend de la position arbitraire du centre C de la Niche, ou sur la corde AB, de l'arc de la Tour creuse, ou au dedans, ou au déhors, suivant la profondeur que l'Architecte veut donner à la Niche.

Si l'on se propose de faire les têtes des Voussoirs parfaitement égales entr'elles, il faut prendre pour cintre primitif, celui qui seroit le dévelopement de la portion cylindrique, que retranche la Sphère à la surface de la Tour, par sa pénétration dans cette Tour, lequel cintre est comme nous l'avons dit, de la porte en Tour ronde, une demi-ovale méchanique, qui a pour diametre, la rectification de l'arc AB, & pour ordonnées, les verticales élevées sur cet arc, lesquelles sont terminées à l'arête de rencontre de la doële de la Sphère & de la Tour. Cette arête, est une de ces courbes à double courbure, que nous avons appellé Ellipsimbre.

On peut revoir là-dessus, ce qui a été dit de la porte en Tour ronde, par têtes égales.

La maniere de faire ce cintre de face dévelopé, est de diviser l'arc AB de la Tour, en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de points de la demi-ovale, & de mener par tous ces points *d*, *d*, des

89.

91.

92.

93.

96.

perpendiculaires à l'axe MP, qui le couperont aux points *c*, *c*, & la circonférence de la Niche APB, aux points *x*, *x*. Par tous les points *d*, *d*, on menera des paralleles indéfinies à l'axe MP de la Sphère, & des points *c*, *c*, pour centre, & avec les longueurs *c x*, *c x*, pour rayons, on décrira des arcs, qui donneront les hauteurs des ordonnées de l'ovale qu'on veut tracer, laquelle sera surbaissée, parce que l'arc ACB, ou seulement sa moitié C *d* B, rectifiée, qui en est un demi axe, sera plus grande que le demi diametre de la Sphére CI, qui est l'axe vertical de cette ovale H *i* *b*.

Le contour de ce cintre étant tracé, on le divisera en tel nombre de Voussoirs qu'on voudra aux points 1, 2, &c. d'où l'on abaissera des perpendiculaires, qui couperont le diametre aux points p^1, p^2. On portera ses intervales de suite repliez, sur l'arc ACB, pour y faire passer les projections des joins de lit, qui sont des portions d'Ellipses, lesquelles doivent toutes passer par ces points, & par le Pole P de la Sphère.

Si l'on ne veut pas affecter une division des têtes des Voussoirs en parties exactement égales, on rendra l'opération plus courte & plus simple, comme il suit :

Ayant tiré par le point C, la ligne DI, parallele à la corde AB, & élevé sur cette corde la perpendiculaire MP, on divisera le demi-cercle DPI, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera des perpendiculaires, qui couperont DI, en des points q^1, q^2, lesquelles détermineront les demi-axes de plusieurs Ellipses, qui doivent passer par ces points, & par le Pole P, pour exprimer sur le plan horisontal, la projection des joins de lit de la Niche.

Ainsi ayant les demi-axes de ces Ellipses, & la moitié du grand axe CP, commun à toutes, il sera facile de les tracer par le Probleme VII. du 2e. Livre ; ces arcs d'Ellipses prolongez, rencontreront l'arc ACB de la Tour creuse, en des points e^1, e^2, qui donneront les projections des divisions des Voussoirs à la face creuse.

Avec ces deux projections horisontales ACB, de l'arête de rencontre de la doële de la Niche, avec le parement de la Tour & des joins de lit, on pourroit former la Niche proposée par la voye de l'équarrissement ; mais comme la perte de la pierre seroit trop considérable, nous allons donner le moyen de la ménager, par l'inscription d'une piramide dans la Sphère, dans laquelle elle donnera des doëles

plates, dont les angles toucheront trois points de la surface sphérique, & qui fourniront le moyen de trouver le quatriéme de la même maniere que nous l'avons dit au tome précedent, en parlant de la *Trompe sphérique sur le coin*, pag. 368.

On commencera par déterminer la position de la tête du Trompillion, en tirant une ligne TN, perpendiculaire à l'axe MP, qui coupera les projections Elliptiques des joins de lit, aux points n^1, n^2, &c. par lesquels & par les points trouvez e^1, e^2, on tirera des lignes droites, qui rencontreront l'axe MP, prolongé au point S, où sera le sommet de la piramide tronquée, que doivent former les doëles plates, depuis la face jusqu'au Trompillon.

Suposons par exemple, qu'on se propose de faire la doële plate du second Voussoir de la Niche, dont la projection doit passer par les quatre points e^2, 2^n, 1^n, e^1, on menera par le point le plus avancé e^1, une parallele e^1 r, à la corde AB, jusqu'à l'aplomb 2, e^2, prolongé en r, par où on tirera au sommet S, la ligne r S, qui coupera l'arc CB en Z, & la corde TN du Trompillon, tout près de n^2, que nous prendrons pour ce point d'interfection, parce qu'on ne peut mettre un caractére auprès, sans y jetter de la confusion.

On tirera ensuite par les projections de la face e^1, e^2, une ligne droite LB, qui coupera l'axe MP, au point L, & la circonférence de l'imposte APB, tout auprès de B, en un point que j'apelle aussi B, par la même raison de l'article précedent.

Sur LB, comme rayon, on décrira le quart de cercle B x^2 l, auquel on menera par les points e^1, e^2, les ordonnées qui le couperont aux points x^1, x^2, & par le point z, une parallele aux ordonnées z Z, dont il faut trouver la longueur par le profil, comme on le dira ci-après, en cherchant les valeurs des lignes, qui doivent faire les côtez du panneau de doële plate, dont nous venons de faire la projection horisontale.

Suposant qu'on veüille faire servir de base des profils, la ligne HS, pour la commodité de la place, on portera la longueur S e^1, sur cette ligne en SF, où l'on élevera une perpendiculaire F f^1, égale à la hauteur de la premiere retombée 1 p^1, puis on tirera f^1 S, qui coupera NT en T^1, la ligne f^1, T^1, sera la valeur de la projection e^1, n^1, qui est un des côtez de la doële plate, & la même sera la valeur d'un autre côté de suposition, dont la projection étoit r n^2.

POUR trouver la vraye longueur de ce second côté, on portera la longueur S e^2, en SG, sur la ligne de base du profil, & l'on élevera la perpendiculaire G g, qui coupera la ligne T^1, f^1 en g; la ligne g T^1, sera la valeur de ce second côté du panneau en joint de lit de dessus.

LES valeurs des côtez du même panneau qui marquent les têtes, sont les cordes 1' 2, des divisions du cintre formé sur le rayon x V, passant par le point e^1, parallelement à la corde AB de l'arc de la Tour, & la corde t^1, t^2, de l'arc de Trompillon T b N; ainsi on a les quatre côtez d'une doële plate, qu'on formera comme il suit:

AYANT tracé dans une place à part, fig. 98. deux lignes indéfinies a b, c d, perpendiculaires entr'elles, qui se croiseront au point m, on prendra la moitié de la corde 1' 2 de l'arc VE, & on la portera à la fig. 98. de m en e & en f, par où on tirera les lignes e 1, f 2, paralleles à a b. On prendra de même, la moitié de la corde t^1 t^2, de l'arc du Trompillon TbN, que l'on portera de m en n, & en o; puis des points n & o pour centres, & pour rayon la longueur T^1, f^1 du profil, on fera des arcs qui couperont les paralleles e 1, f 2, aux points 1 & 2, où l'on tirera les lignes n 1, o 2, qui seront les côtez d'une doële plate de piramide droite, inscrite à la Sphère. Fig. 98.

MAIS à cause que la partie de la Tour, comprise par la corde e^1, e^2, est oblique à l'axe, il en faut retrancher la partie f^1 g, donnée au profil; ainsi portant la longueur T^1 G, de o en g, on aura pour longueur du côté qui répond au lit de dessus du Voussoir, la ligne o g; enfin ayant tiré la ligne 1 g, le trapezoïde n 1 g o, sera le panneau de la doële plate, qui ne touche cependant la doële Sphérique, que par trois de ses angles n, o, 1; mais non pas en g, par la raison que nous avons donné au second tome pag. 370.

IL faut donc chercher la distance dont ce point g, est éloigné de la surface sphérique de la doële de la Niche; pour cet effet, on portera la longueur T^1 g, du profil, sur la ligne z Z de l'élevation de la fig. 97. où elle donnera le point z, d'où on tirera la ligne x^2 z, puis du point o, pour centre de la fig. 98. & avec la longueur o g, pour rayon, on fera un arc vers z, & du point g pour centre, & x^1 z pour rayon, on fera un autre arc, qui coupera le précedent au point z, le triangle o g z, étant ajoûté en retour de la doële plate, le point z touchera la doële sphérique qu'on cherche.

Les panneaux de doële plate étant formez, on tracera ceux de lit, dont les joins à la doële sont tous égaux en contour, en ce qu'ils sont tous des arcs d'un cercle majeur, passant par l'axe MP, mais ils sont un peu inégaux en longueur, parce qu'ils se racourcissent peu à peu, depuis l'imposte APB, jusqu'à la clef.

Leurs têtes du côté du Trompillon, sont aussi toutes égales, suivant l'angle mixte AT n^{x} ; mais les têtes du côté de la Tour, sont des arcs d'Ellipses inégaux, en ce que, quoique leurs cordes soient égales à la distance de l'arête de doële à celle d'extrados, elles sont toujours moins creuses à mesure qu'elles s'éloignent de l'imposte BX, où la premiere tête de lit est égale à la cavité de l'arc BX, de la base de la Tour qu'elle comprend, & son inclinaison à l'égard de la doële est l'angle curviligne XBN, qui est aussi le plus obtus de tous ceux des têtes supérieures, qui se referment à mesure qu'elles aprochent de la clef, au milieu de laquelle cet angle devient mixte, & égal à celui du Trompillon AT n^{x}.

Pour trouver la courbure des arcs de tête, il n'y a qu'à ralonger les arcs circulaires de la projection horisontale, comme nous l'avons dit, en parlant des têtes de la porte en Tour ronde ou creuse ; tels sont les arcs circulaires X e^{1}, que donne la projection du premier lit $1^{\cdot}$ 5, & l'arc $e^{2} y$, que donne cellé du second lit $2^{\cdot}$ 6, ce que nous ne pouvons exprimer ici bien nettement, à cause de la petitesse de la figure.

On tirera la corde de chacun de ces arcs, & on la divisera en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de points de la courbe; il suffit ordinairement de la diviser en deux ou trois pour la pratique, & par ces divisions, on tirera des perpendiculaires à la corde, qui se termineront à l'arc de cercle.

On prendra ensuite la corde du joint de la tête $5^{\cdot}$ 1, ou $6^{\cdot}$ 2, qu'on divisera en un même nombre de parties, qui seront égales entr'elles, mais plus grandes que celles de la corde de l'arc de cercle, & l'on portera sur ces divisions, les perpendiculaires de l'arc de cercle, lesquelles donneront les points de l'arc Elliptique, que l'on cherche.

Quant à l'ouverture de l'angle curviligne, que doit faire cet arc de tête avec le joint de doële, il est aisé de le trouver ; on menera par les points e^{1} & X, où la projection des points 1 & 5, coupe la base de la Tour, des verticales e^{1} E^{1}, & X 5^{x}, sur lesquelles on posera la corde $1^{\cdot}$ 5, à l'extrémité de laquelle on fera une perpendiculaire,

culaire, qui coupera la ligne X 5^x au point 5^x; on en fera de même pour les points $e^2 y$ de la projection, qui donneront les points E^2 $6y$ du profil; les angles curvilignes 5^x ET, & $6y$ E^2 T, seront ceux que l'on cherche.

Il ne reste plus à présent qu'à chercher les biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële, suivant nos principes généraux.

Premierement, pour le biveau de doële & de lit, par exemple, pour le second Voussoir, on prolongera la corde 2 1 de l'arc EV, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne *u r* V, prolongée en O^r, d'où l'on tirera au point S, la ligne O^r S, qui sera la section de la doële avec l'horison, & parce que tous les plans des lits se couperont à l'axe MP, cet axe sera la seconde section, laquelle avec la hauteur de la retombée, fournira le moyen de trouver l'angle des plans du lit & de la doële plate, comme il a été expliqué au Probleme XII. du 3e. Livre, & comme nous l'avons repeté dans les Traits des Voutes coniques.

Pareillement, & par le même Probleme, on trouvera le biveau de tête plate L e^1, e^2 B, qu'on prolongera jusqu'à la section de la doële avec l'horison en Y, ainsi on aura la section de la tête avec l'horison en LY, celle de l'horison YS, & la hauteur de la retombée x^2 e^2; ainsi l'on trouvera l'angle de tête & de doële, comme l'on a fait à la Trompe plate, pag. 80. du 2e, tome, & à la Trompe Droite, pag. 209. du même tome.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de *doële plate de supposition*, que j'apelle ainsi, parce que le panneau de cette doële, ne peut toucher la surface sphérique qu'on se propose de faire, que par trois de ses angles, on y apliquera ce panneau, pour en tracer le contour, puis avec le biveau de lit & de doële plate, on abattra la pierre pour former les deux lits.

Celui de dessus étant fait, on y apliquera le second petit panneau triangulaire *o g z*, de la fig. 98. pour avoir le point *z* de la surface sphérique, que l'angle *g* du panneau de doële plate ne pouvoit toucher.

On apliquera sur ces mêmes lits, un panneau ou une cerche formée sur l'arc AB, d'un cercle majeur de la Sphère, qu'on fera passer

au lit de dessous, par les points 1 & *n* de la doële plate tracée, & au lit de dessus par les points *o* & 2, puis avec le biveau mixte de coupe & de doële pris où l'on voudra, par exemple en TPS, on creusera la doële sphérique, comme il a été dit au Chap. VII. pag. 368. du tome précedent.

Il faut cependant avant que de la creuser, abattre la pierre avec le biveau de tête plate & de doële, si l'on n'a pas dessein de faire usage des panneaux de lit.

En ce cas, on prendra avec la fausse équerre l'angle 6ᵉ 2ᵉ 9, que fait le joint de tête 6ᵉ 2, avec une horisontale 2ᵉ 9, parallele à AB, suivant laquelle on fera une plumée creuse, dans laquelle on apliquera une cerche convexe, formée sur l'arc ACB; mais comme le point 9 n'est pas déterminé de position, il faut chercher un second point d'apui à la cerche en 8, par le moyen d'un second biveau, en prenant l'angle Vᵉ 1ᵉ 5, que fait une verticale Vᵉ 1, avec le joint de tête 1ᵉ 5; secondement, en faisant une parallele 6 *i* à la ligne Vᵉ 1, puis posant deux regles sur les points *i* & 6, qu'on placera suivant ces directions verticales. & qu'on dégauchira en creusant des plumées sur la tête, l'une en haut, l'autre en bas, la plumée Vᵉ 1 donnera le point 8 d'intersection de l'horisontale 2ᵉ 9, que l'on cherche pour déterminer la position de la cerche convexe, qui doit servir à former la tête en Tour creuse, en faisant couler cette cerche, parallelement à elle-même, sur les plumées verticales 6 *i* & Vᵉ 1. Par ce moyen, on formera le creux des joins de tête en portion d'Ellipse, (comme elles doivent l'être,) par une espece de hazard, que produit l'intersection de la surface plane de chaque lit, avec la creuse cylindrique de la Tour.

Si l'on fait usage des panneaux de lit, ils donneront les courbes des têtes de lits au parement creux de la Tour, mais ce ne sera pas assez pour creuser ce parement, il faudra encore user d'autres moyens.

On peut se servir de celui que donne le P. Deran, quoiqu'il ne soit pas parfaitement juste, qui est de faire le dévelopement de l'arête de la Niche à la surface de la Tour, en rectifiant l'arc HB avec ses divisions, comme on a fait à la fig. 97. en *c b c t*, portant les avances B*a*, $e^1 a$, $e^2 a$ de la Tour creuse, à l'égard d'une ligne CI, tangente à l'arc ACB, en *b i*, 1 *d*, 2 *d*, 2 *c* de la fig. 99. qui donneront les points *c*, 2, 1, 6, par où on tracera la courbe ondée, qui est le dévelopement de l'arête à double courbure de la rencontre de

la surface sphérique de la Niche avec la cylindrique de la Tour. Nous ne parlons ici que du Trait du P. Deran, parce que M. de la Ruë n'en a rien dit.

On voit que (dans la rigueur) ce dévelopement supose un cylindre horisontal, au lieu de la surface sphérique de la Niche, parce qu'on y prend des distances horisontales; mais la différence est si petite, qu'elle ne mérite pas qu'on y fasse attention dans la pratique, parce que l'inclinaison des cordes de la portion de Sphère, comprise entre le cercle majeur passant par DI, & l'arc ACB de la Tour, est si peu considérable, qu'elle ne peut alterer le contour du dévelopement d'une maniere sensible, dans l'opération la plus exacte.

Ce dévelopement étant tracé sur un corps flexible, comme du carton, on l'apliquera dans la surface de la Sphère, entre les points donnez 1 & 2, en l'apuyant pour le faire plier, ensorte qu'il la touche par toute sa longueur.

Dans cette situation, on tracera l'arête de la doële avec la Tour, & l'on aura trois lignes courbes, pour former la tête creuse; mais ce n'est pas assez pour la former exactement, il faut encore en revenir au moyen que nous venons de donner, pour y apliquer une cerche formée sur l'arc horisontal ACB, & posée horisontalement sur la tête, par le moyen d'un angle 6' 2' 9.

La différence qu'il y a, c'est que cette cerche trouvera deux apuis, donnez l'un sur le joint de tête du lit de dessous, l'autre sur l'arête de doële de la Niche à la surface de la Tour, aux points 5' 7, & au dessous, ce qui fournit le moyen de trouver la position de la verticale 1 V', qui servira d'apui à la cerche d'un côté, l'autre apui étant donné sur le joint de tête du lit de dessus 6. 2.

On pourroit aussi, sans faire de dévelopement, faire la cerche ralongée de l'arc e^1 e^2, de la Tour sur la corde x^1 x^2 qui lui répond, comme nous avons ralongé les arcs des joins de tête, & faire couler cette cerche inclinée parallelement à la corde 1' 2, l'apuyant sur les arcs des joins de tête donnez par les panneaux, qui en ont été faits; cette maniere est la plus simple, la plus commode, & la plus exacte dans son principe.

La tête du Voussoir étant faite à la surface de la Tour, il ne reste plus qu'à faire l'autre du côté du Trompillon, de la même maniere que nous l'avons dit, en parlant des Voutes sphériques simples en

Niche, au Chapitre VII. du tome précedent page 368.

Ce que nous venons de dire, concernant la Niche en Tour creuſe, ſervira pour la Niche en Tour ronde, en renverſant les panneaux de lit de la droite à la gauche. La différence qu'il y a pour le Trait, c'eſt. 1°. Que ſi l'on regle les profondeurs de la Niche à la clef, au lieu qu'elle augmente dans la Tour creuſe vers les impoſtes, elle diminüera dans la Tour ronde. 2°. C'eſt qu'au lieu de prendre la corde de l'arc de la Tour, que la projection des diviſions des têtes des Vouſſoirs comprend, il faut prendre la tangente de cet arc, pour réduire la Tour ronde en polyëdre, dont chaque pan ou face, forme une tête plane au Vouſſoir, laquelle ſert de préparation à la formation de la tête ronde, qui ſera de la même maniere que la creuſe, mais en ſens contraire, avec une cerche concave, au lieu d'une convexe, laquelle ſera cependant formée ſur le même arc ACB, conſideré en dehors dans ſa convexité.

Seconde Combinaiſon.

Des Voutes ſphériques avec les Cylindriques, lorſque le Berceau racheté par un Cu-de-Four eſt horiſontal.

E X E M P L E.

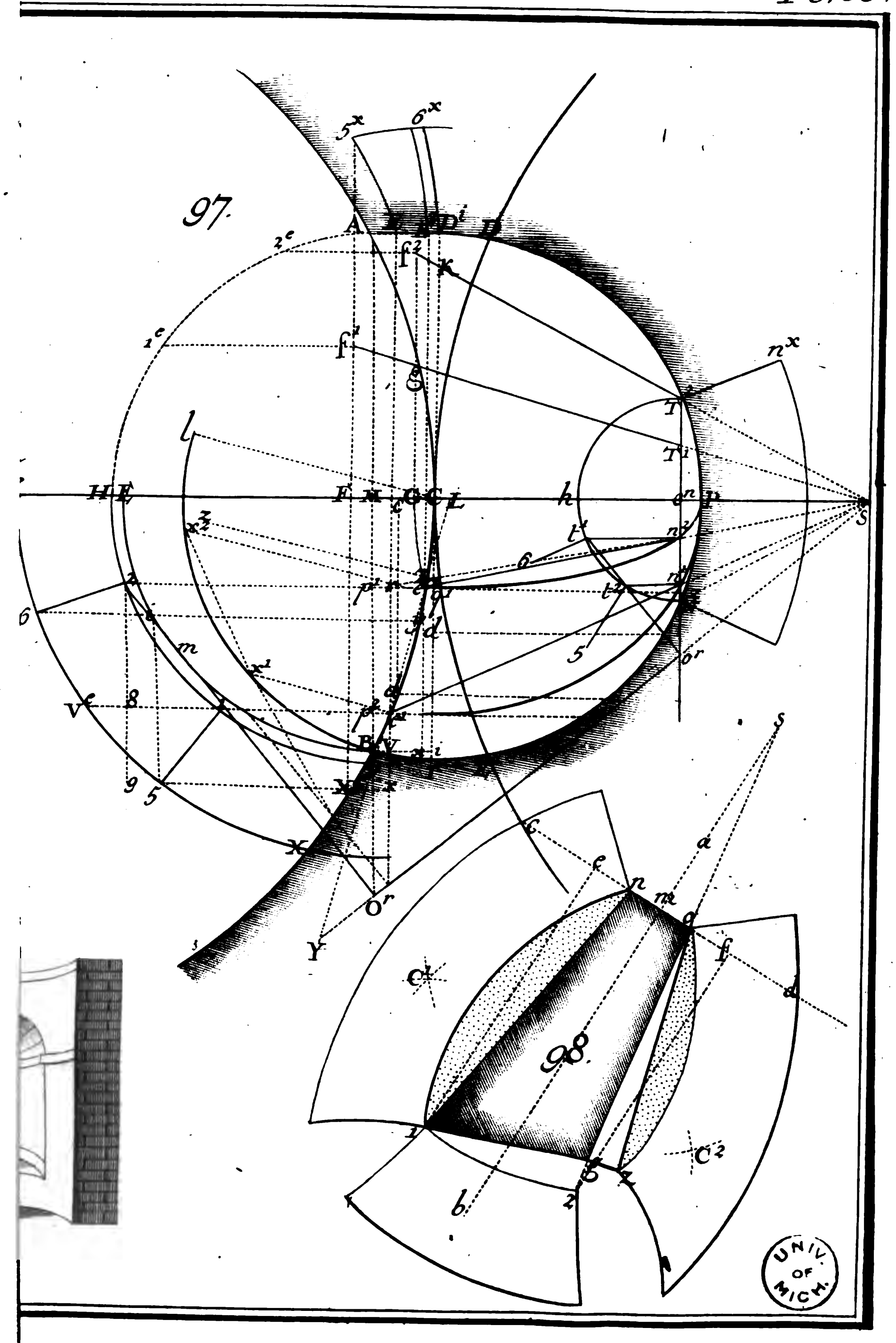
Niche ſphérique dans un Berceau de niveau.

A bien conſidérer le Trait dont il s'agit, ce n'eſt autre choſe qu'un changement de poſition du précedent de la Voute ſphérique en Tour creuſe; dans celui-là, l'avance de l'arête de rencontre des deux Voutes, diminuoit depuis les impoſtes juſqu'à la clef, ici au contraire, elle commence aux impoſtes, & finit à la clef.

Fig. 99. & 101 † Pour apercevoir cette différence d'un coup d'œil, il n'y a qu'à jetter les yeux ſur les dévelopemens de cette arête de face, à la fig. 99. de la planche 88. à la fig. 101. † de la planche 89. & l'on verra que ſi l'on joint les deux moitiez de la premiere par leur extrêmité, qui eſt aux impoſtes, on aura une figure égale à celle du dévelopement de la fig. 101. †

On peut auſſi concevoir que le dévelopement de l'arête de face de la fig. 101. eſt préciſément le même que celui de la Niche en Tour ronde, c'eſt-à-dire, convexe, pour laquelle nous n'avons point don-

Pl. 88.



né d'exemple, comptant que celui-ci pouvoit servir pour l'un & pour l'autre.

AVANT que d'entrer en matiere, il faut observer que l'on peut faire une Niche qui rachete un Berceau de deux manieres, ou médiatement, ou immédiatement. Pl. 89. Fig. 101. & 102.

ELLE rachete la Voute du Berceau immédiatement, lorsque la doële sphérique rencontre la Cylindrique du Berceau à la clef, qui retombe au-dessous du niveau de A en *a*.

ELLE la rachete médiatement, lorsque la doële sphérique PA, étant montée à sa plus grande hauteur, sous le milieu de la clef en A, cette clef est menée de niveau en *a*, au lieu de retomber au-dessous de E, par l'arc A *a*, comme le pratiquent ordinairement les Architectes; alors la Voute sphérique rachete un petit demi-Cylindre de même diametre, & qui a son axe *e* C dans l'axe de la Sphère PC, prolongé par conséquent, dont l'arête de l'intersection commune, est un demi-cercle par le Théor. VIII. du 1er. Livre, dont le rayon vertical est la ligne AC.

ENSUITE, ce même demi-Cylindre, rachete le grand Berceau CED auquel la doële de la Sphère ne se joint que par cette médiation. Alors ce trait devient le même que celui d'une Lunette Droite dans un Berceau, dont il a été parlé à la pag. 6. de ce 3e. tome.

NOUS considérons donc ici, la jonction immédiate des surfaces de la Sphère & du grand Berceau, pour ne pas tomber dans des redites.

SOIT la ligne CP, donnée pour la profondeur d'une Niche circulaire à son imposte, le plan horisontal de cette Niche, ne sera qu'un demi-cercle APB, mais son profil sera plus grand que le quart de cercle PA, de l'intervale d'un arc A *a*, compris entre la plus grande hauteur A de la Voute de la Niche, & l'arc du Berceau de niveau, dont le profil est l'arc DE *a* C. Fig. 101.

FAISANT servir de cintre primitif le quart de cercle AP, on le divisera en ses Voussoirs, comme une moitié de cintre de face, par exemple, ici, en deux & demi pour cinq Voussoirs, aux points 3, 4, par lesquels on menera des paralleles à l'horisontale CP, qui couperont la verticale AC, aux points f^3 f^4, les lignes C f^3 & C f^4, seront les demi-axes verticaux de deux Ellipses, qui auront chacune la même ligne CP, pour demi-axe horisontal.

Par le moyen de ces axes donnez, on décrira par le Probleme VII, du 2e. Livre, des arcs d'Ellipse P f^3 F, P f^4 G, qui couperont l'arc du profil du Berceau DEC, aux points F & C.

De la même maniere, précisément, on fera la projection horisontale, en repetant le quart de cercle PA en BH, sur le diametre BA, lequel sera divisé en ses Voussoirs exactement, de même aux points 1 2, desquels abaissant des perpendiculaires sur CB, on aura les points de leur projection, p^1 p^2, par lesquels & par le pole P, on décrira comme ci-dessus, des arcs d'Ellipse prolongez indéfiniment au dehors de la ligne CB.

Par les points F & G du profil, on abaissera des aplombs sur HP, lesquels étant prolongez, rencontreront les Ellipses des projections des joins de lit aux points *f* & *g*. Si l'on en abaisse aussi un du point E, qui coupera HC en *e*, on tracera à la main une courbe *e f g* B, qui sera la projection horisontale de l'arête de rencontre des surfaces de la Sphère & du Cylindre.

On pourra faire aussi la projection de l'arête d'extrados de la même maniere, en menant par les points K 7 8 des horisontales, mais on peut s'en passer par notre méthode.

Presentement il faut déterminer la grandeur du Trompillon, qui doit être un demi segment de Sphère, qui ait pour pole le point P. On tirera à volonté, & suivant la grandeur de la pierre qu'on y destine, une ligne TN, perpendiculaire à CP, qui coupera les arcs Elliptiques des projections des joins de lit, aux points q^1 q^2, desquels on élevera des perpendiculaires sur TN, qui couperont le demi-cercle fait sur TN, pour diametre, aux points 1^n 2^n, qui seront les divisions des Voussoirs à la tête inférieure, qui s'apuye sur le Trompillon.

Si par une opération inverse, on avoit fait le cintre du Trompillon avec ses divisions, immédiatement après avoir fait les projections du cintre primitif, on auroit eu sur la ligne TN, des points des Ellipses, des projections verticale & horisontale des joins de lit, pour la premiere les points 3^t 4^t, & pour la seconde les points q^1 q^2.

Les projections des joins de lit étant faites, tant au profil qu'au plan horisontal, on fera les panneaux de doële plate, de la même maniere qu'il a été dit au Trait précedent, avec cette différence, qu'au lieu d'une corde menée par les projections des divisions de l'arête de face creuse, & prolongée pour y décrire un cintre, comme l'on a

fait à la fig. 97. sur la ligne LB ; on menera ici une tangente V *u*, à la courbe convexe de projection *f l g*, en tirant la corde *f g*, à laquelle on tirera une parallele par le point *l*, le plus saillant de la courbe *f l g*.

Pour avoir le rayon du diametre, du cintre qu'il faut décrire sur cette tangente, on lui menera par le centre C de la Sphère, une perpendiculaire C *d*, qui la coupera au point *d*, où sera le centre de ce cintre, dont *d u* sera le rayon, qui donnera un cercle mineur de la Sphère, dont le quart est l'arc *d* L *u* ; ce rayon *d u*, coupera les Ellipses des projections des joins de lit, aux points *z z*, qui seront tout près des points *f g*, desquelles on élevera des perpendiculaires sur *d u*, qui couperont l'arc *u l*, aux points *n n*.

Avec tous ces points donnez, on opérera pour faire les panneaux de doële plate, comme au trait précedent, ou pour remonter plus loin, comme au trait de la *Trompe en Niche sur le coin*, qu'on a vû à la pag. 368. du tome précedent, auquel on peut renvoyer le lecteur pour ne pas faire de trop fréquente redites, la fig. 103. en montrera l'aplication.

Explication Démonstrative.

On peut comparer la rencontre des Niches avec les Berceaux de niveau ou de bout, à celle d'une Niche sur le coin, dont il a été parlé au tome précedent pag. 368. parce que les tangentes de la courbe convexe de la projection saillante, ou les cordes des divisions des Voussoirs dans la projection rentrante, lorsque la courbe de l'arête de rencontre à double courbure est concave, prise horisontalement, peuvent être considerées comme des pans des murs verticaux, qui forment un coin saillant, ou un angle rentrant, lesquels retranchent quelques parties du quart de Sphère, ou comprennent plus que son quart, selon que les angles de ces plans verticaux sont saillans ou rentrans, & que leur concours s'aproche ou s'éloigne du pole de la Sphère, qui est au milieu de l'imposte de la Niche.

Cela suposé, l'explication du Trait de la Trompe en Niche sur le coin, convient en tout à ceux dont il s'agit ici, par exemple, que les projections des joins de lit, doivent être des arcs d'Ellipses, parce que les sections des plans des lits qui passent par l'axe de la Niche, & par les divisions du cintre primitif, formans des cercles à la doële de la Sphère, lesquels sont inclinez au plan horisontal, leur projection doit être une Ellipse par le 2e. Théorême du 2e. Livre pag. 209.

Quant au dispositif à l'excavation de la Sphère, il est clair que nous commençons par y inscrire des piramides tronquées, dont les surfaces de leurs côtez, ne peuvent pas toucher les quatre angles de la portion sphérique, que le Voussoir doit comprendre ; si les angles de la rencontre du Berceau avec la Sphère, à chaque division de l'arête à double courbure, ne sont pas situez les uns à l'égard des autres, suivant les conditions que nous avons expliqué au commencement du second tome page 4 ; c'est pourquoi lorsque la doële plate, qui est une des surfaces de piramides tronquées, inscrite dans la Sphère, ne touche la doële sphérique qu'en trois points, on est obligé de chercher la position du quatriéme angle du Voussoir qu'elle ne touche pas, en formant un second panneau en retour de la doële plate.

CHAPITRE QUATRIE'ME

DE LA RENCONTRE DES VOUTES Coniques entr'elles.

NOUS devons considerer les corps Coniques, comme les Berceaux, suivant leurs différentes situations à l'égard de l'horison, ce qui nous offre trois combinaisons des parties des Voutes composées de portions Coniques. La premiere, lorsque leurs axes sont horisontaux. 2°. Lorsque l'un est horisontal, & l'autre vertical. 3°. Lorsque l'un est vertical, & l'autre incliné. 4°. Lorsqu'ils sont inclinez tous les deux.

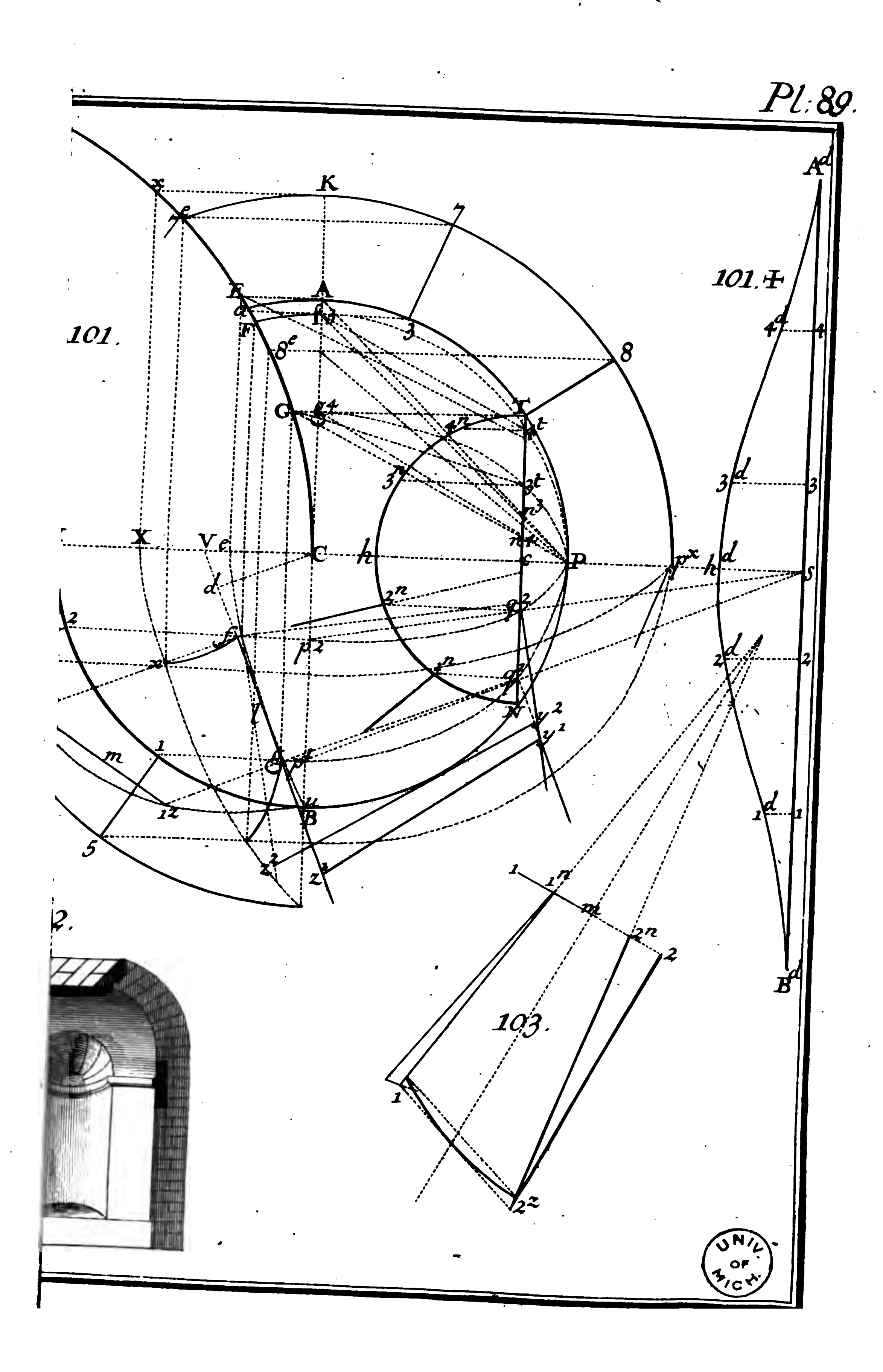
PROBLEME VI.

Faire la jonction de deux Voutes, ou Corps Coniques en situation, quelconque.

Premiere situation, où les axes des portions Coniques sont communs, dans une même direction horisontale ou inclinée.

Dans la construction des Fortifications, on à souvent occasion de faire des ouvrages de cette espece, l'un est de ces ouvertures qu'on apelle aujourd'huy, *Embrasures*, & anciennement, *Canonières*, parce qu'elles servent à y placer du Canon.

La


101.
101. +
103.
2.

La seconde, est une façon de former certaines Portes extraordinairement biaises.

Dans l'une & l'autre ouverture, la jonction des deux portions de Voutes coniques qui la composent, ne doit pas faire une arête à double courbure; c'est pourquoi, il n'est pas indifférent qu'elles soient coniques arbitraires, par ce qu'on a vû au premier Livre, lorsque nous avons parlé de la pénétration des cones entr'eux, qu'il est plus de circonstances, où la rencontre de leurs surfaces, forme une courbe à double courbure, que de celles où elle forme une courbe plane.

PREMIER CAS.

Canoniere ou Embrasure à mettre du Canon, dans un Mur en talud ou à plomb.

En traitant des Voutes coniques simples, au tome précedent, nous avons donné la maniere de faire chacune des deux portions de cones tronquez, qui composent l'embrasure, l'une depuis le parement extérieur, qui est ordinairement en talud, jusqu'au *Collet*, l'autre depuis le parement intérieur, qui est ordinairement à plomb, jusqu'à la tête du même collet, ce qui fait pour l'une, une Trompe conique en talud, & pour l'autre, une Trompe conique sans talud.

Chacune de ces parties, peut aussi être Droite ou biaise, sur la direction qui doit être commune, quoique tournée en sens contraire de la base de l'une, au sommet de l'autre.

Pour en venir au Trait qui concerne la coupe des pierres, d'une Embrasure à vouter, je pourrois suposer celui de la disposition, & de la direction des parties de son plan horisontal; mais comme la maniere ordinaire de tracer une Embrasure, lorsqu'elle est biaise, y jette des difficultez, pour la construction de la Voute, qui ont souvent embarassé les Apareilleurs & les Ingenieurs, qui doivent les conduire; il est à propos de faire observer d'où elles viennent, pour fournir le moyen de les éviter.

Soit (fig. 105.) DEFG, une partie de mur dans lequel on veut établir une Embrasure voutée, dont la surface intérieure GF est à plomb, & l'extérieure DE en talud. Pl. 99. Fig. 105.

On commencera par donner à la ligne du milieu MN, la direc-

tion convenable au Canon qu'on y doit placer, pour qu'il batte à l'endroit le plus néceſſaire à défendre, que je ſupoſerai ici oblique au mur LGF.

On déterminera enſuite la profondeur NC, du *Collet* de l'Embraſure AB, au-dedans du parement interieur, laquelle eſt ordinairement de 15. à 18. pouces, lorſqu'il n'y a point de biais, mais lorſqu'il y a de l'obliquité dans la direction du milieu, il faut y avoir égard, en y ajoûtant la longueur QF, que donne un trait d'équerre NQ, ſur la direction NM, à une diſtance NQ, qui ſoit à peu près la moitié de la largeur interieure de l'Embraſure.

La profondeur NC, du Collet AB étan déterminée, on en déterminera auſſi la demi-largeur AC & CB, quarrément ſur la ligne du milieu MN, ſuivant la groſſeur de la piéce de Canon qu'on y doit poſer, qu'il faut conſiderer, non pas ſuivant ſon calibre, mais ſuivant le métal dont elle eſt.

Dans les Batteries des Ports de mer, où les Canons ſont de fer & de gros calibre, ſouvent de 48. on ne donne guére moins de trois pieds de Collet ; à celles de terre, où l'Artillerie eſt de fonte & de petit calibre, on n'y en donne quelques fois que la moitié

Les points A & B, étant déterminez de poſition, il faut régler l'ouverture de l'ébraſement DE, ſuivant l'épaiſſeur du mur FM ; c'eſt-à-dire, que plus le mur ſera épais, plus auſſi l'ébraſement doit augmenter, parce que le ſouffle du Canon fait un tourbillon d'air, qui s'élargit au ſortir de la bouche, avec une ſi grande impétuoſité, qu'il ébránle les joüées des Embraſures, ſi elles ne s'écartent pas aſſez en s'éloignant du Collet.

La maniere ordinaire de tracer l'ébraſement, eſt d'en porter la moitié du milieu M ſur la face, de part & d'autre, en MD & ME ; de tirer des points D & E, par les points A & B du Collet, les joüées exterieures DA, EB, auſquelles par les mémes A & B, on mene des paralleles AG, BF, qui forment les joüées intérieures.

Cette maniere eſt bonne, lorſque l'Embraſure eſt Droite, & même ſuffiſante lorſqu'elle eſt biaiſe, & qu'elle doit reſter ouverte par le haut. Mais ſi elle eſt biaiſe, & qu'il faille la vouter, on ne doit pas la tracer de même, pour deux raiſons ; la premiere, eſt qu'en prolongeant les joüées, il ſe forme deux ſections de cones inégaux, DSE & G*ſ*F, dont les axes SM & *ſ n*, ne ſont plus dans la direc-

tion donnée NM; par conféquent n'ayant pas les axes communs, l'arête de rencontre des Voutes exterieure & interieure, ne pourroit être un cercle, ni une Ellipfe, mais une courbe à double courbure.

La feconde, c'eft qu'on ne peut faire les joüées interieures paralleles aux exterieures opofées; fans jetter de l'irrégularité dans les Voutes coniques, du dedans & du dehors, parce que la direction du milieu NM, leur doit être commune, & par conféquent l'axe des deux cones tournez en fens contraire, qui doivent avoir pour fection plane, (auffi commune) le cintre du Collet AHB. Or, cette fection AB, n'étant pas au milieu de MN, ni parallele aux bafes DE, FG, ni même fous-contraire, parce qu'elle eft perpendiculaire à l'axe; il fuit que les deux cones ne peuvent avoir leurs côtez paralleles aux opofez, parce qu'ils ne font pas femblables, & qu'au cas qu'on les voulût faire paralleles, la Voute deviendroit un compofé de quatre quarts de cones inégaux, qui feroient des angles rentrans à la clef de la face interieure & de l'exterieure, quand même la fection AB, leur feroit commune, par la fupofition, ce que l'on doit éviter.

Pour le démontrer, il n'y a qu'à prolonger toutes les joüées, jufqu'au milieu donné MN, & l'on verra qu'elles doivent toutes couper cette ligne en différens points; fçavoir, DA en N, & EB en R.

De même à l'ébrafement interieur, GA coupe NM, au point ʃ, & ʃB en H, parce que les angles alternes DNH, ʃHN, doivent être égaux, ainfi que les angles GʃR, MRE, & l'angle DNM, eft plus grand que MRE, par conféquent ces moitiez de triangles inégaux, apartiendront à des cones différens.

Il faut donc tracer l'Embrafure qu'on doit vouter différemment de celle qui ne doit pas l'être.

Ayant déterminé le Collet comme nous avons dit en AB, perpendiculairement à la direction donnée, qui coupe le parement extérieur du mur en M, on menera par ce point la ligne OP, parallele à AB. Puis ayant donné en MP, la moitié de l'ébrafement, d'une Embrafure Droite, on aura les points P & O, par lefquels on tracera les joüées AO, & BP, qui couperont, étant prolongées où il le faut, la face exterieure du mur en x & en E; enfuite par les points A & B, on tirera des paralleles AG, BF aux joüées exerieures, & l'Embrafure fera tracée.

Lorsque l'obliquité eft affez grande, pour alonger la joüée AG,

beaucoup plus que son oposée BF, on est obligé de faire un cran en enfoncement dans le mur, comme on voit en LKF, afin d'ôter la partie saillante en G, qui empêcheroit qu'on ne pût assez avancer le Canon en batterie, parce que la roüe de l'afût du côté de G, pourroit moins avancer que l'autre, qui doit être poussée jusqu'en F.

Fig. 106. Le plan horisontal de l'Embrasure étant tracé, il faut regler le profil. On fait ordinairement l'apui *m* C de niveau, & la plongée CM, plus ou moins inclinée, suivant la position de l'objet auquel on doit viser, observant que la Voute & la plongée, soient éloignées de la bouche du Canon, pour que l'impetuosité de son souffle n'y puisse pas ébranler les pierres ou les briques, comme je l'ai vû dans quelques Places maritimes ; car il faut observer que ce souffle fait plus d'effet dans les Embrasures de maçonnerie, que dans celles de fascines & de saucissons, qui lui cedent un peu par leur ressort.

L'Embrasure étant tracée dans toutes ses parties, & les hauteurs des clefs des cintres, rélativement à celui du Collet que nous prenons pour le primitif, parce que c'est la partie la plus importante : on aura pour objet de construction, deux portions de cones tronquez comme celles de deux Trompes inégales, jusques à leurs Trompillons, lesquelles sont jointes par le cintre commun du Collet, lequel ayant été pris pour primitif, déterminera le contour des deux autres de face exterieure en talud, & interieure à plomb, comme il a été dit au second tome page 222. Il ne s'agit plus que de la jonction de ces deux Voutes par des Voussoirs, qui fassent partie de l'une & de l'autre doële, ce qui se fera par le moyen des biveaux de doële plate, de la même maniere que nous l'avons dit, pour les rencontres des Berceaux & des Voutes sphériques, suivant notre maniere générale, dont voici l'aplication au cas présent, de la fig. 105.

Fig. 105. Ayant fait la projection des joins de lit à l'ordinaire, & celle de la rencontre des deux doëles plates, du dehors & du derriere du Collet, par exemple, au second rang des Voussoirs, au-dessus de l'imposte en 3' 4, ou 1' 2, on prolongera la corde 1' 2 du Collet, jusqu'à la rencontre du diametre AB, qu'elle rencontrera en O, par lequel & par les sommets des cones *ſ*, R, on tirera des lignes *ſ*O' K, RO' V, qui feront les sections des deux doëles avec l'horison.

Par le moyen de ces deux sections de doëles plates avec l'horison, on trouvera facilement les biveaux de leur rencontre ; ce que nous allons faire hors de la figure, pour ne pas l'embroüiller de trop de lignes & de chiffres.

Sur AB, prolongée au-delà du point O', on portera la retombée 1 q en O'Q, où on élevera une perpendiculaire Q 2, égale à la hauteur de la retombée q 2. Sur O' 2, on tirera par le point 2, une perpendiculaire 2 x, qui coupera O' Q prolongée en x, par où on tirera à la même O' x, une perpendiculaire, qui coupera les sections de l'horison SK en K, & RV en V. Sur O' x prolongée, on portera la longueur x 2, de x en X, d'où l'on tirera les droites XK, XV, l'angle KXV, sera celui que l'on cherche, pour assembler les deux doëles plates de l'ébrasement exterieur avec l'interieur, lesquelles donneront la position des quatre angles, de chacune des doëles coniques, que l'on doit ensuite creuser à l'ordinaire, comme il a été dit pour ces sortes de surfaces ; par le moyen de ce biveau, & de ceux de lit & de doële de chacune des Voutes coniques en particulier, on taillera le Voussoir d'enfourchement de la même maniere que nous l'avons dit, pour tous les Traits précedens des Voutes composées.

Il y a une seconde maniere de faire les Voutes d'Embrasures, à peu près comme la *Corne de Vache & le biais passé*, qui est d'ébaucher les Voussoirs, comme si c'étoient des portions de Berceaux ; ce que nous allons expliquer au Trait suivant.

SECOND CAS.

Porte biaise en Corne de Vache double adossée, dont la doële est coudée en angle saillante, qui s'ouvre de plus en plus depuis les impostes à la clef, dont le milieu est en ligne Droite.

Dans ce Trait précedent, tous les lits étoient brisez en angle saillant & rentrant, & la doële coudée au Collet, ou également ou avec peu de différence d'une imposte à l'autre ; ici, nous voulons que les lits soient plans, sans brisure, & que la doële soit inégalement coudée, depuis l'imposte à la clef, qu'on veut en ligne Droite à son milieu, pour ne rien diminuer de la hauteur du passage, & le reste par d'autres raisons de construction que je vais exposer.

Il se trouve quelquefois des passages si obliques, dans les Ouvrages de Fortification, qu'on ne peut en faire les Portes assez biaises, pour en suivre la direction, & cela par deux raisons.

La premiere, parce qu'une des arêtes d'un jambage devient si aigue,

qu'elle n'a aucune force ; de forte qu'elle peut être facilement écornée en la taillant ou en la posant, & ce qui est pire, par le moindre choc des choses qu'on fait entrer.

L'autre, parce que si l'on donnoit aux Voussoirs de la porte, la direction biaise sans correction, ils pousseroient au vuide d'un côté, comme on peut le voir par l'exemple de la fig. 110. où la perpendiculaire M 9, sur le milieu de la direction de la clef N *n*, pousse au vuide en 9 ; de sorte que l'arcade pourroit tomber, si la clef n'étoit apuyée par une longue queuë M *n*.

Fig. 110.

Pour remedier à cet inconvenient, il convient d'émousser les angles aigus, l'un en dedans, l'autre en dehors, & de changer la direction des joins de lit, pour la rendre moins oblique, & conserver le niveau des joins de tête au devant & au derriere.

Soit, le Rumboïde IBVT, (fig. 110.) le plan horisontal d'une baye de porte biaise, suivant la direction de son milieu N *n*, qui fait avec la face AB, d'un côté l'angle aigu AN *n*, & de l'autre l'angle obtus *n* NB.

Ayant déterminé l'épaisseur du jambage, & la place de la feüillure DFG, où se doit loger la fermeture de la porte à angle-droit, on divisera l'épaisseur D *t* ou ID, du tableau en deux, également en *m*, par où on menera la ligne *m m*, parallele à AB, qui coupera les tableaux en *x* X, d'où on tirera les lignes *x* A &, XE, perpendiculaires sur les faces AB du devant, & F *f* du derriere, qui donneront les points A & E, & pour plan horisontal de chaque pié-droit, une surface coudée A *x* D, BXE, au lieu des tableaux droits ID & B *x*. Par les points A & D, on tirera la ligne AD, & par le point B, sa parallele BE, que l'on prendra pour les directions des pié-droits, sans égard à l'angle saillant de leur tableau.

Par les points *x* X, on tirera des paralleles à DA & BE, qui couperont la face AB, en *a* & *b*.

Sur *a b* comme diametre, on décrira le demi-cercle *a* H *b*, & sur AB pour grand axe, & CH pour moitié du petit axe, on décrira la demi-Ellipse AHB. Puis ayant divisé ce cintre en ses Voussoirs, par exemple, ici, en 3 aux points 1, 2, & tiré ses joins de tête 1' 3, 2' 4, qui couperont le demi-cercle *a* H *b*, aux points 5, 6, on abaissera des perpendiculaires de ces divisions sur AB, qu'elles couperont aux

points P & *p*, par où on tirera les directions des joins de lit PS, *p ſ*, paralleles, à AD & BE.

Ayant prolongé ces directions, on leur fera une perpendiculaire D' R, qui les coupera aux points D' 5ᵈ, 6ᵈ R, qui feront les projections du diametre de l'arc-droit D' *b* R, formé comme aux Berceaux biais, pour avoir l'angle de lit & de doële R 6 4' ou D' 5' 3'.

On abaiſſera du point 5, une perpendiculaire 5 *q*, ſur AB, qui la coupera au point *q*, par où on menera *q* Q, parallele à AD, qui coupera la ligne *m m*, au point Q, l'angle PQ *ſ*, ſera la projection du joint de lit, lequel angle eſt plus ouvert que celui de la doële briſée au lit inférieur A *x* D, & ſeroit plus fermé que celui du lit au-deſſus, s'il y en avoit un, parce qu'il s'ouvre de plus en plus, en aprochant de la clef, où il s'évanoüit au milieu C *c*, qui eſt une ligne droite.

Il nous reſte à tracer les panneaux de lit & ceux de doële.

Le panneau de doële plate, doit être fait comme pour un Vouſſoir de Berceau ſimplement biais, dont la projection eſt parallelograme *a q r i*. Ayant tiré la diagonale *q i*, on la portera en *q k* ſur AB, & l'on tirera *k* 5, qui fera la valeur de cette diagonale, par le moyen de laquelle on formera le panneau de doële, (fig. 111.) comme il a été dit au 2ᵉ. Livre, page 357. en faiſant deux triangles égaux, ſur cette baſe commune, avec la corde de la tête *a* 5, & la projection d'un joint de lit *q r*, ou *a i*, tels ſont les triangles *k*¹ *a q*⁵, & *q*₅ *r k*¹, qui forment le parallelograme *a r*, que l'on cherche. Fig. 112.

On formera de même le panneau de lit, en abaiſſant du point 3 de l'extrados, une perpendiculaire ſur AB, qui coupe ici cette ligne en *y*, ſi l'on tire *y* 3", parallele à *q r*, on aura le parallelograme *y q r* 3", qui ſera la projection du lit, qu'on formera de même que celui de doële plate, par le moyen d'une diagonale *q* 3", qu'on portera ſur AB, de *q* en *t*, & la différence des hauteurs des points 5 & 3, qui eſt *o* 3, ſera portée en *q d*, la ligne *d t*, ſera la valeur de la diagonale *q* 3", par le moyen de laquelle on formera comme ci-devant, le parallelograme 3 5, 5" 3", de la fig. 112. dont les côtez 3 3", 5 5", ſont égaux à la projection *q r*, & les cotez 3" 5, & 3" 5", ſont égaux au joint de tête 3" 5, de l'élevation de la face à la fig. 110. Fig. 112.

Pour achever de former ce panneau de lit, il faut porter la longueur

5' 1, de l'élevation en 5 1', du panneau sur le devant, & 5" 1" sur la feüillure; puis du milieu Q, de la ligne 5 5", on tirera les lignes Q 1', Q 1", qui formeront l'angle 1' Q 1", qui est le joint de lit que l'on cherche, pour déterminer l'inclinaison mutuelle des deux parties de la doële plate, qui s'ébrase en dehors & en dedans.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de doële plate, on y apliquera le panneau pour en tracer le contour. Puis avec le biveau de lit & de doële pris à l'arc-droit en R 6' 4', on abattra la pierre pour former les lits, sur lesquels on apliquera les panneaux qui leur conviennent; sçavoir, *k a i* FGL, pour le lit de dessous, & 3 5 5" *f g* T pour celui de dessus de la fig. 112., posant les points 5 5", sur *q' q* 5 de la doële, & les angles *a* & *i* du lit de dessous, en *k* & 1' de la doële.

Apre's avoir ainsi formé les têtes, on y apliquera le panneau de l'arc du cintre primitif *a* 5, suivant lequel on creusera la doële, comme s'il s'agissoit d'un simple Berceau biais.

Cette doële étant ainsi creusée, on y menera une courbe, parallele à l'arête exterieure, en y trainant la longueur *a x*, quarrément au milieu. Puis on prendra le panneau de tête 3' 1, A *k*, qu'on reculera au lit de dessus, de la longueur 1' 5, & à celui de dessous de la longueur A *a*, & dans cette situation, on tracera l'arc 1 A sur le devant, entre lequel & la ligne courbe tracée en travers dans la doële, comme nous venons de le dire, on abattra la pierre à regle apuyée, quarrément sur ces deux arcs; sçavoir, A 1 à l'arête exterieure, & *a* 5 au milieu de la doële, & l'ébrasement exterieur sera formé.

On en usera de même pour l'interieur, s'il n'y a point de feüillure à ménager, mais s'il y en a une comme dans cet exemple, il faudra la tracer parallelement à l'arc 1 A, & quarrément suivant la profondeur, après quoi on formera l'ébrasement interieur, comme nous venons de le dire.

USAGE.

J'ai fait exécuter deux de ces portes dans des réduits de Place d'Armes rentrantes, où le passage du soûterrain, est aussi oblique qu'on le voit

voit à la fig. 110. parce que l'angle flanqué & celui de la gorge, sont extrémement obtus.

DANS l'une, j'ai fait les joins de lit en angle saillant & rentrant, comme en PQS, pour plus de solidité, afin que la poussée du Voussoir, dans la moitié de son épaisseur, fût presque directe.

DANS l'autre, j'ai mis en œuvre le Trait, tel que je l'ai donné ici, pour rendre l'operation plus simple ; mais n'ayant pû veiller continuellement à l'exécution, elle n'a pas été bien correcte, parce que, faute d'Apareilleur, j'étois obligé de m'en raporter à un mauvais Tailleur de pierres, qui tournoit indifféremment le panneau de cintre Elliptique, comme s'il avoit été circulaire ; à quoi il faut prendre garde avec attention ; parce que les Ouvriers n'entendent pas à fond ce qu'on leur fait faire, quoiqu'ils le disent souvent de bonne foi, & souvent par vanité ; ce qui m'a engagé de tracer moi-même la troisiéme, que j'ai fait exécuter.

POUR donner une idée de l'aplication de ce Trait à la formation d'une Embrasure, j'ai dessiné en perspective à la fig. 114. un Voussoir ébauché en Berceau, & achevé en deux portions de cones inégaux. Fig. 114.

Idée d'une nouvelle Corne de Vache double.

ON apelle assez mal à propos *Corne de Vache double*, une Voute cylindrique qu'on apelle aussi *Biais passé*, au lieu que la Corne de Vache, est une Voute Conique ; ainsi la *Double*, doit être un composé de deux Voutes Coniques, qui ayent des impostes paralleles entr'elles, comme le Biais passé, & qui ayent pour section par l'axe à l'imposte des triangles rectangles ABS, & DE *f* comme la Corne de Vache ; telle est la Voute dessinée à la fig. 113. dans laquelle on Fig. 113. voit que les deux surfaces de ces Voutes se rencontrent suivant une demi-Ellipse, dessinée en perspective en DMB ; on a dit au premier Livre, pag. 104. & fig. 79. pourquoi cette arête courbe étoit plane Elliptique, & non pas à double courbure.

LE grand axe de cette Ellipse, est donné à la diagonale DB du plan horisontal, & l'on aura la moitié de son petit axe, en tirant par le milieu *m* de cette diagonale, une ligne FG, parallele à AB, qui coupera le côté D *f* d'un des cones en I, & l'autre BS en L ; la moyenne proportionelle entre I *m* & G *m*, sera la moitié du petit axe que l'on cherche, que nous avons placé en M *m*.

JE ne crois pas nécessaire d'entrer ici dans le détail de la cons-

truction d'une telle Voute, dont je ne vois d'aplication à l'usage, qu'au cas qu'on eût un passage biais à vouter entre deux cintres de face égaux, entre lesquels il se trouveroit quelque empêchement de continuer la clef de niveau d'une face à l'autre.

Corollaire.

Voute d'Arête Conique.

De cette composition de deux Voutes coniques, on en peut tirer une de quatre portions de cônes, qu'on pourroit apeller *Voute d'Arête Conique*, dont les Auteurs n'ont jamais parlé, quoiqu'elle soit possible & même convenable dans une circonstance telle que celle dont je viens de parler, supofant que la fig. ADEB du plan horisontal soit un Rhumbe parfait, & non pas un Rhumboïde; car s'il se trouvoit de l'inégalité dans les côtez, elle ne seroit pas praticable, parce que les cônes deviendroient inégaux entre eux, par conséquent leurs arêtes seroient des courbes à double courbure, ce qui est une difformité dans les Voutes d'arêtes, où elles doivent se bornoyer en ligne droite d'une imposte à l'autre.

Je ne m'arrêterai pas non plus à la construction de cette Voute, dont l'usage ne peut guere tomber en pratique que par un cas bien extraordinaire, & qui est d'ailleurs plus foible qu'une Voute d'arête cylindrique, en ce que la clef de la croisée est plus base que celle des formerets; d'où il suit qu'elle reçoit une partie de leur charge.

Explication Démonstrative

Pour bien entendre les deux Traits de l'Embrasure & de la Corne de Vache double, qui font des pénétrations de portions de demi-cônes scalenes, il faut se représenter des cônes entiers, emboitez les uns dans les autres, comme nous les avons représentez aux fig. 104. 106. 107. 108. & 109. & parce qu'il s'agit de cônes scalenes, une seule représentation ne peut suffire pour montrer les differentes positions de leurs parties; c'est pourquoi pour exprimer l'origine de l'Embrasure, considerée dans son plan horisontal, on a dessiné en perspective la projec-
Fig. 104. tion horisontale à la fig. 104. où l'on voit un petit cône *i s f*, qui en pénétre un plus grand *d e S*ᵉ, tourné en sens contraire; Or comme ces cônes sont de differentes especes, le petit étant Droit & le grand scalene, la courbe d'interfection *a h b* seroit à double courbure, si cette courbe n'étoit déterminée en arc de cercle, ce qui rend le grand cône intrinséquement de même nature que le petit; car quoiqu'il pa-

roiſſe ſcalene par l'obliquité de la baſe *dte* ſur l'axe *x* S', la ſection *abb* perpendiculaire à ſon axe, eſt par la conſtruction un cercle, par conſéquent ſa baſe *dte* ne peut être qu'une Ellipſe.

Les deux repréſentations des ſections verticales miſes en perſpective, font voir que la projection horiſontale de la fig. 104. reſtant la même, les cônes qui ſe pénétrent peuvent encore être en differentes ſituations.

Premierement l'axe commun *ſ* C peut être horiſontal, comme lorſque l'on prend la naiſſance de la Voute de l'ébraſement extérieur ſur une ligne de niveau avec la Genoüillere, & celle de l'ébraſement intérieur; alors les deux cônes ſont intrinſéquement Droits, & l'extérieur eſt coupé obliquement par le Talud du mur en TL.

Dans cette conſtruction, les piédroits ou joüées de l'Embraſure au-deſſous de ce niveau, ſont des ſurfaces planes, triangulaires, verticales & tangentes au cône P*qr*, parce que le plan rampant de la plongée coupe le cône au-deſſous de ſon axe de niveau; par conſéquent l'arête de la face extérieure de l'embraſure rentreroit en elle-même, parce qu'elle ſeroit plus grande qu'une demi-Ellipſe, ce qui ne convient pas à la commodité du pointage, parce que le canon ne doit pas toûjours être directement au milieu de l'embraſure, on doit avoir la liberté de le tourner un peu à droite ou à gauche quand on le juge à propos; on ne voit d'embraſures rondes que dans les vieilles fortifications: on peut voir à la fig. 116. de la planche ſuivante les deux differentes eſpeces de bayes d'embraſures, la ronde en haut & la mixte en deſſous. *Fig.* 106.

Secondement l'axe commun peut être incliné à l'horiſon, comme à la fig. 107. & alors ſupoſant encore la courbe d'interſection *abb* plane & circulaire, les deux cônes ſont encore rendus par la conſtruction intrinſéquement de même eſpece, en ce qu'ils ſont tous deux également ſcalenes, leurs axes étant également inclinez en ce ſens à la ſection commune circulaire. *Fig.* 107.

Dans cette conſtruction, la Voute de l'ébraſement prend directement ſa naiſſance ſur le plan incliné de la plongée, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'y ajoûter deux parties planes tangentes au cône.

Presentement pour en venir à l'explication de notre corne de vache double, il faut remarquer qu'elle differe de la figure des Embraſures, en ce que les cônes, dont ſa doële comprend deux parties, n'ont pas comme aux Embraſures leurs axes communs, c'eſt-à-dire ſur une même ligne droite, quoiqu'ils paroiſſent les avoir ainſi dans la projection

Fig. 109. horisontale, mise en perspective à la fig. 109. où les axes S C, & S c ont une partie commune C c; mais ces axes sont inclinez entre eux
Fig. 108. comme l'on voit au profil mis en perspective à la fig. 108. où ils sont représentez par les lignes *s* G & *s g*, qui se croisent en K.

Au lieu d'avoir leurs axes sur la même ligne, ils ont un côté commun en C *c* sous le milieu de la clef, dans la ligne *s f*, qu'on supose une ligne droite, ce qui fait voir la nécessité de deux représentations de plan & de profil, pour donner une juste idée de la position des cônes scalenes.

Quant à notre invention d'une nouvelle *Corne de Vache double*, ex-
Fig. 113. primée à la fig. 113. on peut voir la figure de la position respective des cônes au premier Tome à la page 104. & à la fig. 79. de la planche 7. ce qui suffit pour en donner une juste idée.

Deuxiéme situation, où les Axes des cônes ont des directions differentes, par exemple, l'une verticale, l'autre horisontale.

Porte ébrasée,

TROMPE,

Ou Canoniere en Tour ronde, ou creuse en Talud.

Dans le Trait précedent, nous avons consideré la jonction des doëles coniques au *Collet* de l'embrasure, ou à celui de la porte en Corne de Vache double : Ici nous cherchons la courbe de l'arête de
Pl. 91. rencontre d'une seule doële, avec le parement conique d'une Tour
Fig. 116. ronde ou creuse, laquelle est une portion de cône tronqué vertical.

Fig. 115. Soit, fig. 115. la demie couronne de cercle DTE KLI, la face d'une Tour en Talud par dehors, laquelle est percée d'une ouverture ébrasée ABGF, qu'il faut vouter.

Ayant tiré la corde AB, on lui menera une parallele *a b*, tangente au cercle DTE, qui le touchera en T, puis on prolongera de part & d'autre les directions des piédroits AF & BG, jusqu'à ce qu'elles concourent en S, où sera le sommet du cône horisontal de l'embrasure, & en dehors en *a* & *b* pour avoir le diametre de sa base *a b*, sur lequel on décrira le demi cercle *a t b* pour cintre primitif, qu'on di-

Pl. 90.

105. 106. 107. 108. 109. 111. 112. 113. 114.

visera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, desquels on tirera les perpendiculaires 1 p^1, 2 p^2, &c. à l'ordinaire.

PAR les projections des divisions p^1, p^2, &c. on tirera des lignes droites au sommet S, p^1 S, p^2 S, p^3 S, &c. qu'on prolongera indéfiniment au-delà de S, lesquelles couperont l'arc FG en *q*, *r*, *u*, *v*.

DU point C, qui est le centre de la base de la Tour, on tirera des perpendiculaires sur chacune des projections de lit p^1 S, p^2 S, &c. qui les rencontreront aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r.

ON portera toutes les longueurs C 1^r, C 2^r, C 3^r, C 4^r en R^1 R^2 R^3 R^4, sur la base DE, par lesquels on tirera les verticales R^1 V, R^2 V, &c.

ON fera ensuite le profil de la Tour suivant l'inclinaison de son Talud CDO, & ayant porté la hauteur MH du cintre primitif en C c^8, on divisera cette hauteur en autant de points qu'on voudra avoir, aux arcs des hyperboles qu'on doit tracer pour chercher les projections de l'arête extérieure de la Tour & de l'embrasure ; supposons seulement en quatre, aux points C^5, C^6, C^7, C^8.

ON menera par ces points des paralleles à la base DE, qui rencontreront le côté de la Tour DO aux points d^5, d^6, d^7, d^8, & les verticales R^1 V, R^2 V, &c. aux points 5, 6, 7, 8.

DES points c^5, c^6, &c. comme centres, & de la longueur de chaque horisontale c^5 d^5, c^6 d^6, &c. pour rayons, on décrira des arcs de cercles en dessus ou en dessous, qui couperont les verticales R^1 V, R^2 V, aux points 1, 2, 3, 4, & chacune en des points x^6, x^7, x^8.

PRESENTEMENT il faut tracer les arcs des quatre hyperboles que formeront à la surface de la Tour, des plans verticaux, passant par les projections des joins de lit de la Voute S p^1, S p^2, &c. lesquelles rencontrant ces joins de lit dans la Voute, y déterminent autant de points de l'arête de rencontre de la doële de la Voute avec le parement de la Tour.

IL nous suffira de chercher un de ces points, par exemple, celui qui répond au point 4 du cintre primitif.

ON prendra la longueur 5 4, qu'on portera sur l'horisontale en 5 Y^5, ensuite 6 x^6 en 6 Y^6, 7 x^7 en 7 Y^7, &c. & par les points Y^5, Fig. 115.

Y_6, Y_7, on tirera à la main une courbe qui sera un arc de l'hyperbole qu'on cherche.

Il faut présentement faire le profil du joint de lit qui doit la couper.

On prendra la longueur $4' p^4$, qu'on portera de R^4 en P^4, sur l'horisontale DE. On élevera au point P^4 une verticale $P^4 V^4$, qu'on fera égale à la hauteur de la retombée p^4 4 du cintre primitif.

On portera ensuite la longueur 4, S de R en N, & l'on tirera l'inclinée N V^4, qui sera le profil du joint de lit, lequel coupera l'arc d'hyperbole qu'on vient de faire au point *y*, qui est celui que l'on cherche ; duquel si l'on abaisse une perpendiculaire sur DE qui la coupera en *t*, on aura par ce moyen la projection de ce point, qu'on portera à la projection de la Voute de p^4 en t^4 sur la ligne S p^4.

Par la même méthode, on cherchera les autres points t^3, t_2, t_1, pour tirer par ces points la projection de la courbe de l'arête de la Tour en A*m*B, par le moyen de laquelle on pourra tailler chaque Voussoir par équarrissement, ou si l'on veut par panneau, comme toutes les Voutes coniques dont on a la projection de l'arc de face à double courbure ; en cherchant les diagonales des panneaux, comme il a été dit au 3e. liv. & en plusieurs traits ci-devant, particulierement dans celui de la Trompe, ou Canoniere en Tour ronde ou creuse à plomb.

On peut en effet ébaucher la tête du Voussoir comme s'il étoit à plomb sur une partie du contour de la courbe de projection trouvée A*m*B, puis se reculer de la quantité que le Talud donne par une seconde courbe qu'il faut chercher par le moyen d'un extrados, ou bien pour plus grande facilité, faire au lieu d'extrados une portion de lit horisontal, sur lequel on tracera l'arc de cercle du réculement que donne le Talud sur la hauteur qu'il y a depuis le plus haut de la doële à l'extrados.

Ce moyen a cette commodité qu'il dispense du soin de faire les panneaux de lit, parce qu'après avoir formé la tête & la doële plate, ou le lit horisontal des rétombées, dont on fait usage pour opérer par équarrissement, il ne s'agit plus que de former les lits, ou avec les biveaux d'aplomb & de lit, ou avec les biveaux de lit & de doële, & en abattant la pierre pour former le lit, sa tête au parement de la Tour se forme, comme par hazard, en une portion d'arc Elliptique qui est la section du lit dans la Tour conique.

On peut auſſi opérer au contraire en faiſant la doële & un parement à plomb avec le biveau d'aplomb & de doële au lit de deſſus, ſur lequel on apliquera un panneau coupé ſur l'arc hyperbolique, qui a ſervi à tracer l'épure, pour trouver le point de l'arête du lit de deſſus ; cet arc donnera le reculement de la tête à l'extrados, & par conſéquent le moyen de poſer ſur le lit ſupérieur horiſontal, l'arc de cercle qui en donne le reculement de niveau ; tout cela ſupoſe un peu d'intelligence dans le fond du Trait, pour mettre un trait aplomb à ce panneau, où il doit ſervir à le poſer par le moyen d'un biveau de joint de lit & d'aplomb.

Le reculement de l'extrados ſur l'arête du joint de lit de deſſous ne peut ſe trouver par le moyen d'un panneau coupé ſur l'arc hyperbolique, mais par une cerche où l'on mettra auſſi un aplomb pour le poſer par dehors, ayant ſoin de la dégauchir ſuivant l'arête de lit & de doële.

Remarque ſur l'erreur de l'ancien Trait.

Quoique ce Trait ſoit fort uſuel dans les Bâtimens militaires, M^r^. de la Ruë n'en dit rien, & le P. Deran en donne un qui ne vaut rien, ſous le nom de Trompe en Tour ronde & en Talud ; il convient lui-même qu'il n'y obſerve pas la juſteſſe des opérations Géometriques, pour ne pas le rendre trop difficile, *parce*, dit-il, *qu'il y auroit un grand embarras de diſcours & de lignes, pour arriver à celle qui pourroit être tenuë en ces rigueurs pour la vraye* ; il ſe contente, ajoûte-t'il, du néceſſaire pour la pratique, laiſſant *le curieux à ceux qui auront un deſſein plus ample, que celui qu'il s'eſt propoſé*, c'eſt-à-dire, à moi, qui ne ſuis pas d'avis qu'on doive donner une opération fauſſe pour la rendre facile.

Si l'on veut ſçavoir en quoi conſiſte la fauſſeté de ſon opération, il faut rémarquer qu'il ne prend pas les reculemens du Talud ſur des plans paſſans par l'axe de la Tour, ce qui les augmente évidemment, parce qu'alors la ſection de la Tour n'eſt plus une ligne droite, mais une courbe hyperbolique, car on ſçait qu'il n'y a de ſection droite dans le cône, que celle qui paſſe par le ſommet ; or les lignes de reculement n'y paſſent point, donc elles ne ſont pas des lignes droites.

Au reſte il me ſemble que le Trait que je viens de donner pour opérer juſte, n'eſt pas plus compoſé & embarraſſé de diſcours & de lignes, que celui du P. Deran pour le faire faux ; je ne ſçai même

s'il n'est pas plus simple, puisqu'il ne consiste que dans l'intersection d'un triangle qu'il faut nécessairement faire, pour trouver la valeur du joint de lit, quelque maniere qu'on opére, & d'un arc hyperbolique, dont la construction est des plus faciles.

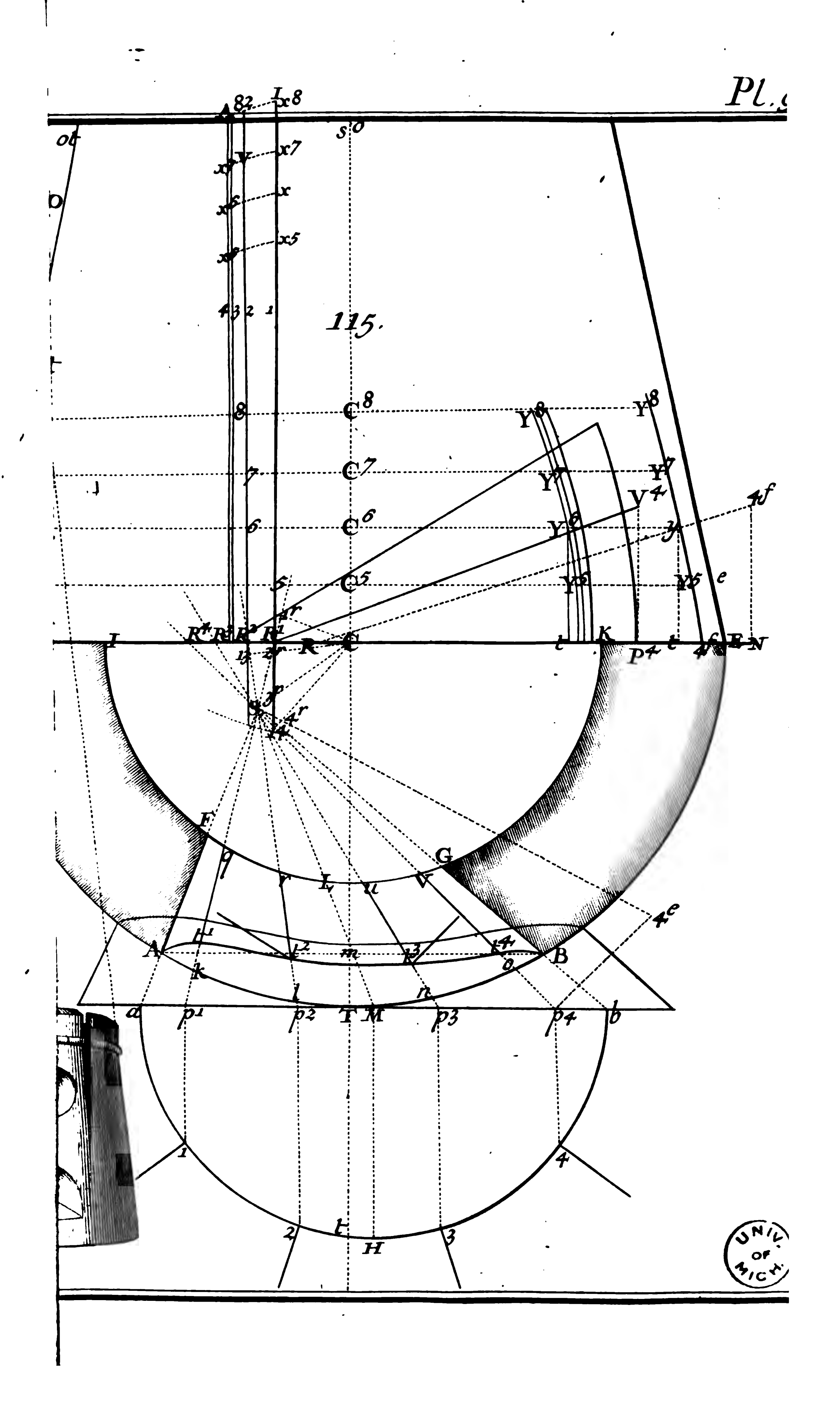
Quant à la voye que le P. Deran prend pour faire des têtes égales en rectifiant le contour de la base de la Tour pour faire son cintre primitif du cintre dévelopé; elle n'est d'aucune conséquence pour la perfection de l'ouvrage, car la régularité de la figure de la doële qui résulte du cintre primitif de surface plane pris à la base du cône, est préferable à la petite inégalité qu'il produit sur les têtes, au lieu que le cintre primitif suposé en dévelopement du cône, produit une irrégularité dans le contour de la doële.

Que si l'on vouloit absolument des têtes égales, il faudroit toûjours opérer, comme nous avons fait, par le même cintre primitif de la base, & après avoir fait le dévelopement du cône, on y traceroit celui de l'arête par le moyen de la projection, trouvé comme il a été dit au Probl. 14. du 3e. liv. & sur ce dévelopement, on referoit de nouvelles divisions des têtes des Voussoirs autant égales qu'on le souhaiteroit.

Explication Démonstrative.

Si l'on supose des plans verticaux passans par les projections des joins de lit de la Voute, il est clair que tous ceux qui ne passeront pas par l'axe de la Tour, étant prolongez s'il le faut, ne feront pas à sa surface des sections rectilignes, mais des hyperboles, par conséquent l'arête de rencontre de la surface de la doële & de celle de la Tour, sera toûjours à l'intersection d'un triangle, qui est la section du plan vertical, passant par le sommet S de la Voute conique, & d'une hyperbole qu'il forme à la surface de la Tour; or il est visible que pour avoir l'éloignement du plan de cette hyperbole de l'axe du cône vertical, il faut mener une perpendiculaire de cet axe sur le plan coupant, comme l'on a fait en C 1^r, C 2^r, &c. que portant cette distance sur la base horisontale DE, à distance égale du centre C, & tirant une parallele à l'axe comme R^1 V R^2 V, &c. chacune de ces paralleles représentera l'axe de l'hyperbole dans le cône, dont les ordonnées seront égales à des moyennes proportionelles entre les segmens DR^1, & R^1E à la base, ainsi qu'aux sections paralleles à cette base, entre les segmens d^5 5, & 5 e, ainsi des autres, ce qui a été fait par le moyen des arcs, & qui est exact, comme il a été démontré au Probl. 37. du 2e. liv.

Chapitre V.


115.
A
B
C
E
F
G
H
I
K
L
M
N
T
a
b
p1
p2
p3
p4
1
2
3
4
UNIV. OF MICH.

CHAPITRE CINQUIÈME

DE LA RENCONTRE DES VOUTES *Coniques avec les Sphériques.*

LE nombre des combinaisons de rencontres de la Sphère avec le cône se réduit à deux cas. 1°. Lorsque l'axe du cône passe par le centre de la Sphère. 2°. Lorsqu'il n'y passe pas.

PROBLEME VII.

Faire une Voute Conique quelconque, qui rachete une Voute Sphérique.

PREMIER EXEMPLE.

Lunette ébrasée ou resserrée Droite, Biaise ou Rampante, dans une Voute en Cul-de-Four sphérique ou sphéroïde.

SOIT (fig. 117.) l'arc S*ab*D, l'imposte d'une Voute sphérique, laquelle est percée d'une Voute conique, dont la projection horisontale seroit le triangle ACB, si elle étoit complete & Droite, mais dont il n'y a que la partie A*a*X*b*B voutée; le reste *a*C*b*X étant dans le vuide de la Sphère. Sur AB, comme diametre donné, on décrira le cintre primitif AHB circulaire ou Elliptique, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur AB, pour en avoir la projection en p^3 p^4 : nous ne diviserons que la moitié BH, pour faire servir l'autre AH de profil, ce qui suffit lorsque la projection de la doële conique est Droite, c'est-à-dire que son axe *c*C passe par le centre C de la Sphère, ou nous le suposons ici terminé, parce que les deux côtez de la clef sont égaux entre eux. PL. 92. Fig. 117.

ON tirera par le point C sommet du cône, qui se trouve aussi par supposition arbitraire, au centre C de la Sphère, les projections des joins de lit Cp^3, Cp^4, dont on portera les longueurs sur la ligne CH, qu'on prendra pour base des profils qui doivent donner la valeur de ces projections, lesquelles sont plus courtes que les véritables joins de lit. On portera donc Cp^4 en C*d*, & Cp^3 en C*e*.

PAR le point *d*, on élevera une perpendiculaire *d* f^4, qu'on fera

égale à la hauteur 4 p^4 ; & par le point *e* une autre *e f3* égale à 3 p_3 puis on tirera la droite f^4 S, supofant que la Lunette soit rampante, & que le sommet du cône qui étoit dans la projection en C, soit au profil en S, au milieu de la clef de la Voute sphérique, ce qui est cependant arbitraire, & au gré de l'Architecte, qui peut le mettre où bon lui semblera, en de-ça ou en de-là, plus haut ou plus bas.

Suposant donc le sommet du cône en S, on tirera les lignes AS, *f3* S, f^4 S, qui couperont le profil de la Voute sphérique *c x* S en *x*, *y*, *z*, d'où on abaissera des perpendiculaires sur CH, qui donneront leurs projections de profil X, Y, Z.

On portera la longueur CY sur la projection horisontale C p^3, où elle donnera le point y^3 & C *z* sur C p^4 en z^4, puis par les points X, y^3, z^4, & *b*, on tracera à la main une ligne courbe X y^3 z^4 *b*, qui sera la projection de l'arête de rencontre de la Lunette conique avec la doële sphérique.

Il est visible que nous suposons ici une Voute parfaitement sphérique, parce que nous prenons pour son profil un quart de cercle *c x* S, mais si elle étoit en cû-de-four surbaissée ou surhaussée, au lieu de ce quart de cercle il faudroit faire le quart d'Ellipse qui conviendroit à sa section verticale ; l'intersection de cette Ellipse avec les profils des joins de lit donneroit de même les points *x*, *y*, *z*, pour l'arête d'enfourchement des deux Voutes conique & sphéroïde, suposant la Voute sphéroïde réguliere, oblongue ou aplatie, & formée par la révolution d'une demie Ellipse autour de son axe vertical.

Mais si elle étoit formée par la révolution d'une demie Ellipse autour de son axe horisontal, alors il faudroit un quart d'Ellipse différent à chaque projection de joint de lit pour en faire le profil, & trouver les points *x*, *y*, *z*, par leur intersection avec les vrayes joins de lit, qui sont des côtez droits de la Voute conique ; alors l'arc *c b* D ne sera plus un arc de cercle, mais d'Ellipse, ce qui est clair.

Quoique nous ayons suposé la direction de la lunette Droite par sa projection, en sorte que son axe passe par le centre C, il pourroit arriver par quelque situation bizarre qu'elle fût biaise, comme en *e* G, alors on ne peut plus faire les profils, comme nous venons de les faire avec des arcs de cercles majeurs, ni faire servir une moitié pour l'autre.

Suposons la ligne du milieu donnée, c'est-à-dire la projection de

l'axe du cône en c G, & la hauteur de son sommet, dont le point G est la projection en g. On tirera par les points donnez p^1, p^2, p^3, p^4, des lignes droites au point G, au-delà duquel on les prolongera jusqu'à la rencontre de l'imposte de la Voute sphérique en i I K k, puis on tirera sur chacune de ces lignes des perpendiculaires du centre C, qui les couperont aux points m^1, m^2, m^3, m^4.

On fera ensuite les profils des sections, qui seroient faites par des plans verticaux, passans par les projections des joins de lit, prenant pour base RQ; ces profils auront tous pour hauteur commune gR.

On portera la longueur G p_4 en R q^4, où l'on élevera une perpendiculaire q^4 4°, égale à la hauteur 4 p^4, & l'on tirera la droite 4° g, qui sera la valeur du quatriéme joint de lit, dans lequel il faut trouver un point x^4, qui soit l'intersection de la Sphère.

On prendra la longueur G m^4, qu'on portera de R en n^4, d'où, comme centre, & de l'intervale m_4 K pour rayon, on décrira un arc de cercle, qui coupera la ligne 4° g au point x_4 que l'on cherche.

On trouvera de même les autres points de la projection de l'arête d'enfourchement des deux doëles de la Lunette & du Cû-de-Four.

Il est encore visible qu'on supose le Cû-de-Four sphérique & non en sphéroïde, car s'il étoit alongé ou aplati, il faudroit chercher les Ellipses de chacune des sections qui seroient faites par les plans verticaux, passans par la projection des joins de lit, pour laquelle opération il faut avoir recours à ce que nous avons dit au Probl. III. du 2e. Tome page 30.

La courbe a X b de projection horisontale de l'arête d'enfourchement, & les longueurs des joins de lit dans la Lunette, A x, f_3 y, f^4 z étant données, on aura tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de doële plate conique, & pour tailler la pierre; suposant qu'on veüille faire le dévelopement de ces panneaux, on aura tous les côtez des triangles que formeroient les doëles, si elles étoient prolongées jusqu'au sommet.

Ayant tiré une ligne du milieu de la clef où l'on voudra, par exemple en C c^4, fig. 118. on la fera égale à AS de la fig. 117. sur laquelle on prendra CX^4 égale à S x de la fig. 117. ensuite du point C pour centre, & de la longueur S y pour rayon, on décrira un arc y Y, sur lequel on portera de part & d'autre la demie-corde Y y_3 de la fig. 117. pour avoir les points y Y du dévelopement. Fig. 118. & 117.

Sur les côtez Cy CY prolongez, on portera la longueur $f_3 y$ en y 2 & Y 3 ; le Pentagone irrégulier y X^4 Y 3 2 y, sera le panneau de doële plate de la clef. On continuera de même pour avoir les autres panneaux des Voussoirs suivans 1 z y 2, a^4 z 1 A^4, qui seront plus simples, n'étant que des quadrilateres, suposant que la Lunette a sa base sur un mur droit AB ; car si elle est établie en Tour creuse, les panneaux des impostes seront des triangles mixtes a^4 z x, b^4 Z V, & le dévelopement de toute la Lunette sera un triangle curviligne a^4 X^4 b^4, au lieu que dans le premier cas sa figure est un Pentagone irrégulier curviligne A^4 a^4 X^4 b^4 B^4 c^4 A^4.

Les panneaux de doële plate de la Lunette étant donnez par ce trait, & ceux de la Voute sphérique par le trait qui lui est propre, on pourra former les Voussoirs d'enfourchement de la même maniere que ceux de la Lunette cylindrique dans un Cû-de-Four, comme il a été dit page 129. de ce 3e. tome.

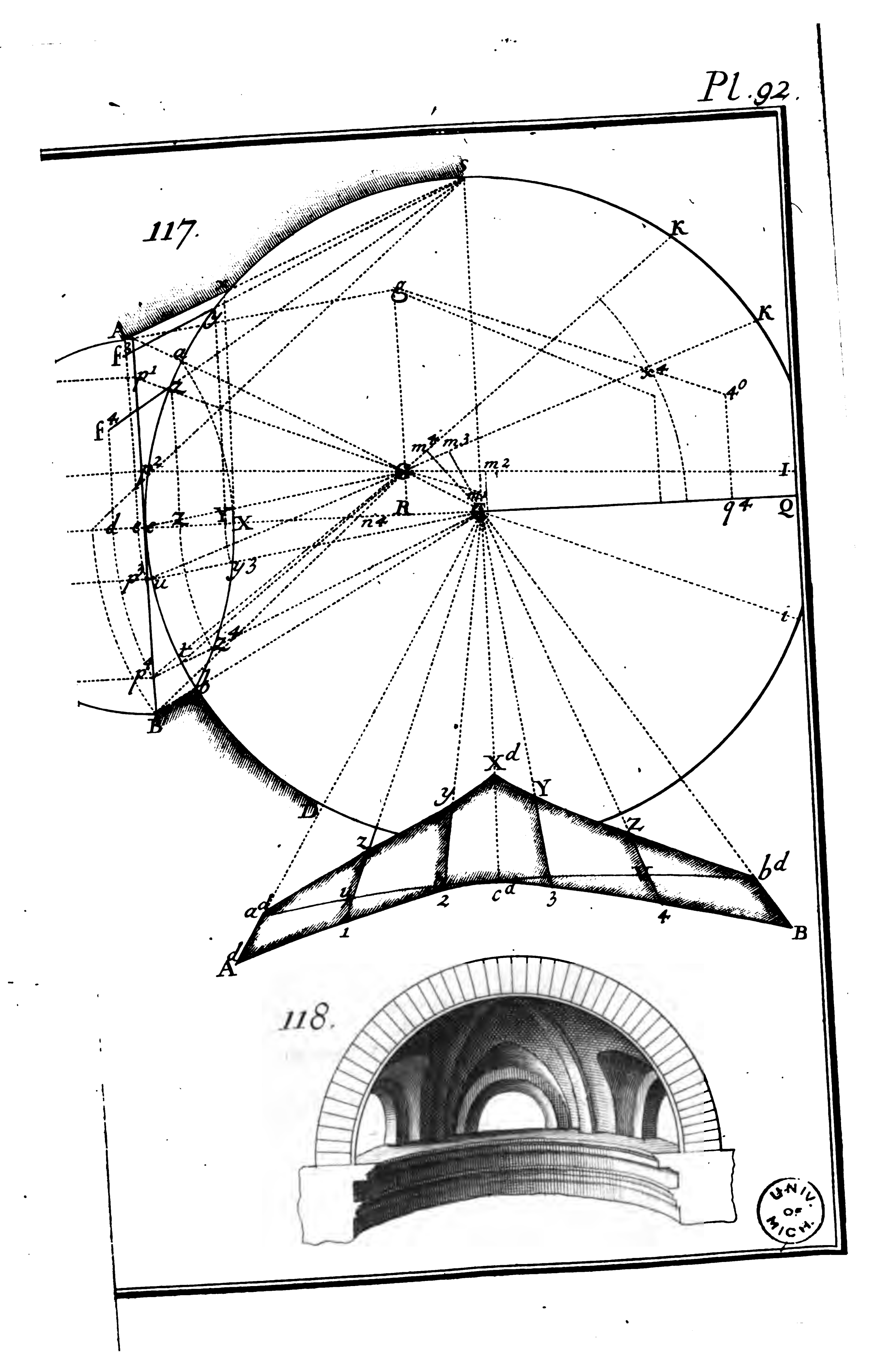
On peut de plus se servir ici des biveaux mixtes, donnez aux profils par les angles f^4 z x, f^3 y x S & A x S, posez à la branche droite suivant la direction des arêtes des joins de lit de la Lunette, & la branche courbe dans un plan vertical dirigé au pole S.

L'aplication du Trait sur la pierre peut se faire par la voye des panneaux, comme dans tous les enfourchemens des rencontres des Voutes, dont on a les doëles plates & les biveaux de rencontre; ce que nous avons repeté plusieurs fois, dès le commencement de cette seconde partie.

Et l'aplication du Trait par équarrissement se fera aussi par le moyen de la courbe de projection horisontale, sur laquelle on élevera une surface concave quarrément, dans laquelle on placera les hauteurs des retombées, comme il a été dit au 3e. Livre, page 311. pour toutes les arêtes qui sont courbes à double courbure ; enfin les biveaux de lit & de doële de la Lunette se feront comme à toutes les Voutes coniques.

On a dessiné au bas de la planche à la fig. 119. la vûë en perspective des Lunettes coniques rampantes, dans une Voute sphérique à peu près comme elles sont à la fameuse Chapelle du Pantheon de l'Escuriac, où sont les tombeaux des Rois d'Espagne.

Je les ai aussi disposé de même dans la Voute de celle du nouvel Hôpital, que Mrs. de Haguenau vont faire bâtir sur les desseins


Pl. 92.
117.
118.
UNIV. OF MICH.

que je leur ai donné, charmé d'aider de mes conseils, un illustre Magistrat zelé pour l'utilité publique.

QUOIQUE ces sortes de Lunettes soient fort usuelles, le P. Deran & Mr. de la Ruë n'en ont rien dit.

Explication Démonstrative.

LA construction de ce Trait est si semblable dans son principe à la précedente, qu'on pourra l'y reconnoître facilement. On supose des plans verticaux, passans par les joins de lit de la Lunette, qui font une section triangulaire dans le cône, & une circulaire dans la Sphère ; comme cette derniere est ordinairement d'un cercle mineur, parce qu'elle passe rarement par son axe, on a tiré des perpendiculaires sur toutes ces sections en C m^1 C m^2, &c. pour avoir les centres de ces cercles en m^1 m^2, &c. la raison en est claire par les Elemens de Géometrie, où il est dit que la perpendiculaire tirée sur une corde, la coupe en deux également, & donne la position du centre à l'égard du sommet du cône, par l'intervale S m^1 ou S m_2 &c.

SI la Lunette au lieu d'être circulaire à sa base, c'est-à-dire à son cintre primitif AHB, étoit sur haussée ou sur baissée, il ne se feroit d'autre changement au Trait, que celui du plus ou du moins de hauteur de retombées.

SECOND EXEMPLE.

Abajour en O biais ébasé & rampant, tombant dans une Voute sphérique.

CE Trait n'est proprement qu'un inverse du précedent, tournant le cône différemment, en sorte que son ébrasement vienne du dehors au dedans de la Voute sphérique, au lieu qu'au Trait précedent, il étoit dirigé du dedans au dehors. Pl. 93. *Fig.* 121.

LA seconde différence est qu'ici le contour du cône est entier autour de son axe, & qu'au Trait précedent ce n'étoit qu'une moitié ; mais comme ces différences ne sont d'aucune conséquence, & qu'il est cependant à propos de parler de ce Trait, dont le P. Deran n'a rien dit, non plus que du précedent : je vais le traiter d'une nouvelle maniere, que l'on pourra, si l'on veut, apliquer aussi au précedent ; elle paroîtra même plus facile.

SOIT (fig. 120.) le cercle ou portion de cercle PBO, le plan ho- *Fig.* 120.

rifontal d'une Voute sphérique dont le centre est C ; pour ne pas trop étendre la figure, nous ferons servir l'arc *eo* pour la projection horisontale, & l'arc P*e* pour la verticale, & parce qu'il s'agit principalement de l'inclinaison du cône de l'abajour, nous commencerons à régler le profil.

Ayant tracé à volonté les deux lignes AD, BE, l'une pour la clef supérieure, l'autre pour l'inférieure, partant des deux points D, E, donnez pour l'intervale du diametre de l'ouverture extérieure de l'abajour ; on prolongera ces lignes jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en S, où sera le sommet du cône.

Sur DE comme diametre, on décrira le cintre primitif, ou seulement une moitié D3E, ce qui suffit, parce que l'autre lui est égale, & l'ayant divisé en ses Voussoirs, ensorte qu'il y en ait une moitié en D 1, & une autre en E 5, pour moitié des clefs; on menera des perpendiculaires au diametre DE, qui le couperont aux points f^1 f^2 f^3 f^4, & par tous ces points & le sommet S, on menera des lignes indéfinies S*q*, S*r*, S*s*, S*t*, S*u*, qui feront les projections verticales des joins de lit d'une moitié de l'abajour, dont il faut trouver les vrayes longueurs, celles de ce profil n'étant pas encore les réelles, mais elles sont nécessaires pour les trouver, comme l'on verra ci-après.

Par les points *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n* pris à volonté sur la ligne AD, on menera autant de paralleles à DE prolongées indéfiniment, comme *hz*, *iz*, *kz*, *lz*, *mz*, *nz*, qui couperont le rayon C*e* de la Sphère perpendiculaire à DF, aux points Y, Y, Y, l'arc vertical P*e* de son cercle majeur aux points H, I, K, L, M, N, & l'axe du cône SX, aux points *c*, *c*, *c*, *c*, *c*, *c*.

De tous les points *c*, *c* pour centres, & pour rayons les parties de ces paralleles qui sont dans le cône *cn*, *cm*, &c. on décrira des arcs de cercles, & de tous les points Y, Y, pour centres, & pour rayons les parties de ces paralleles qui sont dans la Sphère ; on décrira d'autres arcs de cercles, qui couperont les précedens aux points *x*, *x*, desquels on menera des perpendiculaires à chaque parallele, où l'on a pris les centres qui ont donné les points *x*, *x*, lesquelles les couperont aux points *y*, *y* ; par exemple, sur la ligne YK, du point *c* pour centre, & *ck* pour rayon, on décrira un arc de cercle 7*x*, & sur la même ligne Y*k*, du point Y pour centre, & pour rayon la longueur YK, qui est dans la Sphère, on décrira un autre arc de cercle *x* 8, qui coupera le précedent au point *x*, par où on menera

sur YK, une perpendiculaire *xy*, qui coupera YK au point *y*, qui est un de ceux de la projection verticale.

On trouvera de même tous les autres points *y*, *y*, par lesquels on tracera à la main une courbe A *yyy*, &c. B, qui coupera les projections verticales des joins de lit S*q*, S*r*, S*s*, S*t*, S*u*, aux points *q*, *r*, *s*, *t*, *u*.

Les longueurs des perpendiculaires *xy*, *xy*, serviront ensuite à trouver la projection horisontale de la même arête de rencontre des Voutes coniques & sphériques, dont la courbe A *yy* B est la projection verticale ; il n'y a qu'à porter toutes ces perpendiculaires *xy*, *xy*, sur les lignes *yz* qui leur apartiennent, ausquelles elles se terminent, à commencer au rayon C*e*; par exemple, sur la ligne *q* Y, prolongée au-delà de C*e*, on portera la longueur *y* 1ˣ de la perpendiculaire, sur Y 1ᶻ, qui donnera le point 1ᶻ ; de même la perpendiculaire 2ˣ*y* en Y 2ᶻ, qui donnera ce point 2ᶻ, ainsi des autres de suite ; & par tous les points *a*, projection du point A sur C*e*, & les suivans 1ᶻ, 2ᶻ, *z*, *z*, *z*, &c. on tracera à la main une ligne courbe, qui sera la projection horisontale de l'arête d'enfourchement des deux Voutes, laquelle servira à déterminer les longueurs des projections horisontales des joins de lit, dont on a besoin pour en faire les bases des seconds profils, qui en donnent les veritables longueurs.

Du point S, ayant abaissé une perpendiculaire sur ED prolongée en *p'*, on portera la longueur S*p'* en *c*ᵖ Sᵖ, sur le rayon C*e*, prolongé au-delà de DF, qu'il coupe perpendiculairement en *c*ᵖ, où sera le centre d'un quart de cintre primitif F*d*, qu'on y répetera avec ses divisions F*e* 2, 2'1, & la moitié 1 *d*, qui représentera celle du profil supérieur D 1' par les points 1 & 2, ayant abaissé des perpendiculaires sur *c*ᵖ F, qui couperont ce rayon aux points *p*¹ *p*² ; on menera par ces points *p*¹ *p*², & par le sommet Sᵖ, les lignes Sᵖ Q, Sᵖ R, Sᵖ W, qui couperont la courbe de projection horisontale de l'arête d'enfourchement aux points Q, R *&* T, V, les longueurs Sᵖ Q, Sᵖ R, Sᵖ *t*³, Sᵖ 1 & Sᵖ V, seront les projections horisontales de la moitié des joins de lit de l'Abajour, qui serviront à en trouver les véritables longueurs, comme il suit.

Par les points *q*, *r*, *s*, *t*, *u* de la projection verticale, on menera des paralleles indéfinies à C*e* comme *r o*ʳ, *s o*ˢ, *t o*ᵗ, *u o*ᵘ ; ensuite ayant pris la ligne Sᵖ C pour base de tous les profils, on portera la longueur Sᵖ Q en Sᵖ *a*ᵖ, & par le point *a*ᵖ, on élevera une perpendiculaire à cette base, qui coupera la parallele, passant par le point *q* en un point

qu'on n'a pas marqué, parce qu'il tombe si près de *q*, qu'on ne peut le distinguer.

On portera de même la longueur S*p* R en *a°*, c'est-à-dire tout près, car on fait servir ce signe *a°* pour trois points différens, qui tombent si prés, qu'on n'a pas de place pour les désigner par différens caracteres, & ayant élevé une perpendiculaire à la base qui coupera la parallele, passant par le point *r*, au point *o'*; la longueur *o'* S sera la vraye longueur d'un joint de lit qui se feroit dans un cône entier, mais parce qu'il est coupé par le plan DE, on tirera la ligne *o* S, qui coupera DE au point *n*; la vraye longueur de ce joint de lit à la surface de la doële de l'Abajour, sera *o'n*; on trouvera de même la vraye longueur des joins, dont *p* V & *p* T sont les projections horisontales; mais comme le point *t³* de l'atouchement du joint du côté représenté au premier profil par la ligne S *c*, n'est pas bien déterminé; il faudra mener par le point *f*, où ce joint coupe la courbe A*yy*B, la ligne *f t³*, qui coupera S*p* F prolongé en *t³* où est le point d'atouchement; ainsi portant la longueur S*p t³* en S*p o*, comme le marque l'arc de cercle *t³ o*; on élevera à ce point *o* la perpendiculaire *o o'*, qui coupera la parallele *f³ o'* au point *o'*, d'où tirant une ligne au sommet S, la longueur *o, n* sera celle du joint de lit *f c*, qui étoit racourcie par la projection verticale, ainsi des autres.

Ayant trouvé les véritables longueurs des joins de lit de l'Abajour, il ne sera pas difficile de faire les panneaux de doële plate, soit en particulier, soit tout de suite, en forme de développement, comme on a fait ici pour une moitié de droite ou de gauche de l'Abajour.

Premierement, par le Probl. 14. du 3e. liv. on fera le développement des cordes de la base du cône scalene D3E, qui donnera la courbe D 3^d^ *e*, par le moyen des points trouvez 1^d^ 2^d^ 3^d^, &c. comme il suit.

Fig. 120 Suposant que l'on commence le développement au point D, quoiqu'il ne doive pas être pris au milieu d'une doële, parce que la corde D 1 n'est pas dans la doële plate de la clef F 1, mais il n'importe, il ne s'agit que de montrer une pratique qu'on aplique où l'on veut, pour la fin qu'on se propose.

Ayant porté la longueur P' 1 sur P' E en P' 1', comme le marque l'arc de cercle 1 1'. On prendra la distance 1' S, de laquelle, pour rayon & du point S pour centre, on décrira un arc vers 1^d^, & prenant la longueur de la corde D 1 pour rayon; du point D pour

centre

centre, on décrira un arc qui coupera le précedent au point 1^d; ensuite portant l'intervale P' 2 en P' 1^2, comme le marque l'arc de cercle 2 1^2, on prendra la distance du point 1^2 au sommet S du cône, avec laquelle comme rayon, & du point S pour centre, on décrira un arc vers 2^d, ensuite prenant la corde 1·2 pour rayon, du point 1^d pour centre, on décrira un arc vers 2^d, qui coupera le précedent au point 2^d, ainsi des autres; & par les points 1^d 2^d 3^d, on menera des lignes du points qu'on prolongera indéfiniment, sur lesquelles on portera les longueurs des joins de lit de l'Abajour, comme n o^r en 2^d r^d, n o^s en 3^d f^d, n o^t en 4^d t^d, ainsi des autres; ce qui donnera les points q^d, r^d, f^d, t^d, u^d, b^d, par lesquels on menera des lignes droites, qui acheveront les trapezes des panneaux de doële plate.

Si l'on veut se servir de panneaux de lit, il faudra faire un extrados, & trouver ses courbes de projection verticale & horisontale, de la même maniere qu'on a fait celles de l'arête de la doële à la face & à l'enfourchement, & trouver encore des points entre la doële & l'extrados aux joins de tête, par une suposition d'un cintre moyen entre la doële & l'extrados, ce qui est long & embarrassant.

Mais on peut se passer de panneaux, en trouvant, suivant la maniere générale du Probl. 14. du 3e. liv. le biveau de doële plate & de lit, & celui de doële & de tête plane DE, & enfin pour l'enfourchement dans la Voute sphérique, en suivant la méthode de ceux des descentes qui rachetent une Voute sphérique, Probleme de ce Livre, où l'on a donné la maniere de trouver le biveau de doële plate de l'une & de l'autre Voute à leur rencontre.

Corollaire I.

De-là on tire la maniere de faire, 1°. l'*Abajour en Talud*; car si l'on supose une ligne ET, qui soit le profil d'un mur en Talud, au lieu de l'aplomb DE, cette ligne étant prise pour diametre du cintre primitif, ne fera aucun changement dans la construction que de rendre le cône scalene SDE moins oblique sur sa base, & arondir davantage l'intérieur de l'Abajour; mais alors il faut que les lignes de section soient paralleles au Talud de la face, pour qu'elles donnent des cercles; ainsi les lignes *h*Y, *i*Y, *k*Y, &c. ne seront plus alors des verticales, mais des inclinées à l'horison parallelement au Talud TE.

Corollaire II.

Il suit aussi de la même construction qu'on peut faire un *Abajour*

en O surmonté ou surbaissé, soit que sa face soit à plomb comme DE, ou en Talud comme TE, mais alors les lignes *bc*, *ic*, *kc*, &c ne seront plus des rayons de cercles, mais des demi-axes d'Ellipses semblables à celle du cintre primitif, dont l'autre demi-axe horisontal sera trouvé en cherchant une quatriéme proportionnelle à D*c*, *nc*, ou *mc*, ou 1*c*, &c. & *c*3, ce qui est clair & facile à apercevoir; alors la construction déviendra un peu plus composée, mais ne changera en rien dans son principe.

Corollaire III.

Enfin par le moyen de la même construction, on pourra faire l'*Abajour en O biais*, *sans Talud* ou *avec Talud*; mais alors la moitié de la projection horisontale ne suffira pas, parce que l'autre ne lui est pas égale, & la projection verticale de la courbe de l'arête d'enfourchement A*qrstu*B, ne représentera pas non plus les deux côtez de la clef à droite & à gauche, ce qui sera indiqué par une perpendiculaire à la projection de l'axe *sp*, *a''*, & dans ce cas il faut commencer par chercher la courbe de la projection horisontale de l'arête d'enfourchement, en coupant le plan horisontal de l'Abajour & de la Voute sphérique par des paralleles, à la projection de la face d'entrée de l'Abajour, & après avoir trouvé cette courbe, on se servira des lignes *xy*, comme des ordonnées à l'axe du cône, c'est-à-dire de l'Abajour qu'on rangera sur les paralleles prolongées, depuis le plan horisontal au profil de la projection verticale; ensuite par des profils particuliers, on cherchera les longueurs des joins de lit, les biveaux &c. comme il a été pratiqué pour les Voutes coniques, ce qui n'a pas besoin d'une plus ample explication.

Cependant comme ce Trait paroît fort composé par la multiplicité des lignes & des opérations pour trouver les valeurs des profils, il est bon d'aider un peu le Lecteur à trouver les raisons de la construction, afin qu'il l'entende & l'exécute plus facilement.

Explication Démonstrative

Nous avons donné au 2e. Livre, pour principe général de la maniere de trouver les intersections des corps qui se pénétrent, qu'il faut les supposer coupez par plusieurs plans paralleles entre eux, dont la position, à l'égard des corps coupez soit telle, que les sections dans chacun d'eux deviene une de ces courbes qui sont les plus faciles à connoître & à décrire, comme le cercle par préférence, ensuite l'Ellipse, ensuite la parabole, & enfin l'hyperbole dans le cône, afin

que l'interſection des deux courbes qui ſe croiſent, donne facilement les points de l'interſection des ſurfaces de la Sphère & du cône dans le cas préſent.

SUR ce principe de commodité, nous avons coupé le cône de l'Abajour par des plans paralleles à ſa face verticale, exprimée par le profil DE, parce que cette ligne DE étant le diametre du cintre primitif, donné en cercle ou en Ellipſe, toutes les ſections des plans verticaux feront des cercles, ou ſi elle eſt Elliptique, elles donneront des Ellipſes ſemblables à celle de ce cintre primitif donné ou pris à volonté, par conſéquent toutes ſes paralleles, dont le profil donne un axe qui eſt le vertical, feront faciles à décrire.

SECONDEMENT, puiſque toutes les ſections de la Sphère ſont des cercles dont les rayons ſont donnez par les profils des plans verticaux, qui la coupent KY, LY, MY, &c. il eſt viſible qu'il ne s'agit que de trouver l'interſection du cercle du cône ſcalene avec le cercle de la Sphère, ou de l'Ellipſe du même cône ſcalene & d'un cercle de la Sphère; mais comme ces joins ſont en l'air ſituez perpendiculairement au plan vertical du profil, on les a tranſporté au point x, en changeant la ſituation du plan vertical ſur celle du papier, ce qui ne change en rien la poſition de l'interſection des lignes courbes trouvées, qui reſtent dans le même raport de diſtance & de grandeur.

ENFIN, parce que nous avons ſupoſé le cône de l'Abajour coupé par ſon ſommet S, & par des points de diviſion 1, 2, 3, 4, du cintre primitif, qui ſont inégalement loin du premier plan vertical, paſſant par l'axe du cône; ces plans feront pour ſections des lignes droites, dont la repréſentation ſur le premier vertical eſt racourcie, parce que ces plans ſont inclinez entre eux; c'eſt pourquoi nous avons été obligé de chercher la valeur de ces ſections droites, qui ſont les longueurs des joins de lit en œuvre.



CHAPITRE SIXIE'ME

DES RENCONTRES DES VOUTES *Cylindriques, Coniques & Sphériques.*

Avec les Annulaires.

Premiere Combinaison des Berceaux avec les Voutes sur le Noyau.

PROBLEME VIII.

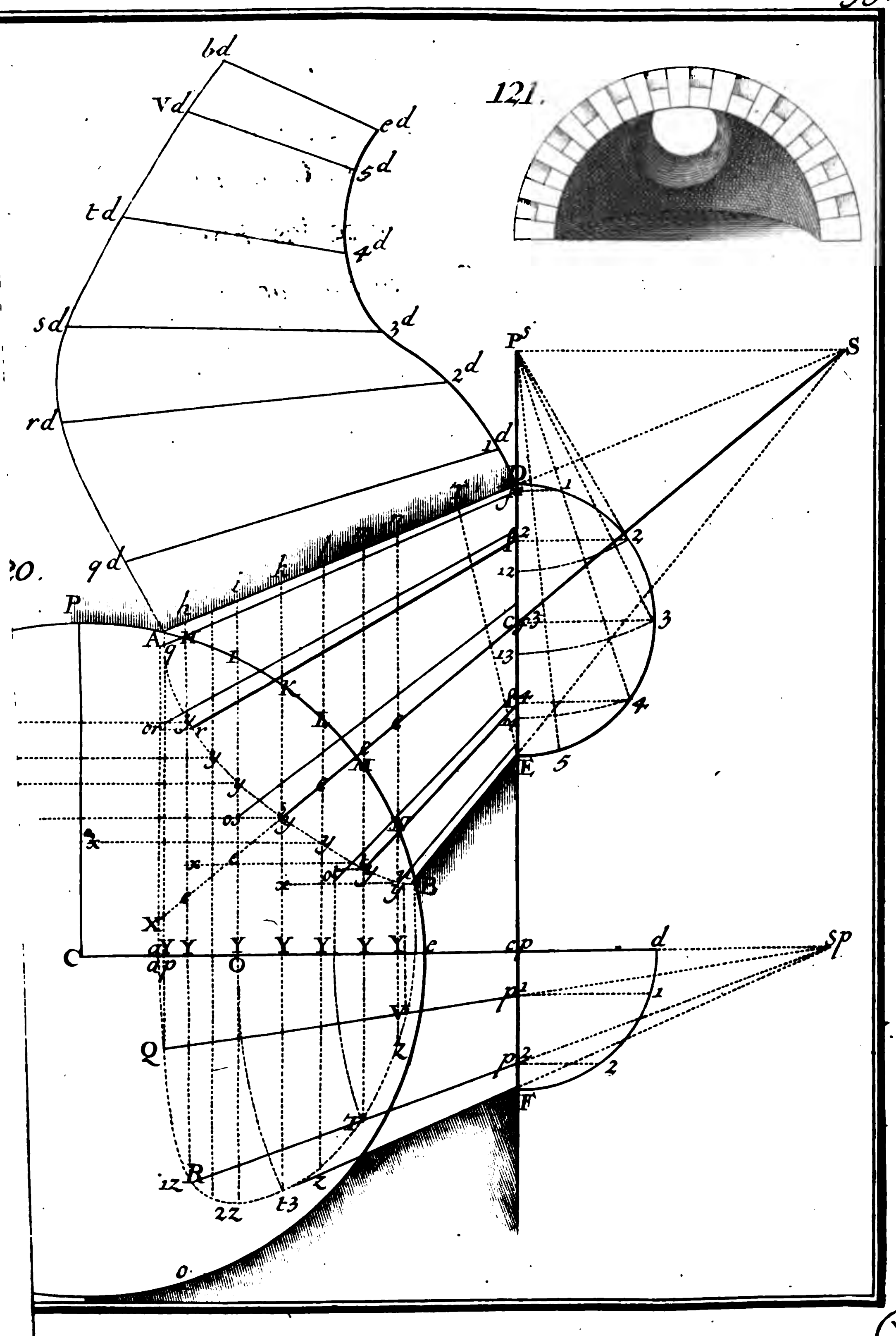
Faire l'enfourchement d'un Berceau en situation quelconque, à l'égard d'une Voute sur le Noyau.

UN Berceau peut être consideré en différentes situations, à l'égard de la Voute sur le Noyau. 1°. Il peut être de bout, c'est-à-dire en situation verticale comme une Tour, & alors il ne peut pas se faire d'enfourchement à la jonction de la Voute sur le noyau avec la Tour qui la pénétreroit du côté concave de la clef, parce que les Voussoirs pousseroient au vuide ; cependant il s'y formera un angle rentrant, dont le sommet des surfaces formera une courbe à double courbure qu'il sera facile de tracer, parce que la base de la Tour en est la projection toute trouvée, & les hauteurs de ses points seront donnez sur la surface cylindrique, par les retombées des arcs du cintre de la Voute sur le noyau ; comme ce cas est rare dans la pratique, & qu'il est d'une facile exécution, nous ne croyons pas nécessaire d'en donner un exemple.

SECOND CAS.

Berceau de niveau qui fait Lunette Droite ou biaise, dans une Voute sur le Noyau.

Pl. 93. Fig. 122. Soit (fig. 122. Pl. 93.) les deux arcs concentriques, DNO convexe, & EABI concave, les projections des piédroits ou impostes d'une Voute sur le noyau, & les droites A*a*, B*b*, celles d'un Berceau horisontal qui la pénétre.


121.
120.

AYANT tiré du centre C du noyau DNO, la ligne DE, pour diametre de l'arc-droit de la Voute Annulaire, on décrira sur cette ligne le cintre de cette Voute circulaire ou Elliptique, surhaussé ou surbaissé comme DHE.

ON tracera de même l'arc-droit *abb* pour le Berceau de niveau, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sus *ab*, qu'on prolongera indéfiniment.

ON élevera ensuite au point E, une perpendiculaire à DE comme E 2[3], qui sera tangente de l'arc-droit, sur laquelle on portera les hauteurs p^1, p^2, des divisions du berceau en E 1[4] & E 2[3], par où on menera des paralleles à ED, 2[3] *g*, 1[4] *f*, qui couperont l'arc HE aux points *g* & *f*, d'où on abaissera des perpendiculaires sur DE, qui la couperont aux points P & *p*.

DU centre C par les points P & *p* de la ligne DE, on tracera des arcs de cercles concentriques PL, *pl*, qui couperont les projections des joins de lit du Berceau aux points FG *g*[3] *f*[4], par lesquels on menera des lignes droites, qui donneront pour projection des doëles plates de l'arête d'enfourchement, le contour AFG *g*[3] *f*[4] B, dont on se servira pour former la lunette, de la même maniere que nous l'avons dit au Probl. V. pag. 129. de la rencontre des berceaux avec les Voutes sphériques sans aucune différence ; ainsi nous croyons devoir y renvoyer le Lecteur, pour éviter les repétitions.

Explication Démonstrative.

SI l'on supose des plans verticaux passans par les projections *p*K *p*N, des joins de lit du berceau prolongez, il est clair qu'ils feront pour section dans le Berceau des parallelogrames, dont la hauteur sera égale à p^1, p^2, égale par la construction à E 1[4] E 2[3] ou *gp*, *fp*, & dans la Voute sur le noyau, ils feront pour section des Ovales du quatriéme ordre, dont nous avons parlé au Livre premier, comme KQM, N*qn*, &c. qui couperont les parallelogrames du Berceau, aux points *x* & *y*, lesquels seront communs aux deux Voutes : Or ces points seront évidemment, & par la construction, à même hauteur que les points 3 & 4 ou *g* & *f*, & leur projection sera dans l'intersection des arcs de cercles PL, *pl*; donc la projection des divisions de l'arête d'enfourchement des deux Voutes est bien trouvée, ce qui est la partie essentielle du Trait.

Second Cas. Pour *faire l'enfourchement de rencontre d'une Tour, dans une Voute sur le Noyau*; il est clair que la projection de cet enfourchement

sera donnée dans l'arc de cercle, qui sera la base de la Tour compri dans l'intervale de la rencontre des deux Voutes, ainsi il n'y a pas de difficulté ; c'est pourquoi nous n'en avons pas fait de figure.

Il ne sera pas difficile d'en faire la projection verticale, car ce sera la même que la précedente en differente position ; il ne s'agit que de supposer en plan vertical, ce qui étoit en plan horisontal ; car il est clair que les plans verticaux seront toûjours pour section dans la Voute sur le noyau des Ovales du 4e. ordre, & des parallelogrames de bout dans la Tour, au lieu qu'au cas précedent ils étoient couchez horisontalement.

TROISIE'ME CAS.

De l'Enfourchement du Berceau en descente, qui rachete une Voute sur le Noyau.

Fig. 123. Soit (fig. 123.) le Trapeze mixte NEBD, le plan horisontal d'une portion de Voute sur le noyau, dont le centre du noyau est en C, auquel sont dirigez les diametres EN, BD, soit aussi A *a* B *b*, la projection horisontale d'un Berceau en descente qui pénétre la Voute sur le noyau, suivant l'inclinaison de l'angle de la rampe donné en RML.

Sur *ab* diametre du Berceau, on décrira le cintre primitif *a bb*, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera des perpendiculaires à *ab*, qu'on prolongera indéfiniment, lesquelles couperont le piédroit concave de la Voute sur le noyau aux points F, G, I, K, par lesquels on élevera des perpendiculaires aux projections des joins de lit jusqu'à la rencontre du diametre NE, qu'on prendra pour base du profil ; ces perpendiculaires couperont cette base aux points M *k i g*, *f*, E.

On prolongera ensuite la ligne de face *b a*, qui coupera la rampe MR au point R, au dessus duquel on portera les hauteurs *p* 1, *p* 2, du cintre primitif en R 1^4, R 2^3, par ces points 1^4 & 2^3, on menera des paralleles à la ligne de rampe MR prolongées indéfiniment.

On tracera ensuite par le Probl. XVI. du 2e. liv. page 162. les courbes ovales du quatriéme ordre sur les diametres QF, DG, SI, TK, qu'on transportera par des perpendiculaires *q* Q *d* D, &c. sur la base du profil C L, par le moyen des hauteurs de l'arc-droit DHB de la Voute sur le Noyau ; il ne sera pas même nécessaire de tracer ces ovales entieres, mais seulement la partie qui est du côté concave AB, où

se fait la rencontre des deux Voutes : ces courbes couperont les projections verticales des joins de lit du Berceau en des points qui seront à l'arête d'enfourchement des deux Voutes, d'où on abaissera des perpendiculaires sur les projections correspondantes des joins de lit du Berceau, pour y avoir la projection horisontale de ces mêmes points ; ainsi l'ovale $q z 1^x f$ coupera la projection verticale du premier & quatriéme joint $1^4 4^x$, au point 1^x ; l'ovale $d z 2^x g$ coupera la projection verticales $2^3 3^x$, du 2e. & 3e. joint au point 2^x, l'ovale $S z 3^x i$ coupera la même projection au point 3^x, & enfin la portion d'ovale $t z 4^x k$ coupera la projection du joint $1^4 4^x$ au point 4^x.

A l'égard du premier point de l'imposte x, il sera donné par l'intersection de l'arc-droit circulaire formé sur le diametre NE ou DB, & de la ligne de rampe MR, qui montre que dans la descente qui rachete de biais un Berceau, la naissance de l'arête d'enfourchement est plus haute d'un côté en x que de l'autre en M, comme nous l'avons dit ailleurs, en parlant de la rencontre des Berceaux entre eux.

SI par les points x 1^x, 2^x, 3^x, 4^x, on abaisse des perpendiculaires sur les projections des joints de lit du Berceau Qp, Dp, Sp, Tp, les points de leur intersection y^1, y^2, y^3, y^4, donneront la projection de ceux de l'arête d'enfourchement, qui proviennent des divisions 1, 2, 3, 4, du cintre primitif abb ; & si l'on mene des lignes droites ou cordes de l'un à l'autre, on aura pour projection de la rencontre des doëles plates des deux Voutes le contour $A y^1 y^2 y^3 y^4 B$, dont on fera le même usage pour former les Voussoirs qu'on l'a dit des enfourchemens des Berceaux en descentes avec les Voutes sphériques ; il n'y a aucun changement de construction, c'est pourquoi on renvoye le Lecteur au Prob. V. de ce 3e. Tome page 133.

PAR exemple, pour le Voussoir 3-4. on fera la projection $y^3 u y^4 V$, dont les côtez $V y^3$ & $y^4 u$ seront dirigez au centre du noyau C^n, passant par les points y^3 y^4, & les côtez $y^3 u$ & $y^4 V$, feront les cordes des arcs concentriques à AB passant par les mêmes points y^3 & y^4, & terminées aux lignes tendant au centre C^n, qui sont des joins de tête de la Voute sphérique & sur le noyau ; les mêmes arcs terminez en P & p au diametre DB de l'arc-droit DHB de la Voute sur le noyau, donneront la position des aplombs $3^x P$, $4^x p$ de la hauteur des joins de lit circulaires, à la doële de ladite Voute, dont on fera usage, comme il a été dit au Probleme cité.

USAGE.

L'EXECUTION de ce Trait se voit assez fréquemment dans les Eglises,

dont le Chevet est à bas côtez tournans, sous lesquels on fait souvent des Chapelles souterraines, qui tirent le jour par des Abajours de Berceaux en descente.

Seconde Combinaison.

De la Rencontre des Voutes Coniques avec les Annulaires.

Nous avons dit au Tome précedent, en parlant des Voutes Annulaires, qu'on peut considerer leur moitié simplement concave comme une partie de Voute en cu-de-four surbaissé, & que leur partie du côté du noyau qui est *concavo-convexe*, c'est-à-dire concave dans sa direction verticale, & convexe dans sa direction horisontale, pouvoit être considerée comme une suite de cônes tronquez renversez, dont la pointe est en bas dans [illegible]e du noyau, au contraire des Voutes sphériques considerées suivant ce sistême, où les cônes ont leur sommet en dessus du plan horisontal dans l'axe de la Sphère ou du sphéroïde; suivant ce principe il ne sera pas plus difficile de trouver les intersections des surfaces Coniques avec les Annulaires, que des Coniques entre elles.

On peut aussi les trouver par des sections de plans paralleles, comme dans les exemples précedens; mais il en résulte des courbes un peu longues à décrire, telles sont les ovales du quatriéme ordre dans l'anneau, & les hyperboles dans le triangle; il faut tacher pour la facilité de l'opération de n'en avoir qu'une des deux à décrire, & un cercle ou un triangle pour l'autre.

PROBLEME IX.

Faire une Voute Conique qui rachete une Annulaire.

En termes de l'Art.

Lunette Droite ou biaise, ébrasée en dehors ou en dedans d'une Voute sur le Noyau.

Pl. 94. Fig. 124. Les Lunettes les plus convenables aux Voutes sur le noyau sont les Coniques ébrasées en dehors, qui ont leur sommet de direction prolongée au centre C du noyau de la Voute Annulaire. 1°. Parce

que

122.

123.

que dans cette position la Lunette est Droite, c'est-à-dire, que son axe est perpendiculaire à la tangente de l'Anneau, tirée par le point où cet axe en coupe la circonférence, d'où il résulte de la régularité dans la Lunette. 2°. Parce que la rencontre de l'imposte de la Lunette avec celle de la Voute sur le noyau, ou du cercle qui lui est parallele, si les impostes sont de hauteurs inégales, fait l'angle le plus droit qu'il est possible, & que ces angles sont égaux entr'eux, de sorte qu'il n'y a point d'obliquité.

Il pourroit cependant arriver par quelque raison de simétrie extérieure, comme celle d'une égalité de fenêtres ou vitraux, qu'on seroit obligé d'élever la Lunette en sens contraire du dehors au dedans, comme en XH *b*, pour augmenter le jour intérieurement.

PREMIER CAS.

Soit (fig. 124.) l'arc AMB, une portion concave de Voute sur le noyau, dont le pié-droit convexe est QG, & le quadrilatére mixte ADEB, le plan horisontal d'une Lunette, dont les pié-droits DA & EB prolongez, concourent au centre C^n du Noyau QKG. Pl. 94. Fig. 124.

Sur la corde AB, ou sur une de ses paralleles DE, comme diametre, on décrira le cintre primitif de la Lunette DHB, qu'on divisera en ses Voussoirs, aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera des perpendiculaires, qui donneront les points de projections p^1, p^2, &c. par lesquels on tirera des lignes au centre C^n, qui seront les projections des joints de lit, dont il faut trouver les longueurs du côté de la Voute sur le noyau, par la projection de l'arête de rencontre des deux Voutes.

Si l'on supose des plans verticaux, élevez sur les projections des Joints de lit p^1 C^n, p^2 C^n, &c. il est clair qu'ils seront dans la Voute conique, dont la Lunette n'est qu'une partie, des sections triangulaires variables, & les mêmes plans feront dans la Voute sur le noyau, une section circulaire toujours égale à l'arc-droit K *b* M.

Il faut donc faire les profils des triangles, en élevant, par exemple sur la projection C^n p^4, une perpendiculaire p^4 f^4, égale à la hauteur de retombée 4 p^4, puis on tirera au centre C^n du noyau, la ligne f^4 C^n. Si du point C^4, milieu de la partie *i* q^4, & la longueur C^m M, pour rayon, on fait un arc vers Z, qui coupe la Droite f^4 C^n en Z; ce point Z, sera la rencontre des deux surfaces, duquel on abaissera une perpendiculaire sur la projection p^4 C^n, qu'elle coupera au point

l^4, qui est un de ceux de la projection d'arête d'enfourchement que l'on cherche.

Par la même construction, on élevera $p^3 f^3$, perpendiculaire sur $p^3 C^3$, & égale à la hauteur de la retombée p^3, pour tirer f^3, dont l'interfection avec un arc de cercle de même rayon que le précedent, & décrit du centre C^3, donnera le point Y, & sa projection l^3 que l'on cherche, ainsi du reste ; & par les points trouvez L l^3 l^4 d'un côté, & de même de l'autre vers A, on tracera la courbe de projection ALB de l'arête de rencontre, laquelle fournira les moyens de tailler la pierre par équarrissement, ou de former les biveaux de doëles plates, comme l'on a fait aux rencontres des Voutes sphériques avec les Cylindriques, par le moyen des sections de doële & d'hérison, dont les parties de cette ligne sont les diagonales des plans des doëles plates inclinées entr'elles.

SECOND CAS.

Où la Lunette est ébrasée du déhors au dedans.

Fig. 124. Soit *a d e b*, le plan horisontal de la Lunette, dont les impostes concourent en un point H, & la ligne du milieu HM, laquelle étant prolongée, concoure au centre du noyau C^n. Ayant tiré à cette ligne, qui est l'axe du cône, une perpendiculaire *a b* où l'on voudra, on la prendra pour diamettre du cintre de base *a h b*, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaissera des perpendiculaires sur *a b*, qui en donneront les projections aux points q^1, q^2, q^3, q^4, par lesquels on tirera des lignes au sommet H, & qu'on prolongera aussi en-delà de la base du côté du noyau, desquelles les unes pourront le rencontrer comme H q^2, qui le rencontre en Q, & les autres comme H q^1 Y, qui ne le rencontreront pas, mais qui se termineront en l'arc du pié-droit concave, oposé de la Voute sur le noyau, qui est hors de la planche faute de place.

Sur ces projections de joint de lit prolongées, on fera comme au cas précedent, le profil de section triangulaire de la Lunette, & sur la partie du même lit prolongée, comprise entre le pié-droit concave & le convexe, comme Q q^2, & sur l'autre qui est terminée par les deux pié-droits concaves, que la planche ne peut représenter en entier, parce qu'il n'y a pas assez de place ; on décrira des ovales du 4e. ordre, comme il a été enseigné au Livre 2. page 126.

L'intersection de chacune de ces ovales, avec le triangle du profil de joint lit, qui est sur même base, donnera un point de la courbe

de l'arête d'enfourchement des deux Voutes, & la perpendiculaire abaissée de ce point sur la base commune aux deux sections, donnera la projection de la courbe que l'on cherche, ainsi qu'il a été dit au Trait précedent.

Nous avons supofé dans les deux cas de rencontre des Voutes coniques avec les Annulaires, que les Lunettes étoient Droites, c'est-à-dire, que les axes des cônes passoient par le centre du noyau; mais s'ils n'y passoient pas comme lorsque les Lunettes sont biaises, la construction demanderoit quelques petits changemens pour le premier cas, en ce qu'il faudroit nécessairement décrire sur les joins de lit, prolongez où il seroit nécessaire, des ovales du quatriéme ordre, comme au second cas, au lieu des sections circulaires, qui suffisoient à la Lunette Droite, concentrique au noyau; au second cas, il n'y auroit aucun changement à faire, à la maniere de tracer l'épure.

Il résulteroit seulement du biais dans l'un & l'autre cas, que les parties de la courbe d'arête de rencontre, depuis une impôste à la clef, ne seroient pas égales entr'elles, ainsi la clef ne seroit pas au milieu.

Il est visible que dans la construction des deux cas précedens, on trouve tout ce qui est nécessaire pour tracer la pierre, par la voye de l'équarrissement, en formant sur la courbe de projection de l'arête d'enfourchement des morceaux de surfaces Cylindriques, ou plûtôt Cylindroïdes, parce qu'elles n'ont pour base, ni un arc de cercle, ni un arc d'Ellipse, mais une autre courbe. Sur lesquelles surfaces, on peut porter les hauteurs des retombées, qui donneront des points de l'arête à double courbure que l'on doit former, le long de laquelle on fera couler les biveaux mixtes d'aplomb & de doële creuse.

2°. Si l'on veut tailler la pierre par la voye des panneaux; il est aussi visible que l'on a tous les côtez de ceux de doële plate.

Premierement, les profils des joins de lit coupez, par la courbe de la Voute sur noyau, donnent la véritable longueur de ces joins qui sont les deux côtez convergens du panneau, & les deux cordes de la base, c'est-à-dire, du cintre primitif de la Lunette, & celle de l'arête d'enfourchement, sont les deux autres côtez du panneau quadrilatére de la doële plate.

La corde du cintre primitif de chaque division de Voussoir, est

sans doute connuë, mais celle de l'arête d'enfourchement ne l'est pas, cependant il y a deux manieres de la trouver.

Premierement, on peut la chercher par sa projection qui est donnée. Par exemple, si l'on cherche la valeur de la projection $l^3\ l^4$, on élevera sur le point l^3, une perpendiculaire à la projection p^3 C, qui coupera le profil en un joint de lit f^3 C.

De même sur le point l^4, on élevera une perpendiculaire à la projection p^4 C, qui coupera le profil du joint de lit f^4 C, au point z; la différence des longueurs des lignes $l^4\ z$ & $l^3\ y$, sera la hauteur du point l^3, au-dessus de l^4, laquelle étant portée sur $l^3\ v$, perpendiculairement à la base $l^3\ l^4$ en $l^3\ v$, on tirera la ligne $v\ l^4$, qui sera la valeur de la projection, & la corde de l'arête d'enfourchement que l'on cherche, pour former les panneaux de doële plate des deux Voutes, & trouver le biveau de leur inclinaison, comme il a été dit à la plûpart des Traits de ce troisiéme Tome.

La seconde maniere de trouver cette valeur, est de former le triangle isoscele de la doële plate conique entiere entre deux lits, dont la longueur est donnée en C f^3 & C f^4, & la base à la corde 3 4, desquels longs côtez de joint de lit, donnez au profil $f^3\ y$, $f^4\ z$, on aura la distance des points y & z, qui sera la ligne cherchée pour la valeur de $l^3\ l^4$: ce qui est clair, sans qu'il soit nécessaire d'y ajoûter une explication.

Troisiéme Combinaison.

De la rencontre des Voutes sphériques avec les Annulaires.

La jonction de ces deux especes de Voutes, tombe quelquefois en pratique dans deux circonstances ; l'une, lorsqu'on fait une Voute sphérique, ajoûtée à une Voute sur le noyau, comme si l'on faisoit une Chapelle ronde, derriere un Chevet tournant ; telles sont souvent celles où l'on reserre le St. Sacrement. L'autre, lorsque l'on fait de grandes Niches dans un Berceau tournant, comme sont plusieurs Orangeries, qui servent de Sales pendant l'Eté ; telles sont celles de Schwetzingen dans le Palatinat, auprès de Manheim.

S'il ne s'agit que d'une Niche, & qu'on en fasse l'épure, suivant le Trait que nous avons donné au Tome précedent (en parlant des

Voutes sphériques incompletes) par le moyen des piramides inscriptes dans la Sphère ; la construction du Trait dont il s'agit, retombe parfaitement dans le second cas du précedent ; car prenant la partie OPT, de l'imposte APB, (fig. 125.) pour le Trompillon, & X x pour la face de la Niche ; si l'on tire les lignes X o S, x TS, on aura une Voute conique XS x inscrite dans la sphérique, qui rencontre la Voute sur le noyau DEFG, laquelle est réduite par les doëles plates en portion de piramide tronquée X o T x. Fig. 125.

Cependant comme cette construction meneroit à la même fin, par un trop long circuit, il convient mieux de suivre la méthode du premier cas du Trait précedent.

Avant que de penser au Trait, il est bon de faire ici la même attention que nous avons fait, à la rencontre des Voutes sphériques entr'elles, touchant la position du centre de la Niche ; si l'on met ce centre en M, sur le pié-droit concave de la Voute sur le noyau, il arrive que la circonférence de la Niche, étant plus grande que le demi-cercle, la clef retombe à la jonction de la Lunette qu'elle fait dans la Voute annulaire, d'une certaine quantité AX, qui est plus ou moins grande, suivant la hauteur de la Niche ; à l'égard de la Voute sur le noyau, ce qui est contre la bonne construction, & que les Architectes réforment, en faisant cette portion de clef AN de niveau, & alors l'enfourchement change de nature ; ce qui n'est plus une Voute sphérique, mais une portion de Berceau, qui rachete une Voute sur le noyau.

Suposant cependant que cette chute en *Contrebas*, est de peu de conséquence, comme elle l'est en effet, lorsque la Niche est d'un petit diametre, en comparaison de celui de la Voute sur le noyau ; on peut faire le Trait comme au premier cas du précedent, avec cette différence, qu'au lieu de triangles, la Lunette nous donnera des arcs de cercles.

Soit l'arc DME, (fig. 125.) l'imposte concave d'une Voute sur le noyau, FKG la convexe, & APB, celle de la Niche. Sur AB comme diametre, on décrira le demi-cercle AHB, qu'on divisera en ses Voussoirs, pour regler les têtes de ceux de la Niche ; si la clef ne retombe pas à l'enfourchement en *Contrebas* en X, où est l'intersection du cintre de la Voute annulaire K b M ; mais si on veut qu'elle y retombe, on tirera par le point X, la ligne X x, parallele à AB, sur laquelle on décrira le cintre primitif, ou seulement sa moitié X b, qu'on divisera en ses Voussoirs, aux points 1, 2, &c. par lesquels on Fig. 125.

abaiſſera des perpendiculaires 1 p^1, 2 p^2, qui couperont ce diametre aux points p^1, p^2, par leſquels, & par le centre C du noyau, on tirera les lignes C o, C O, qui couperont le demi-cercle p AP, aux points q o, QO, l'impoſte concave DME, aux points d^1, d^2, & l'impoſte convexe FKG, aux points i k K.

On diviſera enſuite en deux également les lignes q o, QO qui ſont dans la Niche, & de leurs milieux m^1, m^2, pour centres, & pour rayons leurs moitiez m^1 q, m^2 Q, on décrira des arcs de cercle vers Y, Z.

Ensuite des points c^1 c^2, milieux des lignes KM i d^1, k d^2, & d'une de leur moitié c^1 d^1 pour rayon, on tracera des arcs de cercles vers les mêmes points Y, Z, qui couperont les arcs de cercles de la Niche qu'on vient de tracer aux points X, Y, Z, qui ſeront ceux de rencontre des ſections des deux Voutes, dont il faut avoir les projections.

De chacun de ces points X, Y, Z, on abaiſſera des perpendiculaires ſur les baſes des ſections ; ſçavoir, XL ſur KP, qui donnera le point L, pour projection du milieu de la clef. Enſuite Y y, perpendiculaire ſur C O, qui donnera le point y, & enfin Z z ſur C o, qui donnera le point z.

Par les points L, y, z, A, on tracera à la main une courbe, qui ſera la moitié de la projection de l'arête d'enfourchement de la Niche, avec la Voute ſur le noyau, à laquelle moitié on fera l'autre LB égale en tout, parce qu'il ne peut pas y avoir d'obliquité dans la rencontre de la Niche, qu'on ſupoſe une hemiſphère avec la Voute annulaire, à cauſe de l'uniformité de la Sphère.

Il ne pourroit pas non plus y en avoir, ſi la Niche étoit ſurhauſſée ou ſurbaiſſée ſur une impoſte circulaire, mais ſeulement ſi le cintre horiſontal de l'impoſte APB étoit Elliptique, & qu'un de ſes axes comme PM étant prolongé, ne paſſe pas par le centre C du noyau, ce qui ne peut guére arriver par aucune ſujection, & même qui ſeroit difforme & intolérable.

La projection de l'arête de Lunette étant donnée, le reſte du Trait ſe fera comme on le jugera à propos, tant à la Voute ſphérique qu'à la Voute ſur le noyau, chacune en particulier, juſqu'à cette ligne de leur rencontre ; & comme au Trait précedent, on fera les Vouſſoirs d'enfourchement, ou par équarriſſement ou par panneaux de doële plate.

Pour opérer par panneaux, on a la diagonale de rencontre des doëles plates, & l'on cherchera la section de chaque doële avec l'horison, passant par le point le plus bas du Voussoir d'enfourchement, & la différence de hauteur de l'arête, au point le plus élevé d'avec le plus bas, par où l'on supose que passe un plan horisontal, comme on vient de l'enseigner au Trait précedent, avec lequel celui-ci aura une grande conformité, si l'on forme la Niche par le moyen d'une Piramide inscrite, comme nous l'avons fait au Tome précedent, en parlant du Trait des Voutes sphériques incompletes.

Explication Démonstrative.

Il est visible que ce Trait est fondé comme le précedent, sur l'intersection mutuelle des sections planes, faites par des plans verticaux, dans l'une & l'autre Voute, sur mêmes bases horisontales C^o o, C^o O, C^n P. Que celle qui est faite sur cette derniere C^n P, est le profil par la clef de la Lunette, composé de deux arcs de cercles K *b* X, partie du cintre de la Voute sur le noyau, & XAP, cintre de la Niche qui se rencontre en X, qui est par conséquent un point commun aux deux surfaces, & un de ceux de l'arête de rencontre, qui forme la Lunette dans la Voute sur le noyau, que la surface sphérique penétre plus avant à la clef, qu'aux impostes A & B.

CHAPITRE SEPTIE'ME.

DES VOUTES COMPOSE'ES DE surfaces régulieres & irrégulieres.

JUSQU'ICI nous n'avons parlé que des surfaces Cylindriques, Coniques & Sphériques, que nous mettons au rang des *Régulières*, pour la construction des Voutes; il nous reste à parler de celles qui sont composées de Cylindroïdes, Conoïdes & Sphéroïdes, que nous apellons *Irrégulieres* ou *régulierement Irrégulieres*.

Après avoir parcouru les principaux cas des rencontres des Voutes régulieres, pour en construire les enfourchemens: nous allons examiner ceux des Irrégulieres, pour en construire non-seulement les enfourchemens, mais encore les doëles & les joins.

Premier cas, de la rencontre des Voutes Cylindroïdes, Sphéroïdes & Conoïdes, avec des Tours Cylindriques verticales.

PROBLEME X.

Faire une Trompe en Tour ronde, érigée sur une ligne Droite.

On sçait que les Trompes coniques, sont ordinairement *Erigées*, c'est-à-dire, élevées sur une base composée de deux lignes Droites, qui font un angle renstrant & les sphériques, sur une base en ligne courbe.

On propose ici, d'en faire une sur une *Ligne Droite*, de sorte qu'elle ne peut être ni conique ni sphérique, mais elle doit être Cylindrique, comme un Bec de Flute renversée, ou Sphéroïde d'une surface convexe, semblable à peu près à ces *Coquilles* de Mer, qu'on apelle *de St. Jacques*, dont le côté de leur charniere est droit, d'où elle se plie en concavité sphéroïdale canelée; mais il n'est pas question ici de canelure. M. de la Ruë donne la construction de la 1e. figure, en Cylindroïde, & le P. Deran, celle de la seconde en Sphéroïde: nous donnerons l'une & l'autre, avec des changemens & des suplémens considérables; premierement, parce que suivant celle de M. de la Ruë, la doële devient plane, lorsque sa hauteur est égale à la saillie de la Tour qu'elle porte, ce qui fait une difformité à la jonction de la doële & du mur, qui se fait dans un angle très-sensible. 2^{nt}, parce qu'il ne dit rien de l'arête du Trompillon.

Premiere espece de cette Trompe, où sa doële est Cylindrique ou Cylindroïde.

Pl. 95. Fig. 126. Soit (fig. 126.) un segment de cercle ABD, moindre que le demi-cercle, lequel est la projection horisontale de la saillie de la Tour, que la Trompe doit soûtenir en l'air. Nous suposons ici un segment moindre que le demi-cercle, quoiqu'on puisse la suposer de moitié du cercle, mais rien de plus, parce que les Voussoirs pousseroient trop au vuide par les côtez.

Pour rendre cette Trompe parfaite, il y a deux choses à concilier; premierement la solidité, qui exige que la hauteur de la doële sçait plus grande que la saillie de la Tour; l'autre est la décoration qui exige. 1°. Que la transition de la surface plane du mur, & de celle de la doële courbe soit insensible. 2°. Que la courbe du contour de cette doële, aproche le plus qu'il est possible de la circulaire ou Elliptique.

Premierement,

124.

125.

Premierement, si l'on fait la saillie du milieu de la Tour, égale à la hauteur de la clef de la doële, il est visible que sa masse portant à faux sur un angle de 45. degrez, il sera difficile d'en assurer la liaison, pour peu que la Trompe soit grande, parce qu'il faut l'équilibrer par un poids équivalent; alors, il faut surhausser le cintre de face, qui sera Elliptique en élevation verticale, & si l'on fait la doële plane, l'arête de la Tour avec la doële sera aussi évidemment une Ellipse, parce que c'est la section plane d'un Cylindre coupé obliquement à son axe.

Secondement, si la saillie devoit être absolument égale à la hauteur de la Trompe, & qu'on voulût en faire la doële Cylindrique ou Cylindroïde, quelque courbe concave sans inflexion, que l'on choisisse pour base verticale de ce Cylindre horisontal, ou plûtôt (en termes de l'Art) pour son arc-droit; elle ne peut donner un cintre de face, dont l'élevation ou projection verticale soit en cercle; mais une courbe qui s'élargira plus ou moins vers les côtez, suivant que cet arc-droit rendra la doële plus ou moins concave; ainsi le quart de cercle la rendroit plus différente du cercle, & plus aprochant du quarré que la parabole ou de l'hyperbole, qui sont les deux courbes qui y conviennent le mieux; & parce que l'hyperbole peut donner pour projection verticale de l'arête de rencontre de la doële de la Trompe avec la Tour, un cercle ou une courbe aprochant du cercle, lorsque la saillie horisontale de la Tour, est moindre que la hauteur de la Trompe: nous allons donner une construction générale, qui servira pour toutes sortes d'arcs-droits qu'on peut choisir, pour la doële Cylindrique de la Trompe, & les courbes de projection verticale d'élevation des arêtes de rencontre qui en résultent avec la Tour ronde.

Soit (fig. 126.) le segment de cercle ABD, moindre que le demi-cercle, la projection horisontale de la Tour, dont le milieu de la corde est le point C, sur lequel ayant élevé la perpendiculaire CB, on menera par le point B, où elle coupe l'arc de cercle, la ligne BF parallele à AD, sur laquelle ayant pris BE égale à CD, on menera la ligne ED, laquelle sera l'axe d'une hyperbole; ensuite, portant CD en EF, pour l'amplitude ou la plus grande ordonnée de l'hyperbole, on portera la même CD en EO sur ED prolongée pour avoir un point O, duquel on menera la Droite OF, & point D pris pour sommet, une autre Droite DF; on menera ensuite autant de perpendiculaires à l'axe DE, qu'on voudra avoir de points des courbes de l'arc-droit, & de l'arête de rencontre; ces perpendiculaires couperont la ligne DF, aux points *a*, *a*, *a*, & la ligne OF, aux points QRS. Et l'on cherchera des moyennes proportionelles entre *g a* & *g* Q, *i a* & *i* R, *k a* & *k* S, en portant *g a* en Q *e*, *i a* en R *e*, & *k a*

Pl. 95. – Fig. 126. & 127.

en S *e*; puis on élevera des perpendiculaires à ces lignes, aux points *a*, & du milieu des lignes *g e*, *i e*, *k e* pour centres, on décrira des arcs qui couperont ces perpendiculaires aux points *x*, *y*, *z*; on portera les longueurs *a x*, *a y*, *a z*, en *g b*, *i b*, *k b*, pour avoir les points *b*, *b*, *b*, qui feront à la circonférence de l'hyperbole D *b*, *b*, *b* F que l'on cherche, laquelle sera l'arc-droit de la doële de la Trompe.

Presentement, pour trouver la projection verticale de rencontre de cette doële avec la surface de la Tour ronde, on menera des paralleles àDE ou CB, par les points G, I, 24. L Æ, où les perperpendres à l'axe ED, coupent l'arc DB, sur lesquelles on portera *g b*, *i b*, *k b*, *l b*, *a u*, EF, au-dessus de la corde AD; ainsi on portera *g b* en *p q*, où elle donnera sur G *q* le point *q*; *i b* sur *p r*, où elle donnera le point *r*; *k b* sur *p s*, *l b* sur *p v*, *a b* sur *p v*, & EF sur CH; & par les points H *v*, V *ſ*, *r q* D, on menera une courbe qui sera la projection verticale de celle à double courbure, qui se forme à la rencontre de la doële de la Tour ronde, dont la projection verticale est le rectangle ADT *t*, qui est une section de Cylindre, par un plan parallele à son axe.

Cette courbe AHD, qui est ici un demi-cercle, pourra être prise, si l'on veut, pour le cintre primitif, sur lequel on fera la division des Voussoirs en parties égales, comme aux points 1, 2, 3, 4; mais parce qu'elles deviennent sensiblement inégales dans l'exécution, à cause que la projection verticale AHD, racourcit la courbe à double courbure inégalement; si l'on veut que les têtes des Voussoirs soient égales, il faut chercher une autre courbe, qui soit le développement de celle de l'arête étenduë sur une surface plane.

Pour cet effet, il faut rectifier l'arc de cercle BD, sur la Droite C *d*, en portant de suite toutes ces parties; par exemple BÆ sur C 1^r, ÆL sur 1^r 2^r, L 24 sur 2^r 3^r, 24 I sur 3^r 4^r, IG sur 4^r 5^r, & GD sur 5^r *d*, & par les points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, 5^r, on élevera des perpendiculaires égales à leurs correspondantes paralleles, qui donneront les points de cette courbe; ainsi faisant 5^r q^d, égale à *p q*, on aura le point q^d; 4^r z^d, égale à *p r*, donnera le point z^d; 3^r y^d égale à *p ſ*, donnera le point y^d; 2^r x^d égale à *p v*, donnera le point x^d, &c. ces égalitez se trouvent facilement par des paralleles à CD, comme *q* q^d, *r* z^d, &c. & par les points *t t*, x^d, y^d, z^d, q^d, *d*, on menera une courbe, qui sera le développement de celle de l'arête étenduë sur une surface plane.

Cette courbe aura, si l'on veut, deux usages, l'un pour faire la division des deux Voussoirs; si l'on veut que leurs têtes soient toutes

égales en œuvres, il faut la faire servir de cintre primitif, & renvoyer par une ligne parallele à CD, la division de cette courbe sur celle de la projection verticale AHD; par exemple, si la division du premier au second Voussoir tombe au point z^d, on la transportera sur l'arc H r d, par la parallele z^d r, qui donne une division r, beaucoup plus bas que celle du point 4, qui avoit été trouvée en divisant le cintre AHD, en même nombre de parties égales, qui sont ici en cinq Voussoirs.

SECONDEMENT, elle servira pour en former des panneaux flexibles, dont on se servira pour tracer l'arête d'enfourchement sur les têtes Cylindriques des Voussoirs, considerez dans la surface de la Tour.

NOUS avons déja trouvé pour ce Trait, trois courbes différentes; sçavoir, 1°. D b b F, qui est celle de l'arc-droit de la doële. 2°. HVD, celle de la projection verticale de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour. 3°. H x^d d, celle du dévelopement de la même courbe. Il nous reste encore à trouver les courbes des sections planes des lits avec la doële, qui sont encore des hyperboles, & celles des mêmes surfaces planes de lit avec la Tour qui sont des Ellipses.

POUR trouver les sections des plans des lits, exprimez dans la projection verticale par les Droites C 1, C 2, C 3, C 4; on menera par les points V, s, r, q, des paralleles à CD, qui couperont C 3, aux points x, y, z, 13, & C 4 aux points X, Y.

ON transportera ensuite à part, comme à la fig. 128. la longueur C 3 en C 23, avec toutes ses divisions x, y, z, 13, par lesquelles on menera autant de perpendiculaires à C 23, sur lesquelles on portera les abscisses de l'axe DE, dans l'ordre auquel ces divisions répondent; ainsi on portera l'abscisse g D de la fig. 126. (en 13 g, de la fig. 128.) i D en z i, k D en y k, l D en x l; (on a passé a D, parce qu'on n'a pas mené de parallele en v, auprès du point 3) & enfin ED en 23 22. Fig. 128.

DE la même maniere, ayant transporté C 4 de la fig. 126. en C 14 de la fig. 128. avec ses divisions X & Y, & élever sur ses divisions des perpendiculaires; on portera les abscisses correspondantes g D en Y g, i D en XI, & k D en 14 21, suposant que le point 4, tombe au point f, de la ligne f p 24, qui répond au point k de l'axe DE, & par les mêmes points trouvez 22, l, k, i, g C, & 21 i g C, on menera des courbes qui seront celles des arêtes des joins de lit,

des second & premier Voussoirs de la droite, qui seroient aussi pour ceux de la gauche qui leur seront égales, lesquelles serviront à former les panneaux de lit ; mais pour les achever, il faut y joindre les sections de ces plans avec la Tour, pour y avoir les joins de tête.

On prolongera la ligne C 23, de la fig. 128. (de la quantité 2 6, du joint de tête de la fig. 126.) avec sa division au point *m*, & l'on menera par ces points des paralleles à 23, 22., sur lesquelles on portera les longueurs *p* 6, *p m*, comprises dans le segment de projection horisontale de la Tour ABD, & menées des points 6 & *m*, perpendiculairement à AD. De même ayant abaissé sur AD, des perpendiculaires 5 A, *n* N, 1 21, on portera sur C 5 de la fig. 128. la longueur *p* N, & par les points 5, N, 21, on menera un arc Elliptique, qui sera le joint de tête du lit de dessus du premier Voussoir, & de celui de dessous du second, comme 16, *m*, 22, le sera du second & troisiéme, & le Trait sera achevé.

Il reste une septiéme courbe à trouver, qui est le dévelopement de l'arête du Trompillon sur une surface plane, pour en former un panneau flexible, propre à être apliqué sur la surface Cylindrique de son lit, pour l'y tracer & regler le contour de sa doële.

On pourroit aussi faire le dévelopement de la même courbe, considerée dans la doële, qui est de nature à pouvoir être dévelopée, parce qu'elle n'est courbe qu'en un sens comme les Cylindres ; mais à cause de la régularité de la figure, ronde du lit du Trompillon, qui est un Cylindre circulaire : nous croyons qu'il convient mieux d'en faire le panneau de dévelopement.

Ayant rectifié le demi-cercle *a b b* de la projection verticale, ou délevation du Trompillon, par le Probl. V. du 3e. Livre, on portera la longueur en *a' b*, fig. † au-dessus du chiffre 126. avec ses divisions en cinq parties égales aux points 1, 2, 3, 4, & l'on portera les hauteurs *p* 11, *p* 12, C *b* de ces divisions, sur la ligne DM, en des points qu'on n'a désigné par aucune lettre, à cause de la petitesse de la figure, à commencer au point D ; & par ces points, on menera des perpendiculaires à cette même ligne DM, qui couperont l'hyperbole en ses points, dont la distance à la ligne DM, seront les saillies de l'arête du Trompillon, au-delà de la Droite *a' b*, base de son dévelopement à la fig. † on portera ces saillies sur chaque division de la ligne *a' b* dévelopée, & par les points de leurs extrémitez, on menera la courbe *a* 1', 2', *b'*, 3', 4' *b*, qui sera le dévelopement demandé, pour en faire un panneau flexible, propre à être

Fig. †

apliqué autour du lit Cylindrique du Trompillon, & y donner le contour de son arête de rencontre de la doële.

On tracera de même les courbes des joins de doële des lits supérieurs & inférieurs, des pierres qui auront trop peu de hauteur ou de longueur, pour atteindre du dessus du Trompillon, jusqu'à la surface de la Tour, comme sont les boutisses, qu'il convient de mêler dans les Voussoirs de ces sortes d'ouvrages qui portent à faux.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant déterminé à volonté, & suivant le besoin, l'épaisseur de la pierre qui doit entrer dans le mur, pour porter & contrebalancer la charge de la saillie de la Trompe à chaque Voussoir; par exemple, pour le premier, fig. 129. on ajoûtera cette épaisseur 5 *d*, au-delà de la ligne 5, 11, qui est celle de l'alignement du mur Droit, sur laquelle on se réglera pour leur épaisseur, & pour poser le côté droit des panneaux de lit de dessus & de dessous, afin que la saillie du porte à faux des Voussoirs *p* 2¹, *a* 2², reste toute hors de cette épaisseur. *Fig.* 124.

On fera ensuite, un parement de suposition verticale, sur lequel on apliquera le panneau, de l'espace qu'occupe chaque Voussoir dans son élevation; par exemple pour le premier, la figure quadrilatére A 5, 11 *a*, & pour le second, la figure à cinq côtez 5 *t*, 6, 12, 11, & pour la clef, le quadrilatére 6, 12, 13, 7, & ayant tracé sur ce parement le contour du panneau, on abattra la pierre à l'équerre de tous côtez, pour en former un solide, semblable à un coin dont la pointe est émoussée.

Sur le lit de dessous à l'imposte marqué A *a*, on apliquera la panneau du plan horizontal A *a*, 1¹, 21, avec lequel on tracera l'arc AN, 21, & la Droite A *a*, sans s'embarasser du contour des côtez *a* 1¹, 1¹ 21. Observant seulement de placer la Droite A *a*, parallelement à l'arête du lit & du parement *p r*, & le point 21 sur cette arête. On usera des mêmes attentions pour placer le panneau 5, 21 C, de la fig. 128. sur le lit incliné 5, 11, après avoir fait un retour d'équerre sur l'arête *p r*, au point 21, & tracé la ligne 21, 1, pour placer sur le point 1, le point 21 du panneau 5 21 C, duquel on retranchera sur le côté 5, 11, le rayon du Trompillon C 11, pris à l'élevation (fig. 126.) *Fig.* 118.

Les contours des deux panneaux de lit de dessous & de dessus étant tracez, on abattra la pierre à la régle, de l'un à l'autre, toujours

parallelement à la ligne 1 21, tracée fur le parement, & après avoir formé la portion de Tour ronde 5 1, 2' A, on y apliquera un panneau flexible, formé à l'élevation fur la courbe *d q' y'*, en triangle mixte rectangle *d o" y'*, apliquant le côté Droit *d o"*, dans l'angle mixte en A 5, & par ce moyen, on tracera la courbe de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour A 1; fuivant laquelle & la courbe 1 11, on abattra la pierre à la régle qu'on tiendra toujours parallele à la ligne de l'impofte A *a*, & pour la tête du Trompillon, ayant tiré 11 *t* d'équerre fur 5 11, on creufera cette partie avec un biveau pris fur 1, 11 *a* à l'élevation, pour y apliquer le panneau flexible du dévelopement de fon arête 11 *a*, marqué à la fig. † *a'* 1, 1', pofant le côté 1 1' fur 11 *t*, de la fig. 129; & le point 1' fur le point 11, pour y tracer la courbe *a'* 1', fur laquelle on pofera un bout de la régle, & l'autre fur AI, parallelement à la Droite A *a*, pour achever de creufer la doële A 1, 11 *a*.

On en fera de même pour tracer & tailler le fecond Vouffoir, lequel étant achevé, fera à peu près, tel qu'on le repréfente *dans la* fig. 130.; il faudra feulement obferver que n'y ayant pas de ligne horifontale marquée comme A *a* au premier Vouffoir, il faudra en marquer une fur l'épure, comme 1 *o'*, que l'on tracera fur le parement, pour répairer fur l'arête du lit de deffous un point *o'*, par lequel on menera une ligne d'équerre à cette arête, jufqu'à la rencontre de la courbe, qui marque l'arête du joint de lit & de doële, qu'on a tracé avec le panneau 6, 16, 22, C, (fig. 128.) & par ce point *o'*, & l'angle 1 du lit de deffous à l'arête 1. 2, on menera une horifontale 1 *o'*, qui fervira à conduire la régle toujours parallelement à elle-même, & à cette ligne, pour creufer la doële en l'apuyant, & la faifant couler fur les lignes trouvées & tracées 1' 2, 2 *o'* 12, 12 11, & 11 1', fervant pour tracer la ligne de tête vers le Trompillon du panneau flexible 1 1', 2' 2 de la fig. † au-deffus du chiffre 126.

Fig. 130.

Explication Démonftrative.

La furface de la doële qui fert de cû-de-lampe à la Trompe, doit remplir deux conditions, qui ont été obfervées dans ce Trait; l'une, d'être droite fuivant fa direction horifontale, pour s'ajufter au mur droit fur lequel elle prend fa naiffance; l'autre, d'être tangente à ce mur, enforte que fa naiffance y foit imperceptible; ces deux conditions font bien remplies par une furface de Cylindroïde parabolique ou hyperbolique; mais pour la folidité, cette derniere convient

mieux, parce qu'elle est moins concave que la parabolique.

Pour démontrer que la courbe que nous avons décrit pour servir d'arc-droit à la doële de la Trompe est une hyperbole ; il faut considérer que les deux triangles EDF, EOF, sont coupez par des paralleles à la base commune EF, qui donneront les analogies suivantes EF . k S : : EO . k O, & dans le triangle EDF, EF . k a : : ED . k D, lesquelles étant multipliées l'une par l'autre, on aura $\overline{EF}^2$. k S × k a : : EO × ED . k O × k D, mais par la construction k S × k a = k b^2, dont $\overline{EF}^2$. $\overline{kb}^2$: : OED . O k D, *ce qu'il falloit démontrer* ; car on sçait qu'une des premieres proprietez de l'hyperbole est que les quarrez des ordonnées sont entr'eux, comme les rectangles faits des lignes composées du premier axe & d'une abscisse par l'abscisse, est au rectangle composé de même à l'égard d'une autre abscisse.

Notez que cette démontration servira pour rectifier quelques fautes, non pas de construction, mais d'explication, qui sont restées à la pag. 451. où nous avons donné la même construction d'hyperbole ; & à celle de la fig. 246. où les c^1, c^2, sont mal placez, & les lignes tirées de ces points, qui doivent partir du milieu des intervales C^1 S, C^2 S, pour l'explication seulement ; car la construction en est bonne & correcte.

Cette courbe d'arc-droit étant supposée connue, il est clair qu'elle est tangente au mur représenté par DM ou par DT, parce que son axe ED est perpendiculaire à DM, par conséquent elle touche DM en D.

Presentement, si l'on imagine que cette courbe D b F, qui est le profil de la doële, se meut autour de son axe horisontal ED, jusqu'à ce qu'elle soit dans une situation verticale ; alors elle sera dans le même plan que la ligne DT.

Si dans cette situation, on imagine des plans verticaux, passans par les perpendiculaires à son axe, & parallelement au plan du mur, comme g Q, i R, &c. ils couperont la base de la Tour ABD, aux points B, L, 24, 1, G, & sa surface, suivant les hauteurs EF, l b, k b, i b, g b, qui sont les ordonnées de l'hyperbole : dont les projections verticales sur le plan vertical AHD, feront les lignes CH, p v, p s, p r, p q, lesquelles ont été faites, par la construction, égales à celles de l'hyperbole ; donc la courbe AHD, qui passe par les extrêmitez de toutes ces lignes, sera à la surface du Cylindre hyper-

bolique de la doële de la Trompe, & en même-tems à la surface du Cylindre circulaire de la Tour, puisqu'elles sont rangées autour de la base ABD, aux points B, Æ, L, 24, 1, G, perpendiculairement à son plan ABD.

Presentement, si l'on considére la courbe AHD, dans le plan du mur, & que l'on imagine des plans verticaux, passans par ses divisions des joins de tête des Voussoirs, aux points 1, 2, 3, 4, perpendiculairement à ce plan AHD; il est clair qu'ils feront deux sections, l'une à la doële, qui sera une portion d'hyperbole, & l'autre dans la Tour une ligne droite, & portion de parallelograme, & telles qu'on les à exprimé dans la fig. 126. par les profils C b^{s} o^{b}, a 2^{s}, o^{2} p_1, 1^{s}, o^{1}, dont les saillies horisontales H b^{s}, 2 2^{s}, 1 1^{s}, sont égales aux sections de ces plans, avec celui de la base ABD; sçavoir, H b^{s} égale à CB, 2 2^{s} = a 22, 1 1^{s} égale à D 2^{1}; ainsi des autres.

Nous avons déja démontré que l'arc-droit de la doële étoit tangent au mur, & que la projection de l'arête de rencontre de cette doële avec la Tour étoit bien tracée; il nous reste à faire voir que les courbes des joins de lit de la fig. 126. & 128. 22 K C & 31, g C, conviennent aussi à la surface de la doële coupée par des plans inclinez C 3, C 4.

Par le Theor 3. du 1er. Liv. les sections des Cylindroïdes de base parabolique ou hyperbolique, sont aussi des hyperboles proportionelles à celle de la base du Cylindre; or il est clair, à cause des paralleles x v, y s, z r, 1^{3} q, qui coupent C 3, que ces divisions sont proportionelles à ces ordonnées considerées dans la tangente DT ou DM de la base du Cylindre, & qu'elles donnent la véritable position des ordonnées à cette tangente au joint C 3, qui sont égales aux abscisses; par exemple MF, qui est égale à DE & m b = LD; ainsi des autres, donc les courbes des arêtes des joins de lit sont bien tracées.

A l'égard des deux courbes H x^{4} d, de l'arête d'enfourchement, & a^{s} b b, de l'arête du Trompillon fig. † qui sont de la même espece inverse; sçavoir, l'une le dévelopement de l'arête de rencontre du Cylindre hyperbolique horisontal, avec un Cylindre circulaire vertical; l'autre du même Cylindre hyperbolique avec un circulaire horisontal, qui lui est perpendiculaire; la seule construction en fait voir la justesse avec un peu d'attention; après tant de pratiques semblables, il paroît inutile de l'expliquer de nouveau.

Corollaire I.

COROLLAIRE I.

IL suit de cette pratique, que si la courbe D b F n'est pas une hyperbole dont la distance du point E à son centre c n'est pas égale à sa plus grande ordonnée EF, la courbe de projection AHD, de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour, ne sera pas circulaire, comme dans le cas présent, mais elle deviendra d'une ovale irréguliére, alongée vers le sommet H ou aplatie, selon que la courbe D b F, sera plus ou moins différente de cette hyperbole.

COROLLAIRE II.

SECONDEMENT, que si l'Architecte veut affecter la figure circulaire à cette projection, il peut commencer le trait par le demi-cercle AHD, & continuer d'une maniere inverse à celle que nous avons donné, & il trouvera les mêmes courbes d'arc-Droit de doële & de joins de lit; mais si la saillie de la Tour CB, devient égale à la hauteur CH, de son cintre d'élevation de l'arête de la Trompe, sa doële ne sera plus creuse à sa naissance à l'imposte, mais elle fera un angle de 135. degrez, avec le mur qui sera désagréable à la vûë.

COROLLAIRE III. ET REMARQUE.

IL suit en troisiéme lieu, qu'adoptant la construction qui commence par le cintre circulaire AHD, telle que la donne M. de la Ruë, qui est une inverse de la notre, on sacrifie une beauté de peu de conséquence à la solidité de la Trompe; car pour augmenter la force de *l'Encorbellement*, il en faut prendre la naissance, d'autant plus loin que la saillie du *porte-à-faut* augmente; or, dans cette derniere construction, il arrive tout le contraire; car suposant la saillie égale au demi-diametre de la Tour, la hauteur lui deviendra aussi égale, puisqu'alors CB sera égal à CH, ce que l'on voit mieux par le profil C b' H, où b' H sera égal à HC dans la suposition, & non pas dans la figure présente; & si la saillie CB, est moindre que le tiers de la corde AD, comme dans l'exemple que donne M. de la Ruë, la hauteur devient plus grande que cette saillie, dans le raport d'environ cinq à trois; ainsi lorsque le besoin de solidité diminuë, on l'augmente par cette construction, & lorsque l'on devroit augmenter la solidité, on la diminuë, puisque la hauteur de la doële de la Trompe, n'augmente pas en même raison que la saillie; d'où l'on doit conclure qu'on ne doit point se fixer à la figure circulaire, pour cintre d'élevation dans l'épure AHD, d'autant plus que cette figure n'est pas

celle de l'arête d'enfourchement, laquelle est une courbe à double courbure.

COROLLAIRE IV.

IL fuit encore, que lorsque la faillie de la Trompe est égale au rayon de la Tour, il convient à la folidité qu'on exhausse le cintre d'élevation AHD; mais si on le fait Elliptique, & qu'on cherche suivant cette pratique, l'arc-droit de la doële Cylindroïde de la Trompe, celle qui en résultera, ne sera plus une courbe concave, mais concavo-convexe, c'est-à-dire, partie concave partie convexe du même côté, à peu près, telle qu'est la fection verticale d'une cloche. Et si l'on fuit la méthode que nous avons donné, en faisant un arc-droit hyperbolique, dont l'amplitude & la distance du centre de l'hyperbole à la plus grande ordonnée, soient égales à la hauteur de la doële; il en résultera un cintre d'élevation de face, qui sera une ovale différente de l'Ellipse, plus élargie au deux côtez, & presque circulaire vers son grand axe, semblable à ces ovales qu'on imite par des arcs de cercles rassemblez, dont l'effet ne doit pas être désagréable à la vûë, pour l'effet qu'elle produit à l'arête d'enfourchement, ou plûtôt de rencontre de la surface de la doële de la Trompe avec celle de la Tour ronde.

Seconde espéce de Trompe en Tour ronde, érigée sur un mur Droit.

Et dont la Doële est creuse, d'une concavité de Sphéroïde irréguliere.

POUR prendre une idée de la concavité de la doële que nous proposons, il faut se rapeller celle de l'arriere Voussure de St. Antoine, qui prend sa naissance sur une ligne droite, d'où elle se plie en concavité de Sphéroïde irréguliere, mais dont l'arête de rencontre avec la Tour, est dans un plan incliné, puisqu'elle est produite par la fection d'un plan qui coupe une Tour Cylindrique. Il fuit que cette arête est nécessairement Elliptique, & non pas une courbe à double courbure, comme celle de la Trompe de doële Cylindrique ou Cylindroïde, dont nous venons de parler.

Fig. 131. LE petit axe de cette Ellipse est AB, fig. 131. diametre de la

Tour, & le grand axe qui eſt ſa hauteur inclinée, eſt arbitraire.

Si l'on prenoit comme le P. Deran, pour cintre primitif le demi-cercle AHB, qui eſt la projection verticale, ou l'élevation de l'arête de rencontre de la Tour, on pourroit prendre comme lui, pour moitié du grand axe, la corde AH de la moitié de ce cintre; mais parce que ſon inclinaiſon nous paroît trop grande pour la ſolidité, nous croyons qu'il faut l'exhauſſer comme nous l'avons dit ci-devant, lorſque la ſaillie de la Trompe eſt égale au demi-diametre de la Tour, ou aprochant. *Fig.*

De quelque maniere qu'on faſſe, nous ne prenons pas cette projection verticale circulaire ou Elliptique, pour cintre primitif; mais l'Ellipſe AEB, formée par les axes donnez AB & AH, qui eſt la vraye ſection de la Tour, parce qu'elle donne le véritable contour de l'arête de rencontre de la Tour & de la doële, ſur lequel on peut faire une diviſion égale des têtes des Vouſſoirs, ce qui ne ſe peut, comme nous l'avons dit, ſur le contour de la projection verticale AHB.

Cette circonférence AEB, qui eſt dans ſa juſte étenduë, & courbe dans ſon état naturel, ne nous diſpenſe pas cependant de faire un dévelopement de la projection verticale ou l'élevation AHB, non pour régler la diviſion des têtes du Vouſſoir, comme à la Trompe précedente, mais ſeulement pour en former les panneaux flexibles, néceſſaires à tracer le contour de l'arête d'enfourchement de la doële concave & de la Tour.

Des diviſions du cintre primitif AEB, on abaiſſera des perpendiculaires ſur AB, qu'on prolongera juſqu'au contour AMB, qui eſt la projection horiſontale de la Tour; telles ſont I 21, II 22, III 23, IV. 24.

On en uſera de même pour les diviſions du demi-cercle *a b b*, du cintre du Trompillon; mais on ne pourra déterminer leurs projections horiſontales, qu'on n'ait tracé les courbes des joins de lit dans un profil à part.

Pour tracer les panneaux des joins de lit, on commencera par former des triangles rectangles, dont tous les côtez ſont donnez ſur l'épure; ſçavoir, 1°. La hauteur du joint à l'arête d'enfourchement 1 *p*, 2 *p*.

2°. Le rayon de la projection horiſontale 21 C, 22 C, qui fait avec la hauteur du joint un angle droit, & l'hypotenuſe eſt

la longueur des demi-diametres de l'Ellipse C I, C II, C III, C IV.

Si l'on avoit besoin du panneau du milieu de la clef, on feroit de même un triangle rectangle de l'horisontale CM, de la verticale CH, & de l'inclinée CE.

Il s'agit présentement de trouver les arcs de ces joins de lit, dont nous n'avons pris que les cordes qui ne donnent que deux points de
Fig. 132. chaque arc ; sçavoir, o^f, 1^f, fig. 132. & c^f 2^f.

Pour en trouver un troisiéme, on tirera les cordes B 3, B 4 de la fig. 131. sur le milieu desquelles on élevera une perpendiculaire, qui donnera les fléches m^x & n^y, qu'on transportera à la fig. 132 sur le milieu des cordes c^f 2^f, c^f 1^f, en m^x & n^y, & par les trois points c^f x 2^f, c^f y 1^f, on fera passer les arcs qui feront les panneaux des arêtes des joins de lit, de même que c^f z e^f, pour le milieu de la clef dont N z est égal à N z, de la fig. 131.

Il ne reste plus pour achever le contour de ces panneaux, que d'y joindre la courbe du joint de tête, qui est une portion d'Ellipse, dont la projection se trouve sur le plan horisontal AMB, en abaissant des points du joint de tête 3 g 7, des perpendiculaires 2^3 G 1^7, & menant sur 3 2^3, la perpendiculaire 1^7 K & sa parallele l G, suivant notre méthode ordinaire ; si on éleve des perpendiculaires sur 3' 7, & qu'on y porte les longueurs de celles de la projection horisontale K 2^7 en 3 k, & l G en g l, la courbe 7 g l k, sera celle du joint de tête que l'on cherche.

Ou plus simplement, par les points 2^3, G, 1^7, qui sont la projection horisontale des points 3, g, 7 de l'élevation, & par les points 2^4, Q, B, qui sont celle des points 4, q, 8, on menera des paralleles à AB, Q u, 2^4 4^f, 1^7 7^f, G g^f, 2^3 3^f, prolongées indéfiniment ; & ayant pris un point sur AB, prolongée en c^f à volonté, on prendra la distance c^f 1^4, égale au rayon CB, qui servira pour tous les panneaux de lit ; si le cintre d'élevation AHB est circulaire ; ensuite on portera les longueurs C q & C 8, du 1er. & 4e. lit C 8, projetté sur une surface verticale, & les longueurs C g & C 7 du 2e. & 3e. lit, de C^f en c^f q, c^f b, c^f v & c^f 7, & par les points 7, v, b, q, 1^4, on menera des perpendiculaires à B c^f, qui couperont les paralleles précedentes aux points 7^f, g^f, 3^f, u, & 4^f, la courbe 7^f g^f 3^f, sera celle du joint de tête 3' 7, & b u 4^f, celle du joint de tête 4' 8. Le contour 7^f 3^f c^f, sera celui du 2e. panneau & du 3e. & b 4^f c^f, celui du 1er. & 4e. lit.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Les panneaux de lit, & ceux du dévelopement de la tête des Voussoirs dans la Tour étant trouvez, on s'en servira pour tailler la pierre, à peu près comme il a été dit pour la façon de Trompe à doële Cylindroïde, dont nous venons de parler ; excepté que celle-ci étant concave Sphéroïde, elle ne pourra être faite à la régle comme celle-là ; mais après l'avoir ébauchée de même si l'on veut, on la creusera par le moyen des cerches faites de telles sections qu'on jugera à propos pour la commodité, ou verticales, ou horisontales, ou inclinées, ces dernieres seront les plus commodes, parce qu'il n'y aura qu'à les placer sur le milieu de l'arête de la tête, & sur le milieu de celle du côté du Trompillon, & elles sont très-faciles à tracer, parce qu'il n'y a qu'à suposer un joint au milieu du Voussoir, par exemple 9 C, & en tracer le panneau comme on vient de faire pour les joins de lit, dont on fera une cerche convexe, au lieu d'un panneau concave, & avec les deux arêtes des lits, & cette cerche pour le milieu, on peut se régler à la vûë assez exactement pour la pratique ; si cependant on vouloit s'assûrer encore mieux de la forme de cette concavité, on pourroit faire une cerche de la section verticale, prise par exemple en f 10 1 z, en portant sur cette ligne considerée comme verticale aux points 10 & 1 z, les saillies de l'arc de doële fait sur C 9, & celle de 41 z 1, que donne l'arc c^f 4^f, fait sur le point C 1 du 3e. & 4e. joint de lit, en portant la longueur C 1 z en c^f 41, & tirant la perpendiculaire 41 z 1 ; voyez la fig. 133. où la cerche est la courbe S z^1, dont le plan doit être mis perpendiculairement sur la base AC.

Nous n'ajoûtons rien ici touchant la courbe de l'arête du Trompillon, & celle des joins de doële ou de tête inférieure, lorsque les Voussoirs ne sont pas d'une seule piéce jusqu'au Trompillon ; ce que nous avons dit de la maniere de les tracer, & d'en faire usage dans la premiere espece de cette Trompe, où la doële est Cylindroïde, s'aplique naturellement à cette seconde, puisqu'il ne s'agit que de porter les distances de ces joins du centre de la Trompe, sur la ligne ef 14 du profil, & de lui mener des perpendiculaires par les points que ces longueurs donneront à leur distance du point e^f ; ces perpendiculaires couperont les courbes des joins de lit c^f 3^f, c^f 4^f, en des points qui détermineront la longueur qu'il faudra avancer au-devant de la ligne droite de dévelopement du contour du Trompillon, sur chacune de ces divisions, comme il a été fait à la fig. 132.

Nous ne croyons pas non plus devoir ajoûter ici l'explication de ce Trait, qui est fort semblable au précedent dans la disposition de ses parties, comme on peut le reconnoître en transposant le point cf du profil, au point B; car alors la courbe c^f x 2^f, représentera la courbe D *b* F, de la fig. 126. la différence qu'il y a, c'est que la courbe D *b* F est seule, l'arc-droit de toute la doële, & représente plusieurs joins de lit, qui en sont toujours une partie plus ou moins grande; mais dans ce Trait, chaque joint de lit a sa courbe particuliere, qui différe de la prochaine en contour & en longueur. Le reste qui concerne le gauche de la doële, est commun avec l'arriere Voussûre de St. Antoine.

Remarque sur l'usage.

Les Trompes dont nous venons de parler, sont du nombre de ces ouvrages que les bons Architectes doivent éviter autant qu'il est possible, parce que portant plus que les autres Trompes *à faux*, ils tendent continuellement à leur ruine.

Cependant il est certaines circonstances de situations de Bâtimens, particulierement dans des places irrégulieres, où l'on a besoin de les employer pour ménager un cabinet, comme on voit à l'ancien Hôtel de La Feüillade, à la Place des Victoires à Paris.

Il faut aussi remarquer qu'il doit y avoir du choix dans la façon de la doële de cette Trompe, qui peut être faite comme on vient de le voir en deux manieres, ou en Sphéroïde ou en Cylindroïde.

Lorsque sa situation se présente à la vûë, plus par les côtez que par la face, comme celle de l'Hôtel de La Feüillade, qui est sur une ruë, il convient de faire la doële qui sert de cû-de-lampe en Cylindroïde horisontale, parce qu'étant vûë par les côtez, on la voit sortir du mur à sa naissance, d'une maniere imperceptible sans aucun jarret, le mur étant tangent au Cylindroïde.

Mais si la Trompe se présentoit à une avenuë, d'où elle fût vûë en face; alors il conviendroit mieux de faire cette doële de cû-de-lampe, en façon de Coquille concave, dont la figure est plus agréable à la vûë, que celle du Cylindroïde vû de face, & plus propre à recevoir des ornemens de sculpture; & quoique le contour de cette doële soit dans une figure plane, qui fait un pli avec le mur, ce defaut ou plûtôt cette imperfection ne peut être aperçûë de front,

mais seulement vûë par les côtez ; ainsi l'un & l'autre des Traits précedens, a son aplication à différentes positions de la Trompe.

En voici une d'une autre espece, dont la doële est aussi en forme de Coquille dans un angle.

De la rencontre des Conoïdes irréguliers horisontaux, avec les Cylindres verticaux.

Nous avons appellé Conoïde régulier, le solide formé par la révolution d'une parabole ou d'une hyperbole tournant sur son axe ; ici, nous suposons que l'hyperbole génératrice, qui tourne sur son axe, souffre deux changemens dans un quart de révolution, l'un du mouvement de son sommet, qui se raproche toujours du sommet S du cône, & l'autre en ce qu'elle se redresse de plus en plus, depuis le plan vertical jusqu'au plan horisontal : nous cherchons la section d'un tel Conoïde, dont l'axe est horisontal, avec la surface d'un Cylindre vertical, laquelle est évidemment une courbe à double courbure.

PROBLEME XI.

Trompe Conico-Sphéroïde.

Courbe sous la clef, & droite sur les impostes, rachetant une Tour ronde.

Nous avons parlé au Tome précedent, pag. 451. de cette espece de Trompe, lorsqu'elle est terminée par une surface plane ; & nous avons donné le Trait de sa doële & de ses lits.

Presentement, nous cherchons comment on doit le faire, lorsqu'au lieu d'une face plane verticale, on en substituë une concave ou convexe ; comme la concave ne paroît pas d'un grand usage, nous nous arrêtons à la convexe d'une Tour verticale, dont la Trompe peut soûtenir une partie en l'air ; il est visible qu'il ne s'agit dans ce Trait, que d'un changement survenu aux têtes des Voussoirs, les doëles & les joins de lit restant les mêmes jusqu'à l'arc du cintre primitif, que nous prenons à celui de face de la Trompe citée & expliquée, lequel est ici une section dans la Tour par la corde AB.

Ainsi suposant (fig 134.) toute la partie de la Trompe ASB, com- Fig. 134.

prise entre les pié-droits AS, SB, & la corde AB, faite comme i a été enseigné au Probl. XXIV. du Tome précedent ; il ne s'agi ici que d'y ajoûter la partie de la Tour, dont le segment ADBA, est la projection horisontale.

Fig. 134. Soit (fig. 134.) l'angle rectiligne rentrant ASB, sur lequel on doit faire porter en l'air une portion de Tour ronde ADB.

Sur la corde AB du segment de cercle ADB, qui est la projection horisontale de cette partie de Tour, on tracera le demi-cercle AHB pour cintre primitif, qui est une section verticale du Conoïde, par un plan perpendiculaire à son axe SC.

Ayant divisé ce cintre en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé à l'ordinaire des perpendiculaires de chacun de ces points sur le diametre AB, comme 2 p^2, 3 p^3, &c.

On cherchera les projections des joins de lit, qui doivent passer par le sommet S, & les points de projection p_2 p^1 ; mais comme ces projections sont des courbes hyperboliques, qui supposent la description de celles des véritables joins de lit à la doële, il faut commencer par les décrire, comme il a été dit à la pag. 451. du Tome précedent; si l'on opére par inscription du cône Droit SAB dans le Conoïde; mais comme il convient mieux d'opérer par la circonscription : nous tirerons une tangente TN, par le point D, le plus saillant de la Tour pris sur l'axe SCD, & nous prolongerons les côtez SA & SB, jusqu'à ce qu'ils coupent cette tangente en T & N. Cependant comme il n'y a que deux points donnez à la circonférence de chaque hyperbole ; sçavoir, un en S, l'autre à la circonférence du cintre primitif AHB, lesquels peuvent toujours être représentez en profil par les points S & A, parce que le point S est commun, & le point A distant de C, également comme les points 2 & 3 ; nous ferons ces profils en AS ou en AB, où les hyperboles passeront par ces deux points sans se confondre, à cause qu'elles sont inégalement courbes.

Pour déterminer la différence de courbure des hyperboles, qui doivent former les arêtes des joins de lit, on déterminera les premiers axes, comme nous l'avons dit au Tome précedent, pag. 451. en tirant une corde AH, qui coupera les aplombs des divisions du cintre primitif 1 p^1, 2 p^2, aux points E & F ; les longueurs E p^1, E p^2, pourront être prises pour les premiers axes de ces hyperboles, comme

126.

129.

130.

132.

on a fait à la fig. 246. du Tom. précedent, par un changement de la planche poſtérieur au diſcours, qui ne la donne que pour une moitié de cet axe, on les prendra ici pour l'axe entier, afin de montrer la différence de l'effet de ce choix.

On portera donc pour la premiere hyperbole, qui doit paſſer par le point 1, la longueur E p^1 ſur l'axe C $ſ$, prolongé en S $ſ^1$ & E p^2 en $ſſ$; enfin CH qui doit ſervir pour le milieu de la clef, en S $ſ^{tr}$, & par le moyen de ces premiers axes, & ſuivant les pratiques données à la pag. 451. du 2ᵉ. Tome, & au Trait immédiatement précedent, on décrira les trois hyperboles SYB d', pour le milieu de la clef S^b t^b, pour le joint paſſant par le point 2, & enfin S i t^i, pour celle qui doit ſervir à former l'arête du premier joint, paſſant par le point 1 du cintre primitif.

Aprè's avoir déterminé les vrayes courbes des arêtes des joins de lit, qui ſont en œuvre dans des plans inclinez, il faut en chercher les projections horiſontales t^2 x S, t^1 y S, qui ſont encore des hyperboles, par le Theor III. du premier Livre, mais moins courbes que celles qui les produiſent.

Nous avons donné à la pag. 451. du Tome précedent, la maniere de les tracer, par le moyen des premieres; on en peut revoir la pratique. Il n'y a qu'à prendre leurs ordonnées d b, d b pour la grande, qui paſſe par le point 2 en œuvre, & d i, d i pour la petite, qui paſſe par le point 1, & les porter ſur les rayons C 1 C 2, du cintre primitif en C b^2, C i^1, & par les points b^{x}, i^y, tirer des paralleles à l'axe DS, qui couperont les ordonnées b d & i d, prolongées aux points x, y, par leſquels on tracera les courbes t^2 p^2, x S & t^1 p^1, y S, qui ſeront les projections demandées.

Ces projections horiſontales des joins de lit qu'on vient de trouver, ne peuvent ſervir à la formation des doëles plates, comme dans les Voutes coniques, parce que les quatre angles de chaque Vouſſoir, ne ſont pas dans un même plan, c'eſt pourquoi il faut terminer ces panneaux par les angles les plus bas au profil, afin d'avoir aſſez de pierre pour la poſition des panneaux de lit, ſur les joins ébauchez.

Pour ne pas trop embroüiller l'opération, nous ſupoſerons les hyperboles décrites du côté SB poſées en SA; par exemple, SA i^1, pour la premiere qui ſe termine au point 1^1, par la parallele à AB, menée par la projection du joint t^1, ſur la face ADB de la Tour ronde; enſuite, la ſeconde b^2 AS, qui ſe termine en b^2, par la parallele b^2 t^2,

paſſant par la projection t^2 du 2e. joint, à la face de la Tour A t D.

Dans cette hypotheſe, cette partie de l'épure peut ſervir de profil, où les lignes b^2 V, i^1 u, k d, I d, peuvent repréſenter les hauteurs des quatre angles du Vouſſoir, qui ne ſont pas dans un même plan, par les raiſons que nous avons donné au commencement du 2e. Tome; c'eſt pourquoi on tirera une ligne droite, par les deux angles les plus bas de la tête de face & de celle du Trompillon, qui ſont marquez à ce profil en b^2 & en I, qui coupera l'axe prolongé C$ſ$ en R, d'où l'on tirera auſſi par les points t^1, t^2 de la face ronde ADB des lignes droites, qui donneront la projection RG t^2 R, qui eſt celle d'une doële plate, inſcrite dans le Conoïde, comme un côté de pyramide, dont le ſommet ſeroit en R.

Pour tracer cette doële plate dans ſon étenduë, & en former un panneau pour ébaucher la pierre, on décrira du point V pour centre, un arc de cercle b^2, 1^u 2^u, qui ſera une portion de baſe de cône Droit, partie inſcrite, partie circonſcrite au Conoïde, paſſant par le joint de face t^2, dans laquelle portion de baſe, on déterminera les points 1^u, 2^u, correſpondans du cintre primitif 1, 2, ou en élevant des perpendiculaires G 1^u, t^2 2^u, ſur les points t^2 & G, ou en tirant par le point V, des rayons V 1^u, V 2^u, paralleles à ceux du cintre primitif C 1, C 2, qui couperont cet arc aux points 1^u, 2^u.

Il ne reſte plus pour la préparation néceſſaire à former la doële plate, qu'à déterminer la grandeur de la tête du côté du Trompillon, pour laquelle on prendra la diſtance d I, du point I, le plus bas de la tête ſur le Trompillon à l'axe SC, qu'on portera en V l & VL ſur les rayons V 1^u, V 2^u, & l'on formera le panneau de doële plate, comme il ſuit.

Fig. 135. Ayant fait dans une figure à part 135. deux lignes à l'équerre om, gt, on portera ſur gt, de part & d'autre du point o, les moitiez de la longueur L l de la fig. 134. & les moitiez de la longueur 1^u, 2^u, en og & ot, puis on tirera par les points g & t, des paralleles à la ligne du milieu om.

Puis prenant au profil la longueur I b^2, de cet intervale pour rayon, & des points I & L pour centre, on décrira des arcs qui couperont ces paralleles en G & T, le trapeze IGLT, ſera une doële plate réguliere d'une pyramide Droite, inſcrite dans le Conoïde, comme pour former un Vouſſoir exactement conique; mais comme elle excede la Voute conoïde, propoſée de toute la partie repréſentée à

la projection par le triangle mixte G t^1 t^2 qu'il faut retrancher, on réduira la partie circulaire t^1 t^2, qui est la projection de l'arête à la face en Tour ronde, en parties droites à pans, en tirant t^1 Q perpendiculaire à GR, laquelle coupera VG en Q, par où on élevera Q *q* parallele à G 1ⁿ, qui coupera la corde 1ⁿ 2ⁿ en *q* ; on portera la longueur *q* 2ⁿ en T Q, de la fig. 135.

Ensuite pour avoir la valeur de la ligne G t^1, qu'il faut retrancher, on menera t^1 z parallele à AB, qui coupera la ligne de profil b^2 R au point z, la longueur b^2 z, sera transportée à la fig. 135. de G en Z sur GI, par les points Z & Q, on tirera ZQ, qui retranche du panneau, la partie ZGQ, qui est représentée à la projection horisontale, par le triangle G t^1 Q ; ainsi on réduit la doële plate à une tête à pans ZQT, pour ensuite venir à l'arondissement, comme l'on a fait à la Trompe Droite en Tour ronde.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de doële plate de suposition, parce que la vraye doële étant gauche, la plate ne peut en toucher que trois angles ; on y apliquera le panneau de la fig. 135. pour y en tracer le contour destiné au second Voussoir.

Ensuite, on abattra la pierre avec le biveau x N^2 y de lit & de doële, fait suivant notre methode, comme pour une Trompe Droite, à laquelle nous avons en effet réduit celle-ci, comme je l'ait dit, en tirant par le joint t^2, le plus avancé du second Voussoir, la ligne b^2 V.

Pour rapeller au Lecteur, la maniere de tracer ce biveau, on l'a tracé dans la fig. 134.

Sur la projection R t^2, ayant fait la perpendiculaire t^2 2ⁿ, égale à t^2 2ⁿ, on a tiré la ligne 2ⁿ P, perpendiculaire à 2ⁿ R, qui coupe la projection R t^2 prolongée en P, où l'on a tiré x P z, perpendiculaire à la même RP, qui coupe l'axe S C prolongé en Z, & la section de la doële avec l'horison R x en x, laquelle section a été trouvée par la prolongation de la corde 2ⁿ 1ⁿ, jusqu'à la rencontre de la ligne V *o* en X, d'où l'on a tiré par le sommet R, la ligne RX x, la longueur 2ⁿ P, étant portée en N^2, sur la projection RP prolongée ; si l'on tire N^2 x & N^2 z, l'angle du suplément x N^2 y, sera

celui du biveau cherché pour le lit de dessus ; on trouvera de même celui de dessous.

Ayant abattu la pierre avec les biveaux de lit & doële, le long des côtez du panneau de doële plate, on levera deux panneaux au profil, pour l'intervale qui doit rester entre l'arête droite de la doële plate, & l'arête courbe du veritable joint de lit, lesquels panneaux seront deux triangles mixtes; sçavoir, I i^1 z, pour le lit de dessous, dont on posera le point I, sur le point I de la fig. 135. & le point z de la fig. 134. sur le point Z de la fig. 135. ensorte que la ligne droite z I, soit posée en ZI, le côté courbe hyperbolique I *i* i^2 du panneau, donnera la trace du vrai joint de lit sur le plan du premier lit.

De la même maniere, on apliquera sur le lit de dessus, le panneau triangulaire mixte, levé au profil en *k* I b^2, posant le côté droit I b^2, de la fig. 134. en *l* T, de la fig. 135. le long de l'arête de la doële plate ; le côté courbe de ce panneau *k b* b^2, donnera sur le lit de dessus, le contour *k b* T, de la fig. 135. qui est la véritable arête du joint de lit à la doële Conoïde.

On levera aussi pour la tête du Trompillon, le panneau triangulaire mixte I *x* 2, de la fig. 136. qui a été faite pour la tête du Trompillon, de la maniere qu'il a été dit à la pag. 454. & tracé à la fig. 247. planche 65. du Tom. précedent; & on l'apliquera sur la tête du côté du Trompillon, passant par les trois points donnez I *l k*, de la fig. 135. représentez en élevation en I *l* 2, ce qui détermine déja trois courbes de contour de la doële. On en trouvera un quatriéme, en portant sur les arêtes des joins de lit les longueurs *k* A & IA, en *k a* & I *a*, de la fig. 135. & apliquant sur les points *a* & *a*, la cerche de l'arc 1, 2 du cintre primitif, posée en angle aigu, avec un biveau formé sur l'angle mixte CA *b* ou CA *i* du profil, suivant laquelle faisant une plumée, on aura quatre courbes, entre lesquelles on creusera la doële Conoïde, dont il est question.

Enfin, sur la tête de face qui a été faite à pans, comme à la Trompe en Tour ronde, pag. 106. on tracera l'arc de cercle horisontal r^1, r^2 pour former cette tête, comme il a été dit au Trait cité.

Explication Démonstrative.

Nous avons dit en parlant de la même Trompe à face plane au Tome précedent, qu'on arondissoit le fond de la Trompe, pour di-

136.

134.

137.

minuer autant qu'il est possible l'angle solide mixte formé par les deux murs de pié-droits de la Trompe, & la partie de surface conique des Trompes ordinaires, afin que le fond du Trompillon ait plus de grace, & que cet arondissement ne pouvoit être parfait, c'est-à-dire, sans jarret, que sous le milieu de la clef, où la courbe hyperbolique est tangente par son sommet à la ligne verticale, qui est l'intersection des surfaces planes des murs des pié-droits, & qu'enfin cet arondissement devoit diminuer depuis la clef, jusqu'aux impostes où il s'évanoüit, parce que les hyperboles se redressent insensiblement à chaque joint de lit.

COMME les courbures des hyperboles, sont déterminées par l'éloignement de leurs centres du sommet *f* de l'axe on peut les diminuer suivant tel raport que l'on voudra ; à la fig. 246. de la planche 65 nous les avons éloigné de la moitié seulement, des lignes p^1 E, $p2$ F de cette figure, quoique par mégarde dans le discours, nous ayons pris le double pour la moitié ; ici, nous l'avons éloigné de tout cet intervale, pour faire voir ce qui résulte de ce changement, qui est que la courbe d'arondissement de la tête du Trompillon s'éleve un peu trop en *f*, de a^t en I, & de b^t en *t*, aulieu qu'en prenant les intervales E p^1, F p^2, seulement pour les premiers axes, l'arondissement est plus agréable à la vûë, que les prendre pour la distance du sommet *f*, au centre de chaque hyperbole, ce qui double la longueur de leurs premiers axes.

Seconde Espece de Trompe droite sur les impostes.

Courbe sous la clef, & rachetant une portion de Tour ronde, lorsque la Trompe est rampante.

LA différence de cette Trompe avec la précedente, consiste en ce que son cintre primitif vertical, perpendiculaire à la direction horisontale, n'est pas circulaire sur un diametre horisontal, mais Elliptique sur un diametre rampant.

D'ou il résulte quelque différence dans la construction ; premierement, en ce que les arêtes des joins de lit, ne sont pas des arcs d'hyperboles régulieres, comme celles de la Trompe précedente, mais irrégulieres, déduites d'une hyperbole ou de quelque autre courbe, prise pour arc principal de la courbure qu'on veut donner vers

le milieu de la clef, dans une section verticale, passant par le sommet de la Trompe.

La même irrégularité auroit pû convenir au Trait précedent, si le cintre primitif n'avoit pas été circulaire.

Comme la principale difficulté de ce Trait, consiste à la formation des courbes des joins de lit, nous nous y arrêterons uniquement, renvoyant celle des panneaux de doële plate & des biveaux aux Traits précedens.

Pl. 97. Fig. 138. Soit (fig. 138.) l'angle rentrant ASB, celui des pié-droits sur lesquels on doit construire la Trompe rampante, & l'arc ATB, la projection horisontale de la partie de Tour ronde, qu'elle doit porter.

Soit aussi la ligne BR, la différence de hauteur des naissances A & B, prise sur une perpendiculaire à la corde AB; la ligne AR, sera le diametre du cintre primitif, dont le milieu C sera le centre, & la ligne CH, prise à volonté sur une ligne DCH perpendiculaire à AB, sera son demi diametre conjugué; nous avons fait ici CH égal à DA. Sur les diametres conjuguez donnez, on décrira par le Probl. VIII. du 2e. Livre, la demi-Ellipse-AHR pour cintre primitif, que l'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, affectant autant qu'il sera possible, que les points 3 & 4, qui sont les joins de lit de la clef, soient de niveau.

Le cintre primitif AHR étant tracé, il faut se déterminer au choix de la courbe de profil, vers la clef qui doit être une parabole ou une hyperbole, tangente à la ligne droite d'intersection des pié-droits au point S, dans laquelle il n'y a que deux points donnez; sçavoir, le point S de son sommet, & un point *b*, déterminé par une ordonnée D*b*, qui doit être égale à la hauteur DH, composée du demi-diametre vertical CH du cintre primitif, & de la hauteur DC de son centre C, sur l'horison AB.

Puisqu'il n'y a que ces deux points donnez, il est clair qu'on peut y faire passer des courbes différentes, plus ou moins concaves, comme on l'a vû au Trait précedent, en prenant des centres d'hyperboles plus près ou plus loin du sommet S.

Suposant que cet arc *principal*, soit la courbe prise à volonté S*gbl*, on s'en servira pour régler toutes les courbes des joins de lit à la

doële, dont on cherchera autant de point qu'on voudra ; par exemple seulement trois, l'un au Trômpillon *a b*, l'autre au cintre primitif AB, & le troisiéme à la tangente NTE. Si l'on en vouloit chercher davantage, il faudroit tirer d'autres paralleles à la ligne AB, en aussi grand nombre qu'on veut trouver de points de chacune des courbes.

Il s'agit présentemant de tracer plusieurs cintres différens, sur les projections des diametres donnez au plan horisontal, comme *a b* & NE, sur lesquels il faut faire les profils des diametres rampans *a r*, N R', ce qui est aisé ; car si par les points *a* & N, on mene des paralleles à AR, & par les points *b* & E, d'autres paralleles à BR, on aura par leurs interfections les points *r* & R., & par conséquent, les diametres rampans *a g*, N R', sur le milieu desquels portant les distances *m g* & TI de l'axe S T, à la courbe de profil S *g b* I, on aura les demi-hauteurs *m* G, T *i*, qui déterminent les extrêmitez des diametres G *c*, & C^2 *i* des nouvelles Ellipses, qui doivent être les cintres transversaux de la double Conoïde, coupée par des plans verticaux, élevez sur les lignes *a b* & NE, lesquelles demi-Ellipses, seront tracées comme la premiere AHR, par le Probl. VIII. du 2e. Livre.

Ces mêmes demi-Ellipses, seront facilement divisées en joins de lit, correspondans aux divisions du cintre primitif, en menant par leurs centres *c* & C', des paralleles aux demi-diametres, C^1, C^2, C^3; C^4 du cintre primitif, comme la figure le montre.

Ces demi-diametres, seront prolongez jusques aux lignes horisontales de leurs bases *a b*, AB, NE s'il le faut, qu'elles couperont en les points o^1, o^2, o^3, o^4, à la base du cintre primitif, & t^1, t^2, t^3, t^4, à celle de la tangente NE, & au Trompillon *a b*, aux points n^1, n^2, n^3, n^4 ; les lignes t^1 S, t^2 S, t^3 S, t^4 S, feront les sections des plans des lits avec l'horison, lesquelles pourront être prises pour les bases des profils, qui serviront à les décrire, je dis pour des bases, & non pour des axes de ces courbes ; car leurs ordonnées ne doivent pas être à angle droit, comme l'a avancé M. de la Hire dans ses Leçons ; quoique je respecte la mémoire de ce Grand Mathematicien, & même qu'elle me soit chere, par l'attachement que j'avois pour lui & pour M^rs^. ses Fils. Je crois devoir remarquer cette inadvertence, qui pourra me rendre peut-être excusable, s'il m'est arrivé de me tromper en quelque chose, puisque les Grands Hommes ne sont pas infaillibles. Voici dans l'exactitude, la maniere de faire ces profils, en cherchant les angles des ordonnées, avec les abscisses des courbes.

De chaque point de division du cintre extérieur tangent N R, on abaissera des perpendiculaires sur la base horisontale NE, qui la couperont aux points p^1, p^2, p^3, p^4, p^5, par lesquels on menera des lignes au point S, qui serviront de base pour trouver par des profils, les valeurs des cordes imaginées, tirées depuis les points 1e, 2e, 3e, &c. de ce cintre au sommet S, par le moyen des hauteurs p^1 1e, p^2 2e, p^3 3e, &c. comme l'on a coûtume de faire pour trouver la valeur des projections des joins de lit, dans les Trompes coniques ; par exemple, sur S p^1, ayant élevé en p^1, la perpendiculaire $p^1 f^1$, égale à p^1 1e, l'hypotenuse f^1 S, sera la valeur de la corde qu'on cherche.

Ces valeurs étant trouvées, on fera pour chaque joint de lit, un triangle avec trois lignes données ; sçavoir, 1°. La section du plan du joint prolongé avec l'horison. 2°. La corde de la courbe de l'arête du joint. 3°. La longueur du joint dans le vuide, depuis le joint de tête jusqu'à l'horison.

Fig. 139. Par exemple, pour former le plan incliné du premier joint de lit dans le vuide de la doële, & son contour courbe, qui doit donner la cerche ou le panneau du lit, on portera à part (fig 139.) la ligne S t^1 de la section, avec l'horison en f T^1, avec ses divisions o^1 n^1, puis avec la longueur S f^1 pour rayon, & du point f pour centre, on fera un arc d 1e, & du point T^1 pour centre, & de l'intervale 1e t_1, de la fig. 138. pour rayon, on décrira un second arc qui coupera le premier au point 1e, pour tirer la ligne T^1 1e, à laquelle on menera par les points o^1 n^1, des paralleles o^1 1^x, n^1 1^n indéfinies ; pour en déterminer les longueurs, on prendra à la fig. 138. le ligne 1 o^1, qu'on portera en o^1 1^x, & la ligne 1^n n^1, qu'on portera en n^1 1^n de la fig. 139. par les points f 1^n, 1^x 1e, on tracera à la main ou avec une régle pliante, une courbe qui sera celle de l'arête du joint de lit à la doële, sur laquelle on formera le creux du panneau du premier lit.

Par la méme maniere, on trouvera la courbe f 2^n, 2^x, 2e du second joint de lit, en prenant pour base du triangle, qui donne l'inclinaison des ordonnées, la ligne S t^2 avec ses divisions à la fig. 138. qu'on portera en S T^2, de la fig. 139. puis avec les lignes f^2 S, & 2e t^2, on fera un triangle f t^2 2e, qui donnera l'angle f T^2 2e des ordonnées avec les abscisses, lesquelles ordonnées, seront prises à la fig. 138. aux lignes 2 o^2 du cintre primitif, & 2^n n^2 du Trompillon.

On verra à la fig. 140. le reste des profils des courbes des joins de lit de cette Trompe, où l'on a marqué les mémes lettres qu'à la fig. 138. d'où ils sont tirez.

Nous

Nous renvoyons la conſtruction des panneaux de doële plate au Trait précedent, & la formation de la tête ronde, au Trait de la Trompe en Tour ronde, pag. 106. pour former les courbes des joins de tête sans panneaux de lit, ou ſi l'on veut en former des panneaux, on se ſervira de la méthode qui a été donnée pour toutes les Voutes en Tour ronde, comme Porte, Deſcente, Trompe &c. qui eſt de ralonger l'arc de cercle de la projection horiſontale en arc Elliptique, parce que tous les lits étant des ſurfaces planes, leurs ſections à la ſurface des Tours, ſont des arcs Elliptiques.

Explication Démonſtrative.

Si l'on releve par la penſée, les figures mixtes N *i* R' E, AHRB, *a h r b*, qui ſont couchées ſur le plan horiſontal, en ſituation verticale ſur leurs baſes NE, AB, *a b*, & le triangle mixte S *g*, IT ſur ſon axe ST, auſſi en ſituation verticale, on pourra ſe repréſenter facilement toutes les raiſons de la conſtruction de ce Trait.

Et enfin, ſi l'on examine dans cette ſituation les inclinaiſons des lignes 1 t^1, 2 t^2, 3 t^3, &c. & qu'on imagine des plans paſſans par ces lignes & par le point S, on reconnoîtra facilement tous les profils qu'on vient de faire aux figures 139. 140.

Il faut remarquer que tous ces plans de lit qui ſe croiſent, ont leur commune interſection à l'axe de la Trompe, qui eſt repréſenté en projection horiſontale, par la ligne ST, & en profil par la ligne inclinée à l'horiſon SX, faiſant TX = TC' ; mais quoique leur interſection ſoit dans une ſeule ligne, elle ſe trouve différemment ſituée dans tous les plans des joins de lit prolongez dans le vuide, comme on le voit à leurs profils, aux fig. 139. & 140. en ſ X^1, ſ X^2, ſ X^3, ſ X^4, & ſ X^5, ce qui vient de la différence de leurs inclinaiſons.

Il eſt viſible par la 16. Prop. du 11e. Livre d'Euclide, qu'en faiſant dans chacun des cintres tranſverſaux des lignes NR' E, *a r b*, paralleles aux demi-diametres des diviſions des Vouſſoirs du cintre primitif ; les lits feront des ſurfaces planes, qui paſſeront par les diviſions 1', 1, 1" ; 2', 2, 2", au lieu que ſi l'on avoit fait leurs diviſions égales entr'elles dans chacun, les ſurfaces des lits ſeroient devenuës gauches, ce qu'il faut éviter par les raiſons que nous avons donné au 3e. Livre.

Des Voutes composées de surfaces Cylindroïdes, inclinées à l'horison.

En termes de l'Art.

De la Vis St. Giles quarrée, ou sur tel Polygone qu'on voudra.

Ce n'est pas donner une juste idée de la *Vis St. Giles quarrée*, que de la représenter, ainsi que Mr. de la Ruë, comme un composé de *Berceaux en descente, biais par les deux bouts*; il faut y ajoûter que ces Berceaux sont d'une irrégularité intrinséque, & d'une espece toute differente des Berceaux ordinaires.

Premierement, en ce que les Berceaux cylindriques réguliers, qui sont portez par des murs verticaux paralleles entre eux, sont coupez ou touchez par les plans de ces murs, suivant les lignes de leurs impostes, lesquelles sont droites, paralleles entre elles, & par conséquent dans un même plan horisontal ou incliné en descente; ici les lignes des deux impostes sont bien droites, & dans des plans verticaux paralleles entre eux, mais elles ne sont pas toutes les deux dans un même plan incliné, comme l'on peut voir à la fig. 141. qui représente une portion de la Vis où les impostes *a b* & *e f* se croisent à leur milieu en *m*, par conséquent elles ne sont pas dans le même plan.

Pl. 99. *Fig.* 141.

La raison qui fait qu'elles se croisent, est que les extremitez *a* & *b* du grand côté du Berceau, & celles du petit *e* & *f* doivent être de niveau entre elles, en bas, comme *a e*, & en haut comme *f b*, ainsi les impostes sont inégalement inclinées, afin que la plus courte parvienne à même hauteur que la plus longue, dans les diagonales des angles de la Tour *a* E, FB.

La *seconde différence* des Berceaux de la Vis aux cylindriques réguliers consiste en ce que, quoique les impostes *a b*, *e f* ne soient pas paralleles à la ligne du milieu C *c*, qui est l'axe du Berceau de la Vis, elles sont cependant encore des lignes droites, ce qui est impossible dans les Berceaux réguliers, parce que les sections des cylindres faites par des plans inclinez qui croisent l'axe, sont nécessairement des courbes Elliptiques.

La *troisiéme différence* consiste en ce que, dans les Berceaux réguliers toutes les sections perpendiculaires ou obliques à l'axe, qui sont faites

ar des plans paralleles entre eux, sont égales entre elles ; dans la 'is St. Giles quarrée elles ne sont ni égales ni semblables, en ce que imposte *ef* du côté du Noyau étant plus inclinée à l'horison que celle u piédroit *ab* de la Tour, les extremitez du diametre transversal de ı section plane verticale perpendiculaire au piédroit, seront par-tout des hauteurs inégales, excepté au milieu sur M *m*, où la section est ıerpendiculaire aux deux piédroits du Noyau & de la Tour, dans lequel liametre les projections verticales de tous les joins de lit se croisent.

Enfin dans les Berceaux biais en descente, toutes les sections vericales ou inclinées faites par des plans transversaux, qui forment les oins de doële aux têtes des Voussoirs, ont leurs diametres ou de ni'eau, ou toûjours inclinez d'un même angle à l'horison, ici ils sont ous inégalement rampans.

Ces différences présuposées, pour se former une juste idée de la Vis it. Giles quarrée ou à pans, il faut se rapeller la génération de la Vis St. Giles ronde, que nous avons dit au tome 2. pag. 417. se forner par le mouvement d'un demi cercle, ou d'une demie Ellipse vericale, qui se meut par son centre sur une hélice, à l'axe de laquelle on diametre qui est toujours de niveau, est toujours dirigé ou touours perpendiculaire à la courbe de la projection de cette hélice, si :lle n'est pas circulaire.

Si l'on substituë à la courbe à double courbure des impostes de la Vis St. Giles ronde, une suite des lignes droites inscrites dans chaque ıélice de l'imposte de la Tour & de celle du Noyau, qui soient en ıombre égal & égales entre elles dans chaque imposte, & à chaque :évolution de ces hélices différentes ; on aura au lieu d'un corps cyindroïde tournant, plusieurs portions de cylindroïdes terminées les ınes aux autres tournantes & rampantes, dans une Tour de base en polygone, qui peut être d'autant de côtez que l'on voudra ; il pourroit être triangulaire, quarré, pentagone, éxagone, &c. de sorte que si le nombre de ces côtez devient infini, la Vis retombe dans le cas de la Vis St. Giles ronde.

D'ou il suit, 1°. que dans la Vis St. Giles quarrée, comme dans la ronde, on doit observer la même position du demi cercle générateur, ou de la demie Ellipse generatrice, tant à l'égard de l'axe, pour avoir les têtes & les diagonales des Berceaux rampans qui aboutissent les uns aux autres, qu'à l'égard du niveau de son diametre.

Secondement, que ce cintre generateur, qui est toujours le même, & en même position dans la Vis St. Giles ronde, n'est ici égal à lui-

même que dans les positions des milieux des Berceaux, & lorsqu'il en est également éloigné en dessus & en dessous, suposant que sa direction à l'axe est toujours la même ; de sorte que ce cintre s'élargit continuellement à mesure qu'il s'éloigne de la position perpendiculaire aux plans verticaux passans par les milieux des impostes, & au contraire qu'il se rétrecit peu à peu à mesure qu'il aproche de cette position perpendiculaire.

Troisie'mement, que ce cintre générateur n'aura plus son diametre de niveau lorsqu'il ne sera plus dirigé à l'axe de l'hélice, ni de même longueur, parce qu'il est toujours plus ou moins incliné à l'horison, quoique sa projection soit toujours égale dans le plan horisontal

Un quartier d'escalier tournant dans un angle ABD, fig. 142. est très propre à expliquer ce que je veux dire ; car si l'on imagine sur chacune des arêtes des marches AE, KI, BF, LN, DG, un cintre qui soit toujours de même hauteur à la clef HC, on verra que ce seront autant d'Ellipses différentes plus ou moins alongées, suivant la longueur des arêtes des marches, & suivant leur éloignement de la ligne du milieu MD, cela suposé.

PROBLEME XII.

Faire une Vis St. Giles, sur un Polygone quelconque.

Fig. 142. Soit, par exemple (fig. 142.) un quart de Tour quarrée ABDM, dans laquelle est un noyau EFGM, qui doit porter toute la partie des Berceaux rampans, & tournans entre le milieu de la Voute depuis la clef jusqu'au noyau, laquelle est plus petite que l'autre qui est du côté de la Tour.

Soit aussi GHD, le cintre primitif de cette Vis, duquel émanent tous les autres, pris sur une ligne DM tirée du milieu M, où est le centre du noyau perpendiculairement aux côtez FG du noyau, & BD de la Tour, lequel se fait ordinairement en arc circulaire, quoique rien n'empêche qu'on ne le fasse Elliptique surhaussé ou surbaissé.

Ayant divisé ce cintre primitif GHD en ses Voussoirs aux points 2, 3, 4, 5, & ayant abaissé de ses divisions des perpendiculaires à son diametre GD, qui le couperont aux points p^2, p^3, &c. on menera par ces points des paralleles à la direction des Berceaux, qui couperont la diagonale MB, aux points d^2 d^3, par lesquels on menera en retour de la face EF d'autres paralleles d_2 k_2, d_3 k_3, &c. qui marqueront la projection horisontale des joins de lit, lesquels dans cette

138.

139.

140.

représentation sont paralleles entre eux, quoiqu'ils ne le soient pas dans leur projection verticale.

Pour former des têtes des Voussoirs, on menera du point M à ces côtez de la Tour, autant de droites ML, MB, MK, que l'on voudra avoir de cintres différens, pour tracer les joins de tête des Voussoirs suivant leurs longueurs, observant les liaisons, de sorte que les cintres sur IK & NL ne seront pas ceux d'un joint continu, mais ils serviront par parties.

Quant à celui qui est sur la diagonale FB, il servira dans sa moitié b^4 B', pour l'angle rentrant du concours des deux Berceaux, & dans son autre moitié b^4 F, pour l'arête saillante du même concours.

Sur les parties IK, FB, NL de ces lignes comprises entre le noyau & la tour, on décrira des cintres Elliptiques par le moyen des hauteurs des aplombs du cintre primitif p^2, p^3, p^4, p^5, qu'on portera perpendiculairement sur les diametres NL, FB, IK, aux points où ils sont coupez par les paralleles des projections des joins de lit, ainsi on aura le cintre Elliptique d'enfourchement FbB, & l'autre intermédiaire I b^4 K, qui sera égal à celui qu'on peut faire sur NL, si l'on supose FN égal à FL.

Cette préparation étant faite, il faut prendre un moyen de construction différent de ceux qu'on a pris jusqu'ici, pour la formation des Berceaux en descente, que nous avons exécuté par le moyen des doëles plates, parce que les doëles seroient gauches, & par conséquent de très difficile exécution, qu'on ne pourroit faire qu'à deux reprises, en suposant à la premiere une ébauche en des doëles plates, ensuite cherchant le troisiéme angle sur un lit, comme nous l'avons dit ailleurs; mais quand on s'y prendroit par ce moyen, on se trouveroit encore dans l'embarras de la formation des lits qui sont aussi gauches, c'est pourquoi on a jugé que la voye la plus simple & la plus courte est celle de l'équarrissement à peu près, comme il a été fait pour la Vis St. Giles ronde, dans laquelle on a formé des Cylindres concentriques sur les projections des joins de lit, pour tracer sur ces surfaces les hélices de ces joins rampans.

Ici nous formerons des Tours quarrées concentriques par des surfaces planes verticales élevées sur les projections horisontales des joins de lit, sur lesquelles nous tracerons les arêtes de ces mêmes joins rampans.

Par les rencontres de ces surfaces, il se formera des angles de deux especes, les uns saillans depuis le noyau jusqu'à la clef, les au-

tres rentrans depuis la clef jusqu'aux murs de la Tour, comme aux Voutes d'arêtes ordinaires, c'est pourquoi les Voussoirs d'enfourchement doivent être considerez, l'un dans l'angle rantrant comme en *a b d*, fig. 146. l'autre en angle saillant comme en *e f g*, fig. 145. quoique dans le fond ces deux angles soient égaux entre eux.

Suposant donc pour ébauches des Voussoirs des portions de Tour quarrées comme celles des fig. 145. 146. il s'agit d'y tracer les arêtes des joins de lit qui doivent être dans leurs surfaces planes & verticales, ce que l'on pourra faire facilement dès qu'on connoitra l'angle de leur inclinaison avec l'horison, ou ce qui revient au même son complement, qui est l'angle d'un aplomb avec chaque arête.

Ayant prolongé la ligne du milieu EM en haut ou en bas, on prendra sur cette ligne un point O à telle distance au dessus ou au dessous de l'horisontale MD, que le point B doit monter ou descendre au dessus du point A, par exemple, s'il y avoit deux marches entre ces deux points, comme en IK & FB, on prendroit la hauteur MO égale à celle des deux marches.

Puis du point O, on tirera des lignes droites à tous les points des projections des divisions des joins de lit du diametre GD du cintre primitif, comme OG, O p^2, O p^3, O p^4, O p^5 OD, qui donneront les différentes inclinaisons de tous les joins de lit, & sur lesquelles on trouvera les valeurs de toutes les parties de leurs projections, & avec beaucoup de facilité si le côté AB comprend un nombre de girons de marches égaux entre eux comme AK, KB; car supposant qu'il en contienne deux, on divisera la hauteur des marches OM en deux également en *n*, par où l'on tirera *n k* parallele à MD, qui coupera tous les profils des joins de lit aux points *i*, Y, Z, *z*, *y*, *k*, les longueurs O *i*, OY, OZ, O *z*, &c. seront les valeurs des joins de lit que l'on cherche, ou si l'on veut leurs restes jusqu'à GD, comme *i* G, Y p^2, &c. qui leurs sont égaux.

Si l'intervale AB n'étoit pas divisé également par les girons, comme si KI étoit plus près de B que de A, alors il faudroit abaisser sur MD des perpendiculaires I *i*, k^2 Y, k^3 Z, &c. qui couperoient (étant prolongées) les profils des joins de lit OG en *i*, O p^2 en Y, O p^3 en Z, &c. soit qu'il s'agisse de plusieurs têtes de Voussoirs ou d'une seule, comme par exemple *q* Q, projection donnée qui tend, comme les autres, au centre M, on menera par les points *q* & Q des perpendiculaires sur le diametre horisontal GD, lesquelles étant prolongées couperont les profils correspondans O p^4 en X &

5 en x ; les longueurs X p^4, x p^5 seront les valeurs des projec-
s horisontales Q b^5, q b^4 que l'on cherche, & les angles q X p^4,
Q x p^5 ceux de leur inclinaison avec un aplomb, dont le comple-
nt est celui de leur inclinaison avec une ligne de niveau.

'AR le moyen de ces angles, on peut tracer les joins de lit sur
surfaces verticales des Voussoirs ébauchez en portions de Tours
rrées, comme aux fig. 145. & 146. par le moyen d'un biveau
d'une sauterelle ouverte sur l'angle de l'épure qui convient aux
issoirs, par exemple, sur l'angle q X p^4, pour avoir l'inclinaison
l'arête q 4 sur la surface a b BA de la fig. 146. en montant d'un
é de b B, & en descendant de l'autre.

MAIS parce qu'on a besoin de la hauteur de la retombée, il y en
comme M. de la Ruë, qui font des panneaux en parallelogrames,
ır être apliquez sur les surfaces verticales qui passent par les joins
lit, ce que l'on peut faire d'une maniere plus simple que celle
l'Auteur cité.

AYANT prolongé les horisontales DG vers d, & k n vers N, on
r menera aussi des paralleles par les points 2, 3, des divisions du
tre primitif, comme 2 f, 3 f; puis ayant pris à volonté un point
sur N n, on menera par ce point la ligne y^5 5^n parallele à y
du profil qui lui sera aussi égale, parce qu'elle est entre mêmes
alleles horisontales; par le point 5^n, on élevera la perpendiculaire
5e, qui sera aussi égale à p^5 5, qui est la hauteur de la retombée
cintre primitif, puis on tirera 5e l parallele & égale à 5^n y^5,
parallelograme l 5^n sera celui du panneau que l'on cherche.

DE la même maniere on fera le panneau l 4e, en tirant par le Fig. 143.
int l, la ligne l 9 parallele & égale à z p^4 du profil, & 9 4e égale
parallele à 9 4 hauteur de retombée du cintre primitif GHD,
fin en faisant 4e f^4 parallele & égale à l 9, qui formera le paralle-
grame f^4 9 pour le second Voussoir du côté de l'angle rentrant.

IL sera aisé de faire de même les deux autres panneaux du côté
noyau marquez à la fig. 143. N 2e, l 3e, lesquels panneaux ne
nt point ceux de la doële, mais seulement des surfaces de suposi-
ns verticales pour trouver les quatre angles de la doële, comme
le verra à l'aplication du Trait sur la pierre.

IL faut présentement chercher les panneaux des pierres du pillier
la Vis, que nous apellons le noyau, lorsqu'ils portent une partie
la naissance de la Voute sur un lit horisontal & non en coupe,

ce qu'on apelle en *tas de charge*, ainsi qu'on est obligé de faire lors que le noyau est si petit qu'il n'est qu'une espece de pilier quarré en forme de Dez, d'une ou de deux pierres à chaque assise, alors chaque Dez du noyau doit avoir une espece de pointe en saillie, qui reçoive le lit horisontal du premier Voussoir, qui commence à former la Voute; il s'agit de trouver deux courbes, l'une de section horisontale de la doële concave & gauche, l'autre de section horisontale du lit, qui est une surface planolime un peu convexe & gauche

Section horisontale du Noyau.

Fig. 144. La maniere de trouver cette section qui est fort embrouillée chez M. de la Ruë, sera renduë facile par la figure 144. où l'on a joint le plan horisontal du noyau à sa projection verticale, si l'on fait attention aux relations & rencontres des lignes provenans des points correspondans dans l'une & l'autre espece de dessein.

Soit (fig. 144.) le rectangle *e* FGÆ le plan horisontal de la moitié du noyau, qui est le double du quarré EFGM de la fig. 142. qui en est le quart: ayant prolongé les côtez Æ *e* vers A, & GF vers *g*, on tirera AN parallele à *e* F à distance prise à volonté pour servir de base à l'élevation du noyau, cette distance a été prise ici égale à la saillie de la retombée PA pour ne pas multiplier les lignes.

On portera ensuite sur N *g* le double de la hauteur MO de la fig. 142 pour tirer AG, qui sera la naissance de la Voute sur son noyau.

Ensuite sur NA prolongée de la longueur du rayon CD du cintre primitif de la fig. 142. portée en A C', on décrira de ce point C pour centre un arc de cercle AB de la grandeur destinée à la premiere assise, qui ne devroit être ici égal qu'à G 2 du cintre primitif, mais que nous avons pris plus grand pour exprimer le Trait plus sensiblement.

On tirera aussi par le point *g*, une ligne O *g* parallele à AN, sur laquelle prolongée on prendra *g* C égal à GC du cintre primitif, pour d'écrire l'arc *g b* égal à AB; puis ayant divisé chacun de ces arcs en un même nombre de parties égales, par exemple en trois, aux points 1, 2 B, 1'2' *b*, on tirera par ces divisions des lignes droites B *b*, 2 2, 1, 1, AG; ensuite par les points C & C', on tirera les joins *b f*, B *d*, sur lesquels on prendra suivant l'épaisseur des pierres qu'on doit employer, les longueurs *b f* & B *d* égales entre elles, qu'on divisera aussi

ussi à volonté en deux ou plusieurs parties égales aux points *i*, *n*, our tirer les lignes droites *d f*, *i n*.

Cette préparation étant faite, on tirera par les points M & *e*, la iagonale MP, puis on abaissera des points *d*, *i*, B, 2, 1, des perendiculaires sur PA, lesquelles étant prolongées, couperont la diaonale P *e* aux points P, 9, 2°, *q*, 1°, *e*, par lesquels on menera utant de paralleles à *e* F, comme PX, 9 T, 2° Y, &c. indéfinies, ar lesquelles on trouvera les points des courbes qu'on cherche, comme il suit.

Ayant determiné la hauteur que l'on peut donner à la pierre de Dez, qu'on veut former suivant l'épaisseur qu'elle peut avoir, par xemple LN, on tirera L *d* parallele à AN, laquelle L *d* coupera toues les lignes qu'on a tiré jusqu'à present, aux points *v*, *z*, *x*, *y*, *t*, *l*, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur *e* F, qui couperont les horisontales correspondantes aux saillies de la doële, aux points X, Y, Z, V; sçavoir PN, qui représente en projection horiontale l'arête B *b*, de la doële & du lit, qui est coupé en *x* par la igne *d* L, sera coupée en X par la verticale *x* X.

De même l'horisontale 2° Y de la projection, provenant du point 2 de l'arc BA, sera coupée au point Y, par la verticale *y* Y; l'horisontale provenant du point I, & passant par 1°, sera terminée par la verticale *z* Z en Z; enfin le nud du noyau *e* F sera coupé en V, par la verticale *v* V, qui vient du point V, où l'horisontale L *d* coupe la naissance de la Voute A *g*; la courbe tracée à la main, ou avec une regle pliante par les points X, Y, Z, V, sera celle de la section horisontale de la doële de la Vis quarrée.

Par la même pratique, on aura celle qui se forme par la section du lit B *d* ou *b f*, de laquelle on a déja le point X, qui est sa rencontre avec celle de la doële, représentée aussi par le point B, qui est commun à l'arc BA, & au joint de tête B *d*; par le point *i*, qui est ensuite sur le même joint, on abaissera une perpendiculaire sur PN, qui coupera la diagonale PM au point 9, par où on menera l'horisontale 9 T parallele à PN; puis du point *t* où l'horisontale L *d* coupe l'inclinée *i n*, passant par le milieu du lit, on abaissera une verticale, qui coupera la ligne 9 T au point T; enfin par le point *d*, on abaissera une perpendiculaire sur PN, laquelle étant prolongée, coupera la diagonale PM au point *q*, où sera le troisiéme point de la section horisontale du lit XT *q*, qui est un peu courbe, laquelle avec la précedente fait l'angle mixte *q* XV, que l'on cherche pour former le panneau du lit de dessus du Dez de la Vis, qu'il faut ajou-

ter en saillie au noyau de la Vis, & qui doit servir à former le lit de dessous du second Dez d L g O.

Remarque sur l'usage de cette Section.

Il faut faire ici la même observation que nous avons fait au tome précedent, sur la section horisontale du Noyau de la Vis St. Giles ronde ; sçavoir que si le Noyau est assez petit pour être fait d'une seule piéce, l'escalier que cette Voute couvrira aura nécessairement des marches fort étroites au collet, ce qu'on doit éviter en Architecture, comme des *Casse-cou*, pour me servir du terme expressif, & si le Noyau est grand, cette section devient inutile, parce que les coussinets s'y doivent loger, comme aux Berceaux rampans, ainsi dans les ouvrages bien pensez, cette section ne doit pas être d'un grand usage.

Aplication du Trait sur la Pierre.

On doit considerer dans la Vis St. Giles quarrée de quatre sortes de Voussoirs de figures différentes.

Fig. 142. La premiere est de ceux qui portent l'enfourchement rentrant KBL, depuis l'imposte jusqu'à la clef, qui sont à branches à peu près semblables à ceux des Arcs de cloitre, dont ils different en ce que les branches sont rampantes, l'une en montant, l'autre en descendant.

La seconde espece est de ceux de l'enfourchement en angle saillant depuis la clef jusqu'au noyau, qui sont semblables à ceux des Voutes d'arêtes, avec cette différence que leurs branches sont rampantes, l'une en montant, l'autre en descendant.

La troisiéme est celle de la clef, qui est partie en Voute d'arête, partie en arc de cloitre rampant.

La quatriéme est de ceux qui sont dans l'intervale des enfourchemens, lesquels ne sont pas à branches, ni semblables à ceux des Berceaux ordinaires, mais gauches, comme nous l'avons dit, en ce que les cordes de leurs têtes ne sont pas dans un même plan, comme les doliolimes dont nous avons parlé au commencement du tome précedent.

Comme cette derniere espece est simple, nous renvoyons pour l'aplication du Trait à la pag. 36. du 2e. tom. & nous ne donnerons d'exemple de l'aplication du Trait que pour les Voussoirs à branches, & les Dez du noyau portant naissance de l'enfourchement d'arête.

PREMIEREMENT, pour un Voussoir à angle rentrant. Ayant dressé un parement pour servir de lit de suposition horisontale, par exemple, pour un second Voussoir, dont la projection est donnée à l'épure en Q b^5 S s b^4 q, on tracera cette projection sur un panneau, qu'on apliquera sur ce lit, pour en tracer le contour ; puis ayant jaugé la pierre à hauteur convenable, on abattra à l'équerre les six paremens verticaux, qui doivent être faits pour préparation sur chacune les lignes q Q, Q b^5, b^5 S, &c.

POUR former une portion de Tour quarrée verticale, telle qu'elle est représentée à la fig. 146. Fig. 146

LA même chose se fera pour un second Voussoir du côté de l'angle saillant, comme le représente la fig. 145. Fig 145.

SUR les paremens verticaux de ces portions de Tour, a B, b D qui forment l'angle rentrant $a\,b\,d$, comme à la fig. 146. où e F, f G formant l'angle saillant $e\,f\,g$, comme à la fig. 145. on apliquera les panneaux destinez au rang de Voussoir, dont il s'agit pour le second comme le parallelograme L 4e de la fig. 143. en montant depuis l'arête d D du plan du joint montant, ou en descendant depuis la verticale de l'angle rentrant b B jusqu'à cette arête, comme il convient à l'escalier, qui peut monter ou descendre d'un côté ou d'autre, suivant la situation des lieux ; ce panneau servira à tracer sur cette surface de suposition verticale, l'angle obtus L f^4 4e de la fig. 143. ce qui suffit sans s'embarrasser de la longueur du panneau, qui peut être sans inconvenient plus long ou plus court, qu'il ne faut pour s'étendre de la ligne d'angle b B sur la surface b D, ce qui fait voir qu'on peut se passer de panneau en prenant seulement avec la fausse-équerre l'angle d'inclinaison de l'arête de doële & de lit, avec un aplomb b B ou d D, lequel est obtus comme L f^4 4e de la fig. 143. pour la descente, & aigu comme son suplément à deux Droits f^4 L 5^r pour la montée.

LA ligne de l'arête de lit & de doële étant tracée, on lui menera une parallele au dessous à la hauteur 3'8 ou 4'9 de la retombée 2'8 ou 9'5 dans chaque parement d'aplomb b A b D en n u, n D aux extremitez desquelles on menera des lignes d'équerre sur les arêtes des plans des joins montans a A, d D, qui seront des horisontales qu'on fera égales aux retombées obliques q Q, s S ; si la longueur des retours du Voussoir se termine en Q & en S, ou bien on prendra la retombée oblique k_4 k^5, si la pierre s'étend de k^5 en S, puis avec le Biveau mixte d'aplomb & de doële V 5^4 K de la fig. 142. posé sur

l'arête A *a* de la fig. 146. en V 5 K, on tracera l'arc K 5 sur le parement vertical de joint montant *a q*.

On en fera de même avec le biveau mixte *u* 5o L de la fig. 142. sur le parement *d* S de la fig. 146.

Enfin avec le biveau mixte *u* 5*b* B du cintre formé sur la diagonale FB, on creusera une plumée au dessous du point 5*b* de la fig. 146. tenant le plan de ce biveau dirigé suivant la diagonale de la pierre marquée *b* X; ainsi on abattra la pierre suivant les trois arcs donnez 5*a* K, 5*b* B, qui est celui de la plumée du milieu, & 5o S, en posant la regle de l'un à l'autre, sur les parties aliquotes de ces arcs Elliptiques; c'est-à-dire que si la regle est sur la moitié de l'un par un bout, elle soit aussi sur la moitié de l'autre arc vers le second bout de la regle, si elle est posée sur le tiers d'un arc en haut, elle soit aussi sur le tiers de l'autre du même côté d'en haut, comme nous l'avons dit de la formation des surfaces doliolimes, parce que chacune des branches des Voussoirs d'enfourchement de cette Voute sont des doliolimes à la doële, & leurs lits des surfaces mixtilimes.

Celles-ci se feront facilement de la même maniere, après que les doëles seront faites, en prenant les biveaux mixtes de lit & de doële donnez à la fig. 142. en 8*a* 5*a* K, 8 5*b* B, 8o 5o S, qu'on tiendra toujours dans une situation verticale, posant la branche courbe sur les mêmes arcs qu'on a formé avec les biveaux mixtes d'aplomb & de doële, & la branche droite dans le même plan que cet arc, ce qui est facile sur les paremens *a q d* S qui sont donnez; mais pour le milieu, on dirigera cette branche droite vers un point X marqué dans la diagonale de la pierre, où l'on fera aussi une plumée pour la direction de l'inclinaison de ce lit; ces trois lignes données serviront à former les lits gauches, comme nous venons de le dire de la doële gauche.

Les lits de dessous se feront de même, & la pierre sera achevée.

L'Exemple que nous venons de donner pour un des Voussoirs d'enfourchement, dont les doëles font un angle rentrant comme aux Arcs de Cloitre, montre aussi de quelle maniere on doit faire ceux dont les doëles font un angle saillant comme les Voutes d'arêtes, ce que la fig. 145. expose à la vûë du moins pour un côté *f* G, parce que l'autre qui est derriere ne peut être dessiné qu'en suposant la pierre transparente, ce qui cause une confusion de lignes difficile à demêler. Il faut seulement observer que les paremens verticaux *g r*

$e\ k$ destinez pour les têtes doivent toujours être dans un plan dirigé au centre M de la fig. 142. comme KM, BM, LM, sans quoi la retombée GN ne doit pas être égale à N r de la fig. 142. ni d'équerre sur l'arête g G de la fig. 145. parce qu'il n'y a que les sections verticales qui tendent à l'axe de la Vis, qui est tout représenté en projections horisontale par le seul point M, quelque hauteur qu'il puisse avoir, qui soient des demies Ellipses Droites ; tous les autres cintres des sections qui passent ailleurs que par le point M, sont des demies Ellipses rampantes, lesquelles sont toutes différentes suivant leur direction, & suivant l'éloignement où elles sont du diametre GD de cintre primitif, mais qu'il n'est pas nécessaire de décrire, parce que les joins de doële aux têtes des Voussoirs ne doivent point avoir d'autre direction que l'axe de la Vis, dont la base est le point M.

Suposant cependant qu'on eût quelque raison de tracer un de ces cintres transversaux par une ligne donnée, par exemple en P r^o, perpendiculairement à la direction de la Vis du côté GF, prolongée en P de l'intervale d'une retombée G p^2.

On prolongera la naissance de la Voute du côté du noyau OG en e jusqu'à l'aplomb 2 p^2, puis on portera l'intervale B r^o de D en p^2, où il tombe par hasard, duquel abaissant la perpendiculaire p^2 W, on prendra la hauteur e W qu'on portera du point r^o en R perpendiculairement à P r^o ; la ligne PR sera le diametre rampant de la section verticale par la ligne donnée P r^o, & la hauteur sous clef CH du cintre primitif GHD sera la moitié de son diametre conjugué. Ainsi sur tous les points o, o, où le diametre PR coupe les projections des joins de lit de la Vis, on posera les ordonnées p^5 5, p_4 4, &c. qui donneront les points r^5, r_4 de l'arc rampant P b' R que l'on cherche; mais comme la projection horisontale P r^o coupe la diagonale FB au point d^2, par où passe l'ordonnée à plomb $o\,x$, il est visible que la partie de l'arc depuis P en x, est dans le vuide du second berceau BE, par conséquent que le point x répond au point f^2 du cintre de la diagonale F b^4 B, où finit l'arc rampant; ainsi la section qu'on cherche n'est pas une demie Ellipse complete, mais seulement un arc $x\ b'$ R, *qu'il falloit déterminer.*

Il est visible que plus le diametre donné aprochera du point B, plus l'arc de la section diminuera, & au contraire qu'il augmentera d'autant plus qu'il aprochera du point F, en sorte que lorsque le diametre sera terminé au noyau, la section sera une demie Ellipse.

Il est aussi visible que ce cintre sera d'autant plus rampant, qu'il

aprochera du point B, & d'autant moins que son diametre aprochera de celui du cintre primitif GD, qui est de niveau.

Explication Démonstrative.

On a vû lorsque nous avons expliqué la Vis St. Giles ronde, que ses joins de lit à la doële étoient des hélices inégalement inclinées à l'horison.

Ici au lieu d'hélices, ce sont des lignes droites aussi inégalement inclinées à l'horison, qui sont représentées pour une moitié de *rampe* par les lignes OG, O p^2, O p^3, &c. OD qui se croisent au point O, qu'il faut concevoir au milieu de EF de la fig. 141. ou du *noyau* comme en O, ou de la Tour quarrée dans laquelle est la Vis comme en *o*, en sorte que le point O du profil de la fig. 142. soit *conçû* comme étant à plomb au dessus ou au dessous du point E ou du point A, selon l'inclinaison de montée ou de descente de A en B, *ou de* B en A, de sorte que le seul point O du profil représente les six points A o^5, o^4, o^3, o^2 E, & le triangle OGD, toutes les sections verticales faites par les lignes EF o^2 d^2, o^3 d^3, o^4 b^4, o^5 b^5 AB, dont les valeurs sont OG, o p^2, o p^3, o p^4, o p^5, OD.

Cela supofé, il est clair que toutes les sections horisontales qui tendront à l'axe, & qui seront en situation horisontale comme MD, par exemple *n a*, feront toutes des angles égaux avec les joins de lit OG, O p^2, &c. par conséquent que tous les diametres IK, FB, NL, GD seront des axes de ces sections, parce que toutes leurs ordonnées seront à angle Droit, comme celles du cintre primitif GHD, mais non pas celles des sections qui ne passeront pas par le point M dans la projection horisontale, parce qu'elles ne tendront pas à l'axe.

Il nous reste à expliquer pourquoi, à la fig. 146. nous avons pris les retombées quarrément sur les arêtes *a* A, *d* D, comme si la doële n'étoit pas gauche, parce qu'il semble que par cette construction la naissance des arcs de la doële doit être une ligne droite parallele à celle du panneau des hauteurs de retombées, & cependant on voit évidemment par le profil que ces lignes ne sont pas dans un même plan, & qu'elles se croisent.

Pour détromper l'esprit de cette fausse aparence, il n'y a qu'à considerer que les retombées de chaque pan de doële, comme K k, B b^5, ne sont ni paralleles ni égales, & que cependant chacune d'elles est dans un plan de niveau, quoique les lignes qui aboutissent à leurs extremitez soient rampantes ; or il est clair que si l'on fait une ligne

t, parallele à la retombée K *ks*, le point *t* tombera au dessus ou
ı dessous de B, puisque B & *bs* sont de niveau par la suposition,
ır le point *t* n'aura pas assez monté si la rampe monte de K en B,
ù le point *t* se sera élevé au dessus de *bs*, qui est de niveau avec le
oint B, par conséquent l'arête de la naissance de la doële & du lit
ıférieur ne sera pas parallele à la base du panneau des hauteurs de
etombées, qui est plus courte que cette arête du côté de l'arc de
oitre, & plus longue du côté du noyau qui fait la Voute d'arête.

On a représenté à la fig. 147. une pierre du noyau portant en-
ɔurchement sans coupe, mais en section horisontale, & à la fig. 148.
ne pierre du noyau qui doit se poser au dessus ou au dessous entre
s angles, pour donner une idée de leur figure, & soulager l'ima-
ination de ceux qui voudront couper du Trait, comme il convient
e le faire avant que d'en venir à l'exécution, parce que les figures
es pierres de cette Vis sont trop singulieres pour se les bien repré-
nter dans l'imagination, sans la soulager par des modeles, lorsqu'il
agit de l'exécution. *Fig.* 147. & 148.

CHAPITRE HUITIE'ME

DES VOUTES COMPOSE'ES de Coniques & de Cylindroïdes.

ON fait des Escaliers *suspendus*, ou plûtôt portez par des Voutes de
différentes especes, qui n'ont d'apui que du côté de la *Cage*, parce
u'on laisse le milieu vuide, ce qui leur donne plus de gayeté & de
ımiere.

Comme ces Cages sont ordinairement quarrées ou en quarré long,
n pratique, aux angles, des paliers qu'on soûtient par des Trompes,
u par des demis Berceaux en arcs de cloitre; souvent dans le mê-
ıe escalier on fait des Voutes de l'une & de l'autre espece, sçavoir
es Trompes sous les paliers quarrez qui font le retours des rampes,
t des demis Voutes en arcs de cloitre sous les paliers de commu-
ication d'un apartement à l'autre.

De quelque maniere qu'on soûtienne ces paliers, on fait porter
s rampes par ces especes de demis Berceaux droits sur les impostes
t courbes au sommet, que nous avons apellé au tome précedent
Cylindrico-Sphéroïdes, & dont nous avons donné le Trait à la pag. 462.
otée par une faute d'impression 246.

Nous avons aussi donné les Traits des Voutes en *Trompes sur le coin*, & en Arcs de cloitre, qui convient pour soûtenir le palier; il ne s'agit ici que d'un assemblage de ces parties que nous connoissons chacune en particulier, c'est en quoi consiste toute la difficulté de ce Trait.

PROBLEME XIII.

Faire un Escalier suspendu & à repos, porté par des Trompes ou des Voutes en Arcs de Cloitre.

Pl. 100. Fig. 149. Soit (fig. 149.) un quarré ou quarré long ABDE, le plan horisontal de la Cage d'un escalier, au milieu duquel on veut laisser un vuide FGIK, compris par les côtez des rampes FG, GI, IK, & par un palier de communication d'apartemens R k EA.

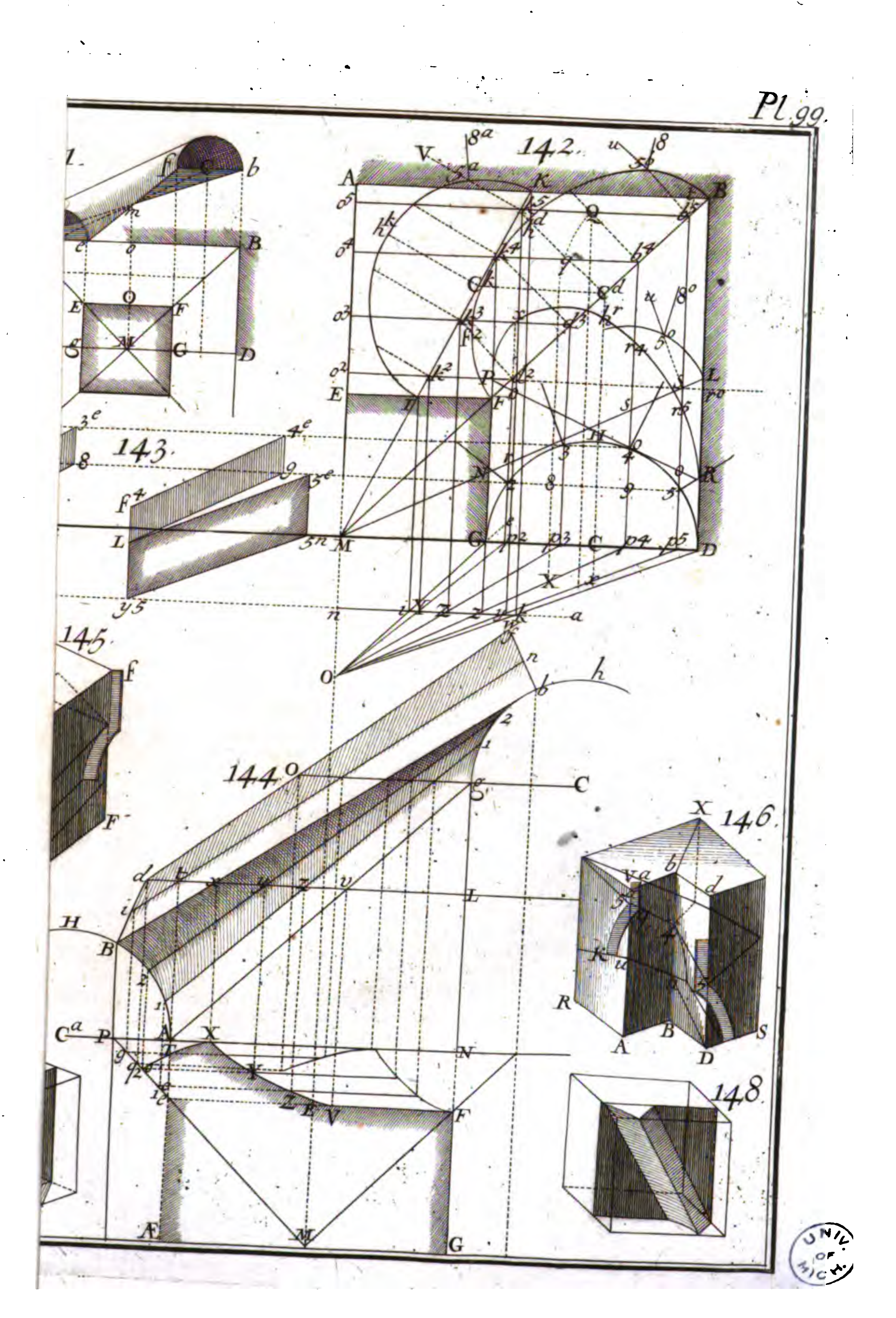
Si l'on prolonge les côtez des trois rampes FG, GI, IK, de part & d'autre, leurs prolongations formeront dans les angles de la Cage deux quarrez *m* BHG, & I *n* DN, ausquels aboutissent les rampes des marches, les unes en montant comme FG en G *m*, les autres en descendant comme IG en GH.

Quoique nous ne parlions ici que d'une Cage quarrée ou en quarré long, rien n'empêcheroit qu'on ne pût pratiquer le même escalier dans un autre polygone, pentagone, exagone, &c. alors les paliers ne seroient plus quarrez, mais des trapezoïdes, qui auroient un angle obtus, qui les rendroit d'autant moins propres à y construire des Voutes solides, qu'il seroit ouvert, parce que la partie qui porteroit à faux étant dans l'angle aigu, elle deviendroit plus grande, & par conséquent plus foible.

D'ou il suit que dans une Cage en triangle, l'escalier deviendroit plus solide, mais les paliers ne seroient plus quarrez, par conséquent ils seroient moins beaux; ainsi il faut s'en tenir à la figure d'une Cage en quarré ou en quarré long. Cela supofé, on commencera par faire le profil d'une des rampes, en faisant servir le côté AB pour sa base, & élevant des perpendiculaires sur les points R & *m*, ce qui se fera facilement si la Cage est sur un rectangle, parce qu'alors il n'y a qu'à prolonger les côtez du vuide KR & I *m*.

Sur une de ces perpendiculaires comme *m* M, on portera la hauteur de la rampe, c'est-à-dire la somme de celle de toutes les marches qu'elle contient, laquelle sera égale à la moitié de FG; si les girons

sont


142.
143.
144.
145.
146.
148.

font doubles de la hauteur des marches, l'on tirera RM pour la ligne de rampe, & l'horifontale M *b* égale à *m* B, pour le profil du repos auquel elle aboutit.

On fera enfuite la projection verticale de la Trompe, qui doit couvrir ce palier, & porter celui de l'étage au deffus G^m B^b, laquelle projection fera l'élevation d'une des têtes d'une Trompe fur le coin, que nous avons dit au tome précedent pag. 250. devoir être une parabole ; & comme cette tête de trompe doit fe joindre immédiatement avec celle du demi Berceau qui couvre la rampe, en montant d'un côté & en defcendant de l'autre, il fuit que cette courbe doit auffi être celle des têtes du demi Berceau rampant, & non pas un quart de cercle, ni un arc de 60. dégrez, comme le font le P. Deran, & après lui M. de la Ruë, qui ayant fait la hauteur R *r* égale à RA largeur du palier, tracent de l'intervale A *r* pour rayon, & des points A & *r* pour centres, des arcs qui fe coupent en C^c, d'où comme centre & du même rayon ils décrivent l'arc A *q r*, dont ils font le cintre de la tête de la Trompe & de la rampe.

Pour moi qui ne doit copier perfonne, pour ne pas faire acheter au Public ce dont il eft déja en poffeffion, je fais mon cintre primitif parabolique, non par affectation pour me diftinguer, mais par plufieurs raifons qui me paroiffent meriter qu'on y ait égard.

La *premiere* eft, que la pratique des Auteurs nommez péche contre une regle de décoration, qu'on doit inviolablement obferver lorfqu'il eft poffible, qui eft d'éviter les jarrets à la jonction des furfaces planes des murs avec les courbes des Voutes : or il eft clair que l'arc A *q r* fait un jarret en A avec la ligne AL, qui repréfente le profil du mur de Cage, puifque le rayon AC^c de l'arc de 60. dégrez A *q r*, n'eft pas perpendiculaire fur LA, qui eft une verticale avec laquelle il fait un angle aigu de 75. dégrez, comme il eft aifé de le démontrer.

Car l'angle de la corde *r* A avec le rayon AC^c eft par la conftruction de 60. dégrez, par conféquent plus grand de 15. dégrez que l'angle RA *r* qui eft de 45. ainfi l'angle $LAC^c = 90. - 15. = 75.$ donc la droite LA prife comme profil du mur aplomb, fait avec l'arc A *q r* un jarret en A, parce que la ligne AL n'eft pas une tangente à l'arc A *q r*, mais feulement au quart de cercle A *n r* au dedans duquel eft l'arc A *q r*.

Puisqu'on doit éviter cette difformité, & cependant diminuer un peu de la concavité du quart de cercle, afin que la Voute pouffe moins au vuide, il fuit qu'on doit préferer la parabole à l'arc de 60.

dégrez, pour que la Voute ne fasse pas de jarret à sa naissance A, & qu'elle ne pousse pas trop au vuide en *r*.

La *seconde raison* est, que cette courbe de cintre en demie parabole, qui est peu différente dans son contour A *p r* de l'arc de 60. dégrez A *q r*, comme il paroit à la vûë par le peu de distance du point *p* au point *q*, a cependant beaucoup moins de poussée en *r*, puisque la partie *r p* 1 s'éleve beaucoup moins que la partie *r q* 1.

La *troisiéme raison* est, que les jarrets étant inévitables à la jonction des Voussures, rampantes avec les Trompes, dont les axes AR & Mb sont de niveau, il vaut mieux diminuer ceux des Voussures à leurs bases qu'à leurs sommets, parce que la direction de la poussée de leur charge sur la Trompe agit moins contre le vuide, étant évident que l'angle curviligne *p r* H est plus ouvert que l'angle *q r* H, par conséquent que la charge de la rampe est mieux apuyée sur la Trompe, & que le jarret qui est en *r* dans l'une & l'autre construction, est moins sensible dans la mienne.

Je conviendrai que s'il diminuë à la base il augmente au sommet S; mais il est clair que la solidité n'en souffre point, au contraire la Voute en seroit plus solide, & quant à la beauté de la décoration il sera aisé de suprimer ce jarret, en faisant la courbe rampante *r* HS de deux arcs de cercles, au lieu d'un seul tel que le font les Auteurs citez, en faisant le petit TS tangent au premier *r* HT, & à la parabole S *b*, comme nous le pratiquerons dans notre Trait.

La *quatriéme raison* qui me détermine au cintre parabolique, est la simplicité & l'uniformité de la doële de la Trompe, qui sera une portion d'un seul cône Droit régulier, coupé obliquement par ses faces, comme la *Trompe Droite sur le Coin*; au lieu qu'en faisant le cintre A *q r* de chacune des faces circulaires, il en résulte une surface moins réguliere, qui est un composé de deux portions de cônes scalenes, dont les surfaces qui se rencontrent sur la diagonale AF ou BG, font entre elles un angle saillant à la clef, comme on peut le concevoir par le discours de la pag. 105. du 1er. tome, & en jettant les yeux sur la fig. 80. de la planche 7. du premier Livre, qui représente la position de ces deux cônes, qui se pénétrent mutuellement vûs en perspective. Cet angle saillant est à la verité fort obtus, mais il ne l'est pas au point qu'il devienne insensible, par conséquent il interrompt l'uniformité de la doële, & y fait un jarret sans necessité.

Enfin *la cinquiéme raison* est, que le cintre parabolique n'est pas moins convenable à la Voussure rampante, qui porte les marches entre les

paliers, qu'aux Trompes qui soûtiennent ces paliers, ausquelles cette Voussure doit se joindre, en ce que le renflement des cintres transversaux de la rampe *r* HS se fait très régulierement par des paraboles de différentes amplitudes, qui ont toujours leur axe de niveau, & leur sommet à la naissance de la Voussure RM, laquelle courbe par cette disposition n'y fait aucun jarret, comme on peut le remarquer au profil D *q* 8 *b*^{m}, qui sera expliqué ci-après; cela suposé, nous venons à la construction.

Ayant pris la longueur AR pour axe d'une parabole, & la hauteur *r* R pour son amplitude, c'est-à-dire pour sa plus grande ordonnée, on décrira cette courbe par le Probl. X. du 2e. liv. laquelle servira de cintre primitif, tant pour les Trompes des paliers, que pour la Voussure rampante, qui porte les marches de l'escalier à sa jonction, & on le divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, par lesquels on menera des paralleles à l'ordonnée *r* R, qu'on prolongera jusqu'à la ligne L^e K, qui est la projection de la tête de la Trompe oposée du palier L^e E *k* K.

Ces lignes couperont la diagonale aux points a^1, a^2, a^3, F, par ou on menera des paralleles au côté AB de la Cage, jusqu'à la rencontre de la ligne *m* G, qui est aussi la projection de la face de la Trompe oposée à l'autre coin B, qui porte le palier *m* BHG. Ces lignes & les précedentes donneront les cordes des projections des joins de lit des Voussures rampantes comme RM, & aussi de celles qui peuvent être de niveau comme FK, suposant que ce soit un palier de communication d'Apartemens de plein pied.

J'ai dit que ces lignes étoient les cordes des projections, & non pas les projections, parce que les arêtes des joins de lit doivent être des courbes à double courbure, comme nous l'avons dit au tome précedent à la pag. 466. & 467. contre la pratique des Auteurs qui ont écrit de ce Trait.

Il n'en est pas de même pour les joins de lit des Trompes, qui sont des lignes droites, parce que ce sont des sections *verticales*, c'est-à-dire par le sommet du cône, par conséquent leurs projections sont les lignes droites tirées du sommet A ou B, par les points p^1, p^2, p^3, F, & 1^r, 2^r, 3^r F, qui sont les projections des divisions du cintre primitif.

La valeur de toutes ces projections se trouvera, comme il a été dit au tome précedent, au Trait de la Trompe sur le coin, pag. 249.

en faisant un profil sur chacune de ces projections pour base, par un triangle rectangle où l'on a les jambes données, sçavoir la projection horisontale pour une, & la hauteur de la division pour l'autre ; l'hypotenuse sera la vraye longueur du joint de lit, de laquelle on déduira celle du Trompillon.

Pour faire ces profils, on peut profiter de l'angle Droit KkN, & porter sur Nk les hauteurs des divisions du cintre primitif 1° n^1, 2° n^2, 3° n^3, rR en k^1, k^2, k^3, kK, & les projections Ap^1, Ap^2, Ap^3, AF en $k\,a^1$, $k\,a^2$, $k\,a^3$, $k\,a\,f$; les lignes $k^1 a^1$, $k^2 a^2$, $k^3 a^3$, Kaf, seront les valeurs des joins de lit de la Trompe que l'on cherche.

Quant à la projection horisontale & verticale de la rampe, si l'on veut faire les intervales des joins de lit égaux entre eux dans chaque section verticale ou inclinée, il faut avoir recours au Trait qui a été donné à la pag. 462. du tome précedent ; mais si pour la facilité de de l'exécution on vouloit se relacher de la grande régularité, qui donne pour les arêtes des lits des courbes à double courbure, & les faire en courbes planes dans des plans verticaux, on peut s'y prendre de la maniere suivante.

On tracera, si l'on veut, à la main la courbe r HTS, suivant le bombement qu'on veut donner à l'arête du sommet de la Voussure, au dessus de la ligne droite de rampe r S parallele à RM, & le racordement de cette courbe avec le profil de la tête de la Trompe, qui est une parabole $s\,p\,b$.

Ou bien, si l'on veut opérer Géometriquement pour éviter les jarrets au point S, on portera la longueur Mb en $b\,t$ prolongée ; on tirera tS, qui sera une tangente à cette parabole, à laquelle on menera par le point S, une perpendiculaire $s\,o$, sur laquelle on prendra à volonté un point O, pour centre du petit arc de racordement ST.

Ensuite par un point T de cet arc aussi pris à volonté, on tirera par le point O, une ligne indéfinie TOC^r. Puis par les points T & r, ayant tiré la corde TR, on la divisera en deux également en m^r, où l'on lui tirera une perpendiculaire, qui rencontrera la ligne To prolongée en un point C^r, duquel comme centre, on décrira l'arc rHT qui touchera l'arc TS, lequel TS touche aussi la parabole ; par conséquent il ne se fera point de jarret depuis le point r de la Trompe inférieure jusqu'au point b, qui représente sur le même plan vertical le point Ho du plan horisontal, sur le même alignement du vuide de l'escalier.

On peut décrire aussi cet arc rampant par les différentes manieres qui ont été données au 2e Livre en se donnant à volonté une ligne de sommité, & prolongeant la tangente *t* S jusqu'à cette ligne de sommité; ensuite chercher le point T de l'atouchement de la courbe à décrire avec cette ligne de sommité, par exemple *i i*, & continuer par les Prob. XIV. pag. 156. & XV. pag. 159. ou XX. pag. 178. (*Tome* I.)

Comme ce bombement que l'on donne au sommet de la Voussure n'est fait que pour donner de la force à cette partie qui porte le limon des marches, & que l'imposte de sa naissance RM est toujours une ligne droite, ce bombement doit insensiblement diminuer à chaque joint de lit, comme il a été dit au tome précedent pag. 463. où nous avons fait leurs arêtes à double courbure, suivant la grande régularité.

Mais comme pour varieté de Trait, nous nous rélachons de cette régularité, en faisant ces arêtes en courbes planes, comme font tous les Auteurs citez, on pourra aussi diminuer comme eux le renflement de ces arêtes, mais plus régulierement, comme nous allons faire.

On menera par les points de hauteur des divisions de la Trompe inférieure à sa tête f^1, f^2, f^3 *r*, des paralleles à la rampe RM, qui donneront sur SM les points 1', 2', 3', S, par lesquels on tirera des lignes du point *t*, comme *t* 1', *t* 2', *t* 3', ausquels on fera à ces points des perpendiculaires, qui couperont la ligne TC' en des points c^1, c^2, c^3, où seront les centres des petits arcs de cercle, qui couperont la même ligne TC' en des points t^1, t^2, t^3, par lesquels on tirera des cordes qu'on divisera en deux également, pour faire sur leurs milieux des perpendiculaires, comme on a fait sur la corde *r* T, lesquelles couperont la ligne TC' en des points où seront les centres du grand arc qui acheve le rampant; lesquels centres s'éloignant toujours de plus en plus, donnent des arcs moins convexes, à mesure qu'on aproche de l'imposte, qui sont cependant toujours tangens au petit, lequel se racorde à peu près avec les joins de lit de la Trompe supérieure, comme au sommet S.

Les projections verticales des joins de lit étant données, elles serviront à faire les profils des sections verticales de la Voussure rampante RS, qui sont nécessaires pour former les têtes des Voussoirs, & des cerches pour creuser leurs doëles.

Suposant, par exemple, qu'on veüille faire un *profil par la ligne du milieu* HM', on prendra pour base de ce profil une ligne horisontale,

comme I α, qui est divisée en parties égales à celle de la ligne IS ou OP, qui est la section du plan vertical HM^c, avec la projection horisontale de la Voussure.

Sur IG perpendiculaire à I α, on portera la hauteur H m^c du point I en b^m; sur sa parallele 3^p 3^t, on portera la hauteur m^c z^3; sur 2^p 2^t, on portera la hauteur m^c z^2; enfin sur 1^p 1^t, on portera la hauteur m^c z^1, & par les points α, 1^t, 2^t, 3^t, b^m, on tracera la courbe b^m 2^t α, qui sera le profil du milieu de la Voussure, par un plan perpendiculaire au mur de la Cage.

On pourra faire autant de profils que l'on voudra sur d'autres plans paralleles, passans par des points donnez b^d Q & b^e q, en prenant les hauteurs des sections des arcs rampans avec les projections verticales des joins de lit au dessus de la rampe aux points m^d, m^e.

Les courbes tracées, suivant cette méthode, sont moins régulieres que des arcs de parabole, qu'on peut leur substituer en operant d'une *maniere inverse*.

Au lieu de commencer par les projections verticales des joins de lit, comme nous venons de faire, on peut commencer par faire les profils des sections verticales de la Voussure, par des plans perpendiculaires au mur de la Cage, lesquels auront toutes leur axe de même longueur OP ou I α; & pour amplitudes des demies paraboles qu'on veut faire, on aura les hauteurs différentes b^d m^d, H m^c, b^e m^e; ainsi (par le Prob. X. du 2e Liv.) on décrira les demies paraboles b^e α, b^d α, b^m α, qui couperont les paralleles à IG aux points 3^t, 3, 3^d; 2^t, 2, 2^d; 1^t, 1, 1^d, lesquels détermineront les hauteurs de la projection verticale SR, qui doivent donner les points des courbes rampantes f^1 z^1 1^r, f^2 z^2 2^r, f^3 z^3 3^r, r HS.

Cette derniere maniere a l'avantage sur la précedente que la doële est plus réguliere, étant un paraboloïde tangent au mur de la Cage, mais la précedente est plus propre à diminuer les jarrets des joins de lit de la Voussure à leur jonction avec ceux des Trompes.

Lorsqu'on suit la maniere du P. Deran, qui ne fait qu'un arc de cercle, dont r S est la corde; ces jarrets sont d'autant plus sensibles que cet arc est d'un petit nombre de degrez, & si pour les diminuer on veut faire cet arc plus concave, en le faisant d'un grand nombre de dégrez, on est obligé de prendre la naissance de la Voute fort bas, ou d'entailler les Voussoirs du sommet pour y loger les marches de l'escalier, ce qui l'affoiblit; le seul avantage qu'on peut alléguer

en faveur de sa construction, est que le plus grand enfoncement de l'arc est au milieu du vuide de l'escalier, ce qui ne mérite aucune consideration, parce que les arcs rampans sont naturels à la situation inclinée des faces qui sont sur le vuide de la Cage.

Venons présentement à la formation du cintre de bombement de la Voussure LFKL, qui porte le grand palier de communication de niveau d'un apartement à l'autre, lequel a sa naissance sur la ligne droite AE, & sa tête à plomb de la ligne FK.

Cette Voussure peut être jointe en LF & L' K, à une Trompe sur le coin ALFR de même qu'à l'autre bout en L' K k E, ou bien à un arc de cloitre établi dans chacun des angles, nous y suposerons encore des Trompes.

Il est assez difficile de racorder l'arc de bombement de cette Voussure avec le cintre de tête de ces Trompes, qui fait une continuation de section transversale verticale sur la ligne de projection horisontale R k, sans qu'il y paroisse quelques jarrets, à moins que la Cage ne soit un peu large. Il faut se contenter de les rendre les moins sensibles que l'on peut.

Le Trait du P. Deran & de M. de la Ruë en font un à chaque naissance R & k, parce qu'ils font le cintre primitif de la Trompe qui n'est pas tangent au mur de Cage. Par notre méthode nous effaçons celui-là, & même celui qui se fait à la jonction de la Voussure en L & L', ou F' & K', même lorsqu'on sera assujetti par une hauteur de palier donné P' P', qui soit trop basse pour ne faire qu'un arc de cercle dans la face sur le vuide.

Soit R a² L, le profil de la tête de la Trompe sur la ligne RF, que nous avons fait en demie parabole ; on portera la longueur LA sur la même ligne prolongée en r, & l'on tirera la droite r L, à laquelle on fera au point L une perpendiculaire, qui coupera la ligne du milieu de la Cage CM' en X, où sera le centre de l'arc L d L', & au cas que le point d monte trop haut, comme il peut arriver lorsque le palier est long, il faudra faire ce cintre de trois arcs de cercles qui se touchent sans se croiser, suivant la méthode que nous avons donné au 2e Liv. pag. 186.

Ou si l'on veut, pour opérer encore plus parfaitement, on peut faire passer un arc Elliptique par les trois points donnez LVL', en sorte qu'il soit tangent aux deux paraboles, c'est-à-dire perpendiculaire à la ligne LX d'un côté, & L' X de l'autre ; ce qui est facile

en prolongeant les deux tangentes des paraboles des Trompes qui se rencontreront en Y ; la ligne passant par YX sera sur un des demi diametres de l'Ellipse, & par le Probl. XIV. pag. 256. du tome 2e. on trouvera autant de points que l'on voudra de cet arc d'Ellipse.

Les joins de lit de cette Voussure qui est de niveau, suivant la direction de son imposte, diminueront comme ceux des Voussures inclinées par leur imposte, & rampantes par le bombement sur le vuide de la Cage, & courbes depuis le sommet jusqu'à l'imposte, comme il a été dit pour la Voussure RS rampante, & les doëles des Voussoirs se feront aussi, si l'on veut, en cintres paraboliques.

La projection horisontale, & la verticale des joins de lit étant faites, on s'en servira pour tailler les Voussoirs par équarrissement, parce que la voye des panneaux seroit trop incommode à cause du *Gauche* de la doële.

Aplication du Trait sur la pierre.

Suposant qu'il s'agisse d'un Voussoir d'enfourchement de la Trompe, & de la Voussure rampante à la seconde assise, on commencera par dresser un parement pour un lit de suposition horisontale, dont on levera le panneau sur l'épure, suivant la longueur de la pierre destinée à la formation de ce Voussoir, qui est déterminée au plan horisontal par l'exagone irrégulier $u\ 1^r\ d\ e\ 2^r\ t$, qui est partie dans la Trompe $u\ 2^r$, partie dans la Voussure rampante en $2^r\ d$.

Fig. 150. & 151. Ayant tracé sur le lit de suposition, le contour de ce panneau, on abattra ensuite la pierre à l'équerre sur l'angle saillant $t\ 2^r\ e$, pour former deux paremens à plomb, qui se rencontreront suivant une arête verticale, sur laquelle on portera les hauteurs $o\ f^1$, $o\ f^2$, prises au profil au dessus de l'horisontale V o, menée par le point V le plus bas du Voussoir donné par la section de la verticale u V, & de la projection du joint de lit A f^1 de la fig. 149.

On portera aussi sur la ligne VT de la fig. 150. la hauteur VV^2 du profil, qui est donnée par l'intersection de la verticale u V prolongée avec le profil du joint de lit A f^2, & l'on tirera sur le parement V b de la fig. 150. les lignes V f^1, $V^2\ f^2$.

Sur le second parement b D, on tracera aussi avec un panneau le profil de la partie $f^1\ d^1\ e^2\ f^2$, qui représente dans ses justes mesures la longueur & l'inclinaison de la partie du Voussoir qui entre dans la

Voussure

Voussure rampante, au lieu que la partie précedente V f^2 étant racourcie dans ce même profil, on n'a pas pû en faire un panneau.

SUR ce second parement, on abattra la pierre à l'équerre le long des lignes f^1 d^1, d^1 e^2 ; & au premier parement on l'abattra à l'équerre suivant la ligne t f^1, & non pas suivant la ligne t V, mais suivant un biveau 2^r t y, formé sur l'angle du joint t 2^r avec la ligne t y, parallele à la corde LR.

PAR cette opération, on formera les deux têtes des branches du Voussoir, pour y poser les arcs de chacune des sections des deux Voutes, & un plan incliné perpendiculaire au vertical passant par l'arête du joint de lit de la Trompe, pour tracer sur cet incliné les lignes de rétombées de ces arcs, à la distance où elles sont marquées dans la projection, & convergentes comme 2^r t, 1^r u.

ENFIN on formera une quatriéme surface courbe, suivant l'incliné f^1 d^1, pour y tracer les deux paralleles de la projection 1^r 8, 2^r e.

IL faut présentement abattre la pierre suivant les lignes des joins de lit des arêtes supérieures ; sçavoir V^2 f^2 qui est droite, & f^2 e^2 qui est courbe, en se servant des biveaux d'aplomb & de coupe, qu'on a tracé un peu au dessous en a^2 2 6 pour la Trompe, & 2^p 2 6 pour la Voussure rampante ; par ce moyen, on formera les deux lits de dessus, qui se rencontreront en angle saillant sur la diagonale de projection 2^r 1^r.

APRE'S avoir formé le lit de dessus par le moyen du biveau de coupe & d'aplomb, on formera le lit de dessous, en abattant la pierre avec le biveau de niveau & de coupe marqué aux profils, tant de la Trompe que de la Voussure O^r 1 5, tenant la branche de celui de la Trompe parallele à la tête t y, & celui de la partie de la Voussure d'équerre à l'arête courbe f^1 d^1, c'est-à-dire aussi parallele à la tête.

ENFIN avec les biveaux mixtes de lit & de doële, ou avec des cerches différentes prises sur les profils des paraboles b^4 x, b^t x, &c. on formera la surface de la doële entre les deux arêtes de lit données en tenant ces cerches paralleles à la tête.

Nous disons qu'il faut des cerches différentes, parce que la surface de cette Voussure étant gauche & irréguliere, une cerche ne peut servir que pour une seule position donnée, ce qui est clair, parce que les intervales des arêtes des joins de lit s'écartent les uns des autres, en montant jusques vers T, & ensuite se resserrent jusques en S.

Quoique nous ne parlions que de cerches en position verticale, on pourroit cependant en faire d'inclinées perpendiculaires au plan du mur vertical ; mais celles-ci ne seroient plus des paraboles, & suivant la formation de la Voussure, il faudroit en chercher les points par leurs intersections avec les paraboles primitives, ce qui alongeroit l'opération sans qu'il en revint aucun avantage, qu'au cas que la Voussure fût revetuë à l'ambris de menuiserie, ce qui ne se pratique jamais en fait d'escalier.

Apre's avoir parlé des Voussoirs d'enfourchement, il nous reste à dire quelque chose des autres en continuation vers la Trompe ou vers le rampant.

Pour ceux de la Trompe sur le coin, nous n'avons rien à ajoûter à ce qui en a été dit à la pag. 249. du 2e tome.

Mais à l'égard de ceux du rampant, ils seront tracez par la voye d'équarrissement.

Fig. 152. Ayant dressé un parement *a b c d*, on le destinera pour être un vertical de supposition, sur lequel on apliquera le panneau que donnera la longueur de la pierre présentée sur l'élevation, par exemple, pour la continuation du même Voussoir du second rang, la quadriligne mixte e^2 *y z* d^1, & l'on abattra la pierre suivant le contour de ce panneau à l'équerre de trois côtez, sçavoir par les deux têtes & au lit de dessous, lequel sera creusé en portion cylindrique suivant la courbe d^1 z^1. Ensuite avec le biveau d'aplomb & de coupe R^2 2'6, on abattra la pierre pour former le lit de dessus, suivant l'arête courbe e^2 *y*, tenant toujours une branche du biveau parallelement aux arêtes des têtes e^2 d^1 & *y z*, & l'autre dans un plan perpendiculaire au premier parement, ce qui formera une surface convexe, portion d'un cylindre scalene, & dans la surface concave, qui est une portion d'un cylindre Droit, que nous avons fait pour avoir seulement l'arête du lit de dessous ; on y tracera une parallele avec une regle pliante distante de l'arête d^1 z^1 de la longueur de la retombée p^1 p^2 de ce Voussoir, suivant laquelle on abattra la pierre avec le biveau 4^1 1 *o* de la coupe du lit 4^1 1, & d'une ligne de niveau 1 *o*, & l'on formera ainsi le lit de dessous, après quoi l'on creusera la doële suivant les cerches de plusieurs arcs verticaux différens, suivant l'exactitude que l'on veut aporter à cette opération, mais il en faudra au moins trois, une à chaque tête & une au milieu ; celle de la tête *y z* sera prise au profil sur l'arc 1^1 2^1, & les autres sur des courbes tracées sur les sections qui leur conviennent, de la même maniere qu'on a trouvé la courbe *a b*, & la pierre sera achevée.

IL ne reste plus de différence de façons de Voussoirs qu'aux angles rentrans des retours de rampes, que la clef de la Trompe doit former par un enfourchement de trois branches, comme on le voit à sa projection G g 3x 2^3 3e 3^s 3^u 3^u g^e, marquée à l'élevation en perspective par la lettre A, dont on viendra facilement à bout par la voye de l'équarrissement, apliquant premierement le panneau de sa projection horisontale sur un parement dressé, pour y tracer son contour : on commencera par abattre la pierre suivant la direction de ses têtes qui sont à angle Droit, ce qui donnera deux paremens verticaux d'équerre entre eux, & avec le premier parement de supposition horisontale ; ensuite on abattra le prisme rectangulaire, dont la base est le parallelograme G g i g^e, qui formera un angle rentrant, dont les côtez feront les deux têtes des Voussures rampantes de différentes directions, lesquelles se prendront, l'une à la naissance de l'arc rampant r HS vers r, l'autre vers S, où on levera les panneaux de ces deux branches, qui font un angle rentrant à l'équerre entre elles, supposant que le vuide de l'escalier soit exactement quarré. Fig. 153.

ON formera ensuite les têtes de chaque Voussure rampante, de la même maniere que nous l'avons dit de la partie 1^1 d e 1 2 du second Voussoir, par le moyen de laquelle on aura la tête 2 g G & G 3^u de la clef de la Trompe ; ensuite menant par le point 3e pris à volonté pour la queue de la clef, une parallele 3e 3^x a GS : la différence des hauteurs M 3^s & x 3^u, donnera celle des points 2^3 3e, par conséquent l'inclinaison de l'arête du joint de la Trompe, qui sera la même que celle du joint g^u 3^s ; le reste de la doële de la clef & des lits se fera comme aux Trompes sur le coin, dont nous avons parlé à la pag. 249. du 2e. tom. La fig. 153. fait voir à peu près l'effet de cette clef toute taillée & prête à poser. Fig. 153.

REMARQUE.

IL y a une observation à faire sur la direction des joins de tête de l'arc rampant r S, c'est que de quelque façon qu'on fasse, ceux du corps de la Voussure, soit à plomb, soit perpendiculairement à la direction de la ligne de rampe RM, ni l'une ni l'autre de ces directions ne convient à la tête de l'arc rampant r HS, parce qu'ils doivent être perpendiculaires à cet arc, de sorte que les joins de tête des Voussoirs du sommet de la Voussure devroient avoir au dedans une fausse coupe, dont le P. Deran ni M. de la Ruë ne disent rien ; pour moi je crois qu'elle convient, je ne sçai si elle a été mise en exécution.

Explication Démonstrative.

Ce Trait est fait sur le grand principe de l'équarrissement, qui est l'usage des projections verticales & horisontales, expliqué au commencement de ce 4ᵉ. Liv. On a fait la projection horisontale des joins de lit, tant des Trompes que des Voussures rampantes ; ensuite on en a fait l'élevation, dans laquelle on trouve les mesures des rampans, mais non pas des Coniques de la Trompe ; de sorte qu'on est obligé de les chercher par un profil particulier.

A l'égard des courbes des ceintres de tête, tant des Trompes que des rampans, elles sont données dans cette élevation, parce qu'elles sont paralleles au plan sur lequel elles sont tracées ; mais parce que celles qui sont les ceintres des joins montans des Voussures rampantes, sont dans des plans perpendiculaires à celui de l'élevation ; elles n'y sont représentées que par des lignes droites m^1 H ou m^1 n^4, de sorte qu'on est obligé de les chercher par un profil à part, comme en *a b* ou *a n d*, où l'on prend les abscises sur le plan horisontal, & les ordonnées sur l'élevation, comme nous l'avons dit.

Le reste de la construction des cintres, pour empêcher les jarrets à la rencontre des différentes parties données, a été expliqué dans l'usage des tangentes des paraboles, & des autres courbes circulaires ou Elliptiques.

Fig. 154. Pour aider l'imagination du Lecteur à se représenter l'effet de cette sorte d'escalier, & l'accord des différentes Voutes qui y sont rassemblées, on a cru qu'il convenoit de mettre sous ses yeux une représentation en perspective d'une de ses moitiez, en suposant la Cage coupée par la ligne CM¹ *d*, & regardée d'une distance à peu près égale à sa profondeur ; ce genre de dessein m'a paru préferable à celui d'une élevation, en ce qu'il ne s'agit pas ici de mesures à prendre sur le dessein, mais de la représentation de toutes les parties qu'une seule élevation ne peut exprimer.

Remarque sur l'Usage.

Les Architectes du siécle passé, au raport du P. Deran, faisoient beaucoup d'escaliers suspendus à repos portez, les uns par des arcs de cloitre, les autres par des Trompes, & quelquesfois de l'une & de l'autre maniere. Il en reste encore beaucoup à Paris, entre autres à l'Hôtel des Fermes, entre les ruës de Grenelle & du Boulois

149.

Mais ces sortes d'escaliers ne sont plus guere à la mode.

Premierement, parce qu'ils chargent trop les Bâtimens, & coutent beaucoup, tant en Voutes qu'en épaississemens des murs, qu'il faut renforcer pour résister à leur poussée; encore est-il de la prudence d'y ajoûter beaucoup de fer pour mieux s'assûrer de leur résistance.

Secondement, parce que s'il s'agit d'un grand Hôtel, il ne convient pas de pousser l'escalier principal plus haut que le premier étage, qui doit être le seul pour l'usage du Maître; ceux qui montent au dessus pour les logemens des domestiques, doivent être à part derriere le grand escalier ou ailleurs.

Troisie'mement, parce que rien ne donne plus d'air de grandeur qu'une belle Cage ouverte jusqu'au comble, & dont le platfond est susceptible des décorations de la peinture & de la sculpture; & s'il ne s'agit que de l'escalier d'un second étage, on peut le faire propre, solide, dégagé & leger, avec des limons de charpente si l'on veut, ou avec des rampes de pierre, qui portent les marches sans le secours des Voutes, qui leur donnent un air bas & écrasé.

CHAPITRE NEUVIE'ME.

DES VOUTES COMPOSE'ES d'Annulaires & de Conoïdes qui les croisent.

En termes de l'Art,

Des Voutes d'Arêtes sur le Noyau.

C'EST ici une de ces especes de Voutes, dont le Trait n'a pas été donné correctement par les Auteurs des Traitez de la coupe des pierres. M. de la Ruë a remarqué qu'aux Voutes d'Arêtes sur le Noyau des écuries du Roy à Versailles, on apercevoit quantité de jarrets dans les arêtes d'enfourchemens, *malgré les ragrémens qu'on avoit pû y faire*, ce qui lui a donné occasion de proposer des panneaux de developemens de doële, afin de corriger & éviter ceux que l'on pourroit faire en pareil cas.

Ce moyen est bon pour pâlier le mal, mais il ne va pas à la cause qui est la fausseté du Trait du P. Deran qu'il a suivi, en ce qu'il fait

pour la projection de chaque arête, un arc de cercle, au lieu d'une courbe Mechanique qui n'est certainement point circulaire ; ainsi faisant son épure sur un faux principe, & se réglant sur une courbe qui ne peut servir qu'à causer de nouvelles irrégularitez, puisqu'elle sert de base à la position & aux divisions des joins, il ne seroit pas étonnant que la Voute de M. de la Ruë, malgré sa précaution, eût encore des jarrets, à la verité moins sensibles qu'ils ne le seroient sans ce correctif ; mais cependant ils seront encore réels & suffisans pour offenser l'œil d'un spectateur délicat, quoiqu'il ne puisse pas bien dire en quoi une telle figure de Voute péche.

PROBLEME XIV.

Faire une Voute d'Arête sur le Noyau.

Pl. 101. Fig. 155. & 157.

Soit (fig. 157.) le quadriligne mixte ABED, le plan horisontal d'une portion de Voute sur le noyau, dont le centre est C°, laquelle est traversée par une autre sorte de Voute conoïde de cette espece dont nous avons parlé sous le nom de *Passage ébrasé*, dont la clef est de niveau, & dont la direction des impostes est suposée en BA & ED, tendant au centre C², & celle de tous ses autres joins de lit à une ligne verticale, dont le point C° est la projection, telles sont les lignes continuées $v^1\ n^1$, $v^2\ n^2$, & le milieu de la clef QO, qui doit être de niveau, & passer par le milieu M de celle de la Voute sur le noyau, qui est dans la courbe CMN.

Si l'on choisit pour cintre primitif l'arc-Droit de la Voute sur le Noyau, on fera sur AB, comme diametre, le demi cercle AHB, ou une demie Ellipse sur-haussée ou sur-baissée, il n'importe, c'est au choix de l'Architecte, & l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé de ces points des perpendiculaires sur son diametre AB, qui le couperont aux points p^1, p^2 ; on tracera par tous ces points des arcs concentriques au noyau AOD, qui seront les projections horisontales des joins du Berceau tournant au tour du noyau, lesquelles seront croisées par celles de la Voute conoïde directe BADE.

Pour déterminer les points d'intersection des projections des joins de lit de ces deux especes de Voutes, le P. Deran & M. de la Ruë font passer des arcs de cercles par les trois points donnez A, M, E & B, M, D, des intersections des lignes des impostes, & du milieu de chaque Voute ; ces arcs de cercles coupent les projections des joins tournans en des points *f*, *g*, *i*, *k* & F, G, I, K, qui leur

déterminent la position des projections droites des joins de lit de la partie de la Voute conoïde, laquelle croise celle qui est tournante sur le noyau, au centre duquel C[a] ils tirent ces joins $v^1\ n^1$, $v^2\ n^2$.

Mais cette méthode, comme nous venons de le dire, est mauvaise & fausse dans son principe, parce que les projections des arêtes ne sont pas des arcs de cercles, mais des courbes Méchaniques, dont il faut chercher les points par l'intersection des projections naturelles à la Voute du passage ébrasé, qui ne tendent pas toujours au centre du noyau, comme le pratiquent les Auteurs citez, & de celles des joins tournans de la Voute sur le noyau.

Il faut donc commencer par diviser proportionnellement les diametres des cintres des extrémitez oposez du passage ébrasé, pour y placer les projections des divisions des Voussoirs en parties rélatives, & en même nombre que celles du cintre primitif AHB de la Voute sur le noyau ; ainsi on divisera les cordes BE & AD proportionnellement aux divisions du diametre AB, ou ce qui est la même chose, leurs moitiez B m & AL aux moitiez BC & AC. Pour cet effet on tirera C m & CL de milieu en milieu, & par les points des projections p^1, p^2, on menera des paralleles à CL, qui donneront par leurs intersections avec la ligne AD, les points $l^1\ l^2$ que l'on cherche sur cette ligne, & par les points p^3, p^4, des paralleles à C m, qui donneront sur BE les points 1^3, 1^4 que l'on cherche, lesquels donneront aussi les autres points des projections entre m & E pour la moitié, m E étant reportez à même distance d'un côté à l'autre.

Si l'on tire des lignes droites des points 1^4, 1^3 aux points l^1, l^2, on aura les projections des joins de lit, lesquelles tendront au centre C[a] si le noyau est circulaire, auquel cas il suffit de trouver les points d'une moitié AL ou B m, & tirer ces lignes par le centre C[a], parce qu'alors on a deux points donnez de chaque projection de joint de lit ; sçavoir C[a], qui est commun à tous, & celui qu'on a trouvé sur un des diametres AD ou BE ; mais si le noyau est Elliptique le centre C[a] devient inutile ; il faut chercher les projections sur chaque ligne AD, BE, & tirer les lignes droites d'un point à son correspondant sur l'autre diametre oposé.

Les intersections de ces projections droites avec les courbes concentriques au noyau donneront par leurs intersections les points D, F, G, I, K, B pour l'arête BMD, & les points f, g, i, k pour la courbe de projection de l'arête AME, qui est égale à la précedente, & qui la croise à la clef en M.

Comme ces arêtes sont des courbes à double courbure, il faut, suivant nos principes, en chercher les points sur une surface courbe cylindrique, qui ait pour base la projection d'un des joins de lits courbes concentriques au noyau, pour avoir l'interfection de la surface conoïde du passage ébrasé qui forme les Lunettes avec une ouverture en Tour ronde ; c'est pourquoi il faut rectifier chacune des bases cylindriques, comme AOD, BQE, pour former sur ces bases les cintres en dévelopement, qui doivent être apliquez sur chacune des surfaces cylindriques verticales, qui coupent la Voute sur le noyau par des arcs horisontaux $p^2 g$, p^3 I, &c. & le passage ébrasé par des arcs verticaux, dont les projections sont les courbes G g, i I, &c. qu'il faut chercher, comme il suit.

Soit, par exemple, à tracer celle dont BQE est la projection; ayant tiré par le point Q la droite $b\,e$ parellele à BE, & égale à l'arc BQE rectifié, on portera sur cette ligne la longueur Q v^3 rectifiée en Q t^3 sur Q b, & v^3 v^4 rectifié en t^3 t^4, & enfin v^4 B rectifié en t^4 b portant aussi les mêmes distances sur l'autre moitié Q e, ensuite sur tous les points t^1, t^2, t^3, t^4, on élevera des perpendiculaires, qu'on fera égales aux hauteurs des retombées correspondantes au cintre primitif 1 p^1, 2 p^2 en t^1 2^1, t^2 2^2, CH en Q b^4, &c. la courbe $b\,b^4\,e$ sera la naissance de la Voute d'arête sur l'arc BQE, laquelle sert dans toute son étenduë, de même que la courbe A b^4 D du côté du noyau, l'une pour être pliée sur une surface concave BQE, l'autre sur une surface cylindrique convexe du noyau AOD.

Les autres cintres en dévelopement ne servent qu'en partie, celui qui est fait sur la rectification de l'arc p^1 q^1 ne sert que dans la partie depuis f en F ; celui qui est formé sur l'arc p^2 q^2 ne sert que depuis g en G, ainsi des autres formez depuis M en Q, c'est-à-dire dans la partie du conoïde du passage ébrasé, laquelle diminuë depuis les lignes d'impostes de suposition AB, DE, jusqu'à la clef M commune à la Voute annulaire & à la Conoïde.

Il est aisé de voir par la figure que les cintres en dévelopement sur toutes les surfaces cylindriques, passans par les points p^1 q^1, p^2 q^2, &c. sont tracées par le moyen des rectifications des arcs de projection avec leurs divisions pour abscisses, & avec les hauteurs des retombées du cintre primitif pour ordonnées.

On y a rassemblé du côté du noyau les trois courbes 2^a b_a 2, 1^r b^r r, a b^a d, qui se resserrent depuis la clef vers le noyau, & les moitiez des trois autres R b^4, S b^4, e b^4, qui s'élargissent depuis la clef M vers le piédroit concave BQE, & la courbe du milieu sur CMN

en

en $c\ b^n\ n$, qui doit être le cintre primitif du passage ébrasé, lequel doit aprocher autant qu'on le peut du demi cercle, afin que les parties des extrémitez, l'une sur-haussée vers le noyau, & l'autre sur-baissée vers le piédroit concave, soient également différentes du cercle en différens sens, l'une en sur-haussé, l'autre en sur-baissé.

Par exemple, pour avoir celle qui se feroit sur la base courbe $S^4\ m\ p$, projection du premier joint de lit de la Voute sur le noyau; ayant rectifié sa moitié $m\ k\ s^4$, on la portera de Q en S, avec celle de ses parties $m\ k$, $m\ k^2$ que l'on n'a pas marqué sur la ligne QS, pour éviter la confusion des lettres; & sur chacune de ses divisions, élevant une perpendiculaire, on y portera la hauteur du cintre primitif qui lui apartient, comme en k la hauteur $p\ 4$ ou $p\ 1$, en k^2 la hauteur $p\ 3$ ou $p\ 2$, & l'on aura une courbe S $o\ b^4$ plus resserrée que la premiere $e\ b^4$.

Par la même pratique, on tracera la courbe qui provient de la même section du cylindre, dont la base est l'arc horisontal q R³, en portant la rectificaton de l'arc $q\ i$ R³ sur la droite QR, avec celle de sa partie $q\ i$, & l'on aura la courbe R $i^o\ b\ d$ pour moitié de ce cintre.

On a rassemblé dans ce Trait les trois courbes qui s'élargissent depuis celle du milieu CMN d'un côté en R b^d, S b^d, $e\ b^d$, & les trois autres qui se resserrent en $r\ b^n$, $f\ b_n$, D b_n, cette derniere étant le cintre du côté du noyau. On a aussi marqué le cintre du milieu passant par H du cintre primitif, où ce qui est la même chose par sa projection M en $n\ b^n\ c$, qui se trouve ici un demi cercle par hazard, parce qu'on a fait la courbe CMN égale au diametre ACB du cintre primitif, & circulaire de la Voute sur le noyau, ce qui donne un agrément à la Voute, lorsqu'on le peut, parce que les cintres des piédroits oposez BQE & AOD different également de la courbe circulaire, l'un en la sur-baissant, l'autre en la sur-haussant.

On a aussi tiré les horisontales $1^1\ o'$, $2^2\ i^o$, du côté des grands cintres, & de l'autre $1^o\ o$ & $4^o\ o$, pour marquer que si l'on rassemble ces cintres sur une même base Q e ou L n, les hauteurs des divisions de ces cintres sont toutes égales; ainsi ayant tiré ces lignes pour l'un de ces cintres, les perpendiculaires des divisions de la base les couperont en des points qui apartiendront aux points des divisions de chacun de ces cintres resserrez ou élargis, ce qui épargne la peine de répeter les hauteurs, & fait voir d'un coup d'œil le raport de toutes ces courbes ou seulement de leur moitié, ce qui suffit, puisque l'autre moitié n'en est qu'une répetition en sens contraire.

Par le moyen de ces courbes, on peut bien tracer les Voussoirs, & les conduire à leur perfection par une voye d'équarrissement, comme nous le dirons ci-après ; mais parce que M. de la Rue juge que pour vérification du contour des arêtes, il convient de faire des panneaux de doële, nous allons donner une méthode d'en faire le dévelopement, beaucoup plus simple que la sienne.

Ayant élevé sur les divisions 14 13 de la corde BE, des perpendiculaires 14 X, 13 Y égales à p^4, p^3, qui sont les hauteurs correspondantes du cintre primitif, on tracera par le Prob. 16. du 2e Liv. la courbe BXY b E, qui sera une de ces ovales du 4e ordre, dont nous avons parlé : on en fera de même sur la corde AD, pour avoir l'autre oposée AZ z b^n D.

Fig 156. On portera ensuite la longueur LQ à part, comme à la fig. 156. avec ces divisions O, M & m, & ayant abaissé des perpendiculaires aux points L & m prolongées indéfiniment, on portera sur chacune de ces lignes la rectification d'une moitié de ces courbes, en faisant L l^2 égale à l'arc b^n z, L l^1 égale à b^n Z, & LD^d égale à l'arc b^n ZA.

De même sur la droite m E^b de la fig. 156. on portera la rectification de l'arc b Y en m Y, b X en m X, & b B en m E^b ; & l'on menera par les points l^2 Y, l^1 X les droites l^2 v^2, l^1 v^1; D^d E^b ; ensuite on portera la longueur 13 v^2 de la fig. 157. en Y v^2 de la fig. 156. 14 v^1 en X v^1, & par les points Q v^2 v^1 E^b de la fig. 156. on menera la courbe QE^b ; de même pour avoir la courbe OD^d, on portera la longueur l^2 n_2 de la projection horisontale de la fig. 157. en l^2 z du dévelopement l^1 n^1 de la projection en l^1 Z du dévelopement; & par les points O z ZD^d, on tracera la courbe OD^d, qui sera celle de la tête de la doële du côté du noyau.

Il reste à present à trouver les points de dévelopement des arêtes sur les lignes l^2 v^2, l^1 v_1. On portera la longueur de la projection n^1 f en Z f du dévelopement n^2 g en z g, 14 K en XK, 13 I en YI; & par les points M, I, K, E^b, & M, g, f, D^d, on menera des courbes à la main, qui seront d'autant plus exactement tracées qu'on y aura des points g, f, I & K, que l'on peut multiplier autant qu'on voudra en prenant plusieurs points entre les divisions XY b du cintre B b E, & les renvoyant par des perpendiculaires sur la projection horisontale, entre les points M, I, K, B, & m 13 14 B, comme on a fait aux lignes K 14 & I 13.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Pour tracer les Voussoirs de cette espece de Voute, il faut se ressouvenir de ce qui a été dit de la Voute d'arête ordinaire ; la seule différence qu'il y a, c'est que dans celle-ci il n'y a qu'une direction droite, l'autre étant courbe, circulaire ou Elliptique ; mais en se servant de panneaux fléxibles pour le côté courbe, cette varieté ne cause aucune difficulté.

Soit, par exemple, le second Voussoir d'enfourchement à faire du côté du piédroit concave, dont la projection horisontale est la figure mixte R *i u v k f*, fig. 157. Ayant fait un lit horisontal de supposition, pour y apliquer le panneau de cette figure levé sur l'épure, on abattra la pierre à l'équerre sur ce contour, excepté sur la partie renfoncée *f k* V ; ensuite sur l'arête verticale dont le point V est la projection ; ayant porté la retombée *y* 2², on apliquera sur la surface convexe, dont la courbe *v u* est la projection, le panneau flexible *y* 2² 2¹, avec ses coupes 2² 6 & 2¹ 5, & sur la surface cylindrique concave, dont R *x i* est la projection, on apliquera le panneau fléxible de la partie du dévelopement fait sur l'arc *p*3 *q* R, comme on a fait le cintre *b b*⁴ *e*, sur l'arc BQE, avec des coupes qui dèvroient être différentes des précedentes, si l'on observoit la regle générale de les faire toujours perpendiculaires à la tangente ; mais parce qu'elles rendroient les lits gauches, on pourra, suivant l'usage ordinaire aux apareilleurs, faire ces coupes un peu fausses, en réglant leur inclinaison sur celle d'un cintre pris au milieu en CMN, qui est dans ce Trait *n b*ˣ *c*, afin qu'elle soit moyenne entre les cintres surhaussez *d b*ˣ *a* d'un bout, & *b b*⁴ *e* de l'autre : ainsi une coupe étant donnée dans une tête de Voussoir, l'autre lui sera menée parallele, par le Prob. I. du 2ᵉ tome. Fig. 157.

Les têtes convexes & concaves du Voussoir étant tracées, elles donneront la direction & la courbure de la doële Conoïde, qui se fera à la régle comme celle des coniques ordinaires, & sur la tête droite RE, on apliquera le panneau 7 3 4 8 du cintre primitif AHB, par le moyen de la hauteur *y* 3 posée sur l'arête verticale, dont le point *i* est la projection d'un côté & R de l'autre, & l'on traînera la retombée *y* 4' parallelement à l'arête horisontale *i* R, sur le lit de supposition horisontale, & la pierre sera tracée pour la partie du Berceau tournant, dont la doële se creusera comme aux Voutes sur le noyau simple.

La rencontre de cette surface avec celle du Conoïde, donnera

l'arête d'enfourchement, dont on pourra diriger exactement le contour, en apliquant sur la doële de direction droite xi, le panneau fléxible de son dévelopement pris dans la fig. 156. dans sa partie IK $v^1 v^2$, car si ce panneau est apliqué intimement à la doële, ensorte que son côté $v^1 v^2$ soit ajusté le long de l'arête dont $x v$ est la projection, le côté IK donnera le contour de l'arête courbe à double courbure, dont $i k$ est la projection horisontale, ainsi des autres Voussoirs.

Fig. 158. & 159. Les fig. 158 & 159. font voir l'effet des Voussoirs d'enfourchement, l'un ébauché, l'autre fait vû du côté de la doële par dessous.

Explication Démonstrative.

On a vû au tome précedent tout ce qui concerne la construction des Voutes simples, dont celle-ci est composée; ainsi l'on peut y avoir recours pour la Voute sur le noyau. pag. 410. & pour le passage ébrasé, pag. 437.

Il nous reste seulement à rendre raison de notre maniere de faire le dévelopement des pandantifs inégaux de cette espece de Voute d'arête.

Il est clair que la partie de la Voute de passage ébrasé est la seule où l'on doive faire usage de panneaux fléxibles, parce que sa surface est à simple courbure, au lieu que celle de la Voute sur le noyau est comme les sphériques à double courbure, de sorte qu'une surface plane ne peut s'y apliquer si fléxible qu'elle puisse être, sans s'étendre en differens sens, ce qui est impossible avec du carton ou du ferblanc, dont on fait les panneaux fléxibles; par conséquent on ne peut faire de dévelopement que des pandantifs du passage ébrasé, & c'en est assez pour la pratique, parce que leurs extrémitez déterminent les arêtes à double courbure des enfourchemens, & les angles rentrans des formerets qui sont concaves en dehors, & convexes du côté du noyau.

Nous avons démontré au Théoreme VI. du 1er. Liv. que la section perpendiculaire au rayon $C^x Q$, étoit une ovale du quatriéme ordre; ainsi suposant un plan vertical passant par BE, il formera pour section la courbe $B x^4 E$ dans la Voute annulaire, & la courbe B b E dans la conoïde, lesquelles n'ont rien de commun que les points B & E, parce que la clef de la premiere est au dessous de la seconde de toute la hautuer $h 4$ du profil, ainsi le pandantif BM m ou son double BME

est tout composé de la seule surface conoïde, il en est de même de son oposé AMD.

Si l'on considere présentement que toutes les divisions des Voussoirs des cintres opofez A b'' D vers le noyau, & B b E vers l'ébrasement, sont à des hauteurs égales par la construction, on réconnoitra que toutes les lignes des arêtes des joins de lit sont des droites horisontales, par conséquent qu'elles sont représentées dans leur juste longueur sur le plan horisontal, tant dans le tout que dans chacune de leurs parties comprises depuis la Tour creuse d'un côté, & ronde de l'autre de la Voute sur le noyau.

Donc les parties de MQ, Mm, Mo, ML, doivent être égales au dévelopement de la fig. 156. à celles qui sont cottées des mêmes lettres à la fig. 157. & parce que le plan passant par BE est suposé vertical, toutes les lignes qui sont dans ce plan seront perpendiculaires à la ligne Lm perpendiculaire à BE, donc au dévelopement M. E^{b} doit être perpendiculaire à Lm.

Or comme la ligne BE représente la section Elliptique BbE, la moitié mB doit être exprimée au dévelopement par la rectification de la demie Ellipse bB, qui sera aussi étenduë en ligne droite par la raison qu'on a vû à la pag. 333. du 3e. Liv.

Ce que nous disons de la section sur BE sert aussi pour celle qui est suposée faite sur AD; d'où il est aisé de conclure que tous les points D^{e} f, g M, I, K, E^{b} sont au contour de l'arête d'enfourchement dévelopée sur le conoïde, & les points O z ZD^{e} & Q v^{2} v^{1} E^{t} sont au contour du formereſt sur la Tour qui fait les piédroits de la Voute sur le noyau : donc le dévelopement fait par cette construction est exact, & infiniment plus simple que celui de M. de la Rue.

Quoique nous ayons ébauché nos Voussoirs en portion cylindrique, il ne feroit pas impossible de commencer par un parement droit parallele aux cordes AD, BE, il auroit sa commodité pour la formation des Lunettes du passage ébrasé ; mais dans la partie de la Voute sur le noyau, il faudroit tracer une portion de la courbe du 4e. ordre, qui est la section plane de l'anneau, ce qui rendroit le Trait plus composé.

CHAPITRE DIXIE'ME.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES Hélicoïdes avec les Sphéroïdes & Cylindriques.

EXEMPLE.

En termes de l'Art.

Trompe en Niche rampante, rachetant une Vis St. Giles ronde.

Pl. 102. Fig. 160. CE Trait n'est pas un des moins difficiles de la coupe des pierres, le P. Deran s'y est trompé, comme l'a fort bien remarqué M. de la Ruë, qui en a donné un plus correct. Celui que je vais proposer est si semblable au sien, qu'on pourroit croire que je le tiens de lui, si l'on pouvoit douter que ce fût une suite naturelle de la Théorie que j'ai fait préceder au Théoreme VI. du 1er. Livre de la pratique que j'ai donné au Prob. 16. du Liv. II. & enfin de la maxime générale pour la description des courbes quelconques, qui se forment par la mutuelle pénétration des solides.

QUOIQU'ON en pense, on ne pourra me refuser la justice d'en avoir éclairci le mystere, & démontré la justesse de l'operation, ce qui manque totalement au Livre de M. de la Ruë.

AVANT que d'entrer en matiere, je dirai que quoique j'exécute ce Trait par une espece d'équarrissement comme lui, ce n'est pas que je pense que ce soit par une necessité absoluë, comme il l'assure, faute de pouvoir l'exécuter par panneaux; ses raisons qu'il apuye du sentiment de Desargues ne prouvent rien contre le commode usage des doëles plates dont il se sert lui-même dans la coupe des Trompes coniques, & que nous avons employé en plusieurs rencontres, même pour la formation des surfaces Gauches, en cherchant la distance du quatriéme angle de cette doële, lorsque le panneau plan & quadrilatere ne la touche qu'en trois. Il est de plus évident que si l'on vouloit réduire les doëles plates à des panneaux triangulaires, il n'y a point de surface concave gauche à laquelle ils ne puissent convenir, donc on peut employer dans ce Trait les panneaux de doële plate; mais parce que l'exécution en deviendroit extrémement composée &

embarrassée, je ne la propose pas ; le Lecteur médiocrement intelligent la trouvera de lui-même s'il en est curieux, par l'exemple des panneaux de la Voute sur le noyau expliquée au tome précedent.

Il ne s'agit que de les briser en deux par une diagonale, & trouver l'angle d'inclinaison de ces deux moitiez triangulaires, ce qui n'est pas difficile, & qui ne mérite pas qu'on s'y arête ; il suffit d'avoir montré que les impossibilitez sur lesquelles bien des gens décident hardiment, ne le sont que pour ceux qui ne connoissent pas bien le fond des choses, & les moyens d'y parvenir.

Soit (fig. 164.) l'arc de cercle TDS, la projection horisontale d'une portion de Vis St. Giles, & le cercle $n\ d^{s}\ t^{n}$ son noyau, dont le centre est C^{s} concentrique à l'arc TDS. *Fig.* 164.

Soit le demi cercle AFB, la projection horisontale de la niche ou Trompe qui doit racheter la Voute de la Vis, suivant une arête à double courbure, dont A *ff* B est la projection qu'il faut trouver. Pour y parvenir il faut auparavant faire l'élevation de la niche sur un plan vertical, dont la droite AB, qui est son diametre horisontal, est la projection. *Fig.* 163.

Ayant tiré par le centre du noyau C^{s}, & le milieu C^{r} du diametre AB, la droite indéfinie C^{s} CE, on lui menera par les points A & B les paralleles A a^{2}, B b ; puis ayant mené par le point a pris à volonté sur A a^{2} la droite $a\ b$ parallele à AB, on portera sur A a^{2} la hauteur dont la Vis St. Giles s'éleve en rampe dans l'intervale BDA, c'est-à-dire la hauteur dont le point A surpasse B qu'on supose ici l'intervale $a\ a^{2}$, & l'on tirera la droite $b\ a^{2}$, qui représentera l'inclinaison de la rampe de la Vis, mais non pas la projection verticale de son contour ADB, qui est une courbe ondée $a^{2} f\ c^{r}$ S b, telle que nous l'avons décrite au Liv. 3e. planche 20. fig. 249.

Sur la droite $b\ a^{2}$, comme diametre incliné de la niche, & avec un demi diametre conjugué de telle hauteur qu'on voudra prendre sur C^{r} E, on décrira une Ellipse, qui sera le cintre vertical de cette niche ; mais pour la rendre plus facile & plus réguliere lorsqu'il n'y a pas de sujétion, on prendra pour ce demi diametre vertical celui de la projection horisontale C^{r} F ; ainsi l'on fera C^{r} E égal à C^{r} F, & l'on décrira la demie Ellipse a^{2} E b par le Prob. VIII. du 2e. Liv. où ce qui sera plus commode par le Prob. 19. pag. 174. en menant à volonté autant de paralleles que l'on voudra à la ligne C^{n} E, qui coupent la projection horisontale de la Vis & de la niche, comme LH, MI, N 3, 2 t^{s}, K 8, G 9 indéfinies de part & d'autre, sur les-

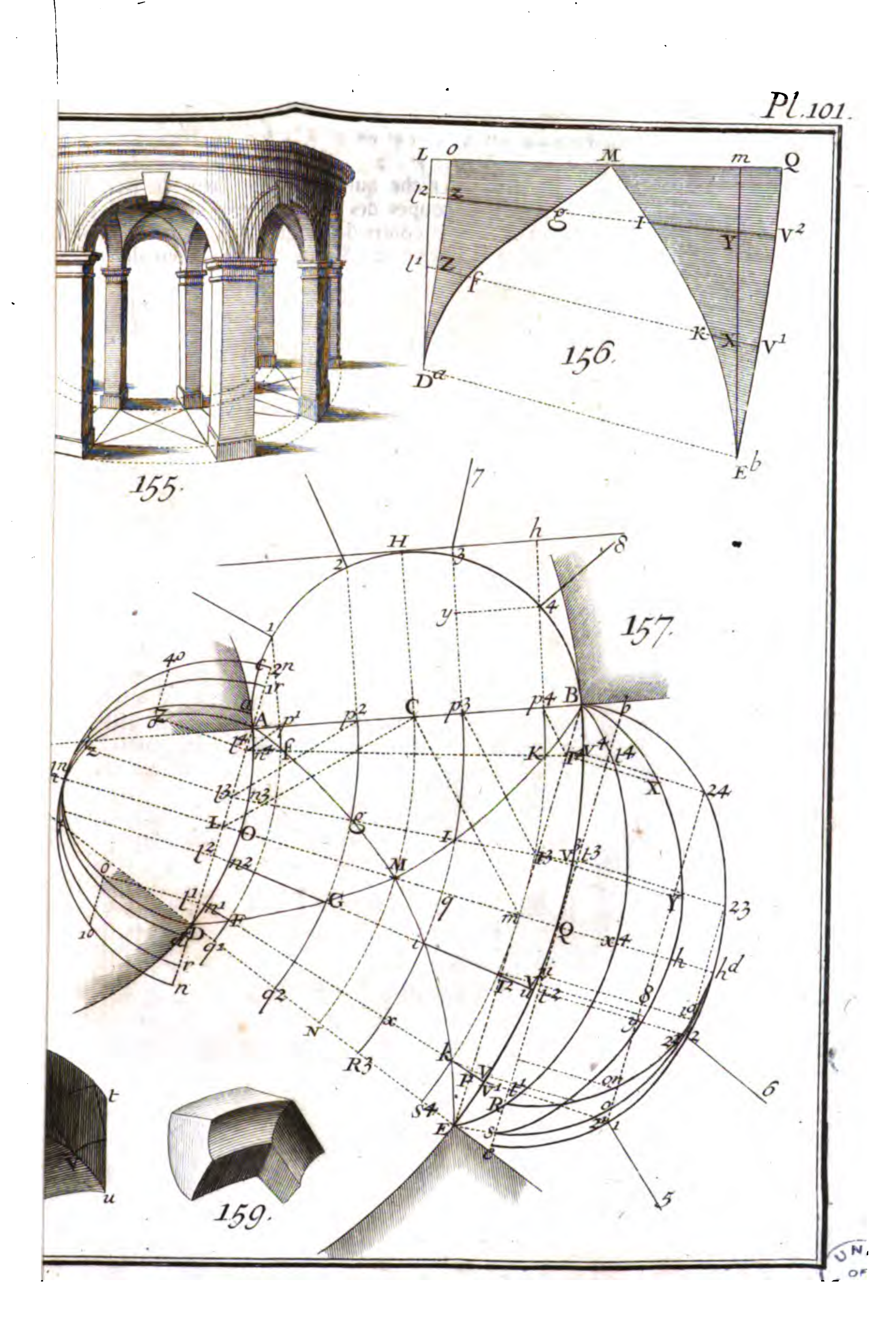
quelles on portera les ordonnées correſpondantes du demi cercle de la niche, comme q 1₁ en 2^4 2, p 1^1 en p^1 p^2, o^1 1^0 en o^2 2^2, de même k q^3 en 3^s 3, i q^2 en 2^f 2^m, b q^1 en H^p 2^3, & par les points a^2, 2^3, 3^m, 3, E, 2, p^2, 2^2, b, on décrira l'arc rampant qui eſt le cintre vertical de la niche qui repréſente celui de face, ſur lequel on déterminera les coupes des joins de tête comme H 3, G 2, qu'on tirera au centre C^e contre les régles des ceintres de face, parce que celle-ci n'eſt que ſupoſée, & que l'opération en déviendra plus facile.

Nous ſupoſons donc ici pour plus grande ſimplicité de la figure, qu'il n'y a que trois Vouſſoirs à peu près égaux, & quatre joins de tête ſçavoir 3 H, 2 G, & ceux des couſſinets d a^2, b d^1, & que les paralleles que nous avons tiré ci-devant, paſſent par leurs extrémitez & leur milieu, ce qui eſt indifférent, puiſque leur nombre & leur éloignement ſont arbitraires: or chacune d'entre elles étant conſiderée dans le plan horiſontal & dans le plan vertical, comme la ſection d'un plan vertical qui coupe la Vis St. Giles & la niche, peuvent être conſiderées comme autant d'axes des courbes des ſections qu'ils font dans ces deux corps, leſquelles ſont des quarts de cercle dans la niche, & des courbes ovales du 4e. ordre, dont nous avons parlé au Liv. 1er. & 2e. ainſi il faudra les chercher par le Probleme 16. pag. 162. comme nous l'allons expliquer.

Par les points X, Y, Z, pris à volonté ſur la ligne d D, diametre horiſontal de la Vis, on menera autant d'arcs de cercles concentriques X 13 o, Y 14 o, Z 9 o prolongez juſqu'à un diametre pris à volonté, comme RS, ſur lequel ayant décrit le demi cercle S r R, on lui menera par tous les points o autant de perpendiculaires o r^1, o r^2, qui ſeront des ordonnées, & par les points 4, 5, 6, où les paralleles à la ligne EC^n coupent l'arc intérieur du plan horiſontal de la Vis, on menera autant de lignes au centre C^n du noyau, comme 4 C^n, 5 C^n, 6 C_n, qui couperont les arcs X o, Y o, Z o aux points x, y, z, à une certaine diſtance des points où les paralleles coupent ces mêmes arcs aux points 7, 8, 9.

Il faut trouver l'inclinaiſon des arcs rampans de la Vis, dont ceux-ci ſont la projection horiſontale; pour cela, il en faut faire le dévelopement.

Fig. 169. Soit fait à part l'horiſontale e B fig. 169. égale à l'arc BD, & la hauteur e^x c^b égale à e C^e de l'élevation; la droite C^b B ſera celle de l'inclinaiſon de la rampe de la Vis à ſon piédroit; mais parce que les arcs X 13, Y b, Z z ſont toujours plus petits en longueur, quoiqu'égaux


155.
156.
157.
159.

qu'égaux en nombre de dégrez, & que cependant ils montent tous en même tems à même hauteur, il faudra faire un dévelopement de chacun d'eux sur l'horisontale e^x B, pour trouver la différence des inclinaisons des rampes qui deviennent toujours plus grandes en aprochant du noyau, ainsi faisant la droite e^x 13 figure 169. égale à l'arc du plan X 13, e^x *b* égale à Y *b*, e^x *z* égale à Z *z*, on aura les rampes C^b 13, C^b *b*, C^b *z* de chacun des arcs concentriques au noyau, par le moyen desquelles on trouvera facilement les hauteurs de chacune de leurs parties; par exemple, pour trouver la hauteur que doit donner la partie horisontale *x* 7 de l'arc X 13, on la portera de e^x en 1^7, & l'on menera 1^7 3^4 parallele à C^b 13; la hauteur e^x 3^4 sera celle que l'on cherche.

On trouvera de même la hauteur e^x 3^6 en portant *z* 9 de e^x en 1^9, & faisant 1^9 3^6 parallele à C^b *z*. Ces hauteur serviront à trouver les courbes ovales du 4e ordre que font dans la Vis les plans qui la coupent verticalement & parallelement à la ligne du milieu C^a E, lesquelles seront toutes différentes dans chaque plan qui en sera également éloigné; mais ayant fait par la construction les paralleles correspondantes de la droite & de la gauche également éloignées de cette ligne, on pourra trouver deux de ces courbes sur un même plan, l'une qui monte, l'autre qui descent.

Soit mise à part la ligne 10 9, fig. 166. égale à la ligne 10 9 du plan horisontal; au point 9, on lui fera la perpendiculaire O *o*, sur laquelle on portera de part & d'autre la hauteur e^x 3^6 de la fig. 169. & ayant porté l'intervale 10 *6* du plan horisontal de 10 en *6* à la fig. 166. on menera les lignes *6* o^2, *6* *o*; ensuite on portera de *6* en 13 la longueur *6* 13 du plan *6 b* en *6 b* de la fig. 166. & par les points 13 & *6*, on menera des paralleles à o^1 r^2, sur lesquelles on portera les ordonnées correspondantes, sçavoir *o* r^3 de la fig. 164. en *o r* de la fig. 166. & la même de o^3 en *o* 13, de même *o* r^4 en o^4 X, & en *o r* sur la même ligne. Enfin *o* r^5 de o^5 en r^2, & de *o* en Y; & par les points trouvez r^2 X r^3 *6*, on fera passer une ligne courbe de même qu'au dessous, par les points trouvez Y *r r 6*; mais parce que entre r^3 & *6* il n'y a pas assez de points pour guider cette courbe, il faudra faire plusieurs arcs concentriques au noyau entre les points *x* & 4 du *plan*, comme Q *ff* &c. qui donneront des ordonnées *ff* X^y & autres de suite dont on fera même usage que des précedentes, pour trouver les points de la coube en dessus & en dessous; enfin ces courbes étant tracées, du point *b* pour centre, & pour rayon l'intervale 10 v^1 du plan horisontal, on décrira la portion de cercle, qui coupera l'une des courbes au point *x*, fig. 166. & l'autre au point *y*; cette figure *Fig.* 166.

représentera deux sections verticales, l'une par la ligne q^o 29, l'autre par la ligne 10 9 rassemblées sur un même plan, dont les axes seront O 6 pour la section 9 6 qui descent de 6 en 9, l'autre 6 o^5 de la section q^o 29, qui monte de 26 en 29, pendant que la section de la niche est la même.

On trouvera de la même maniere les courbes des autres sections, faites par les lignes 11 8 & 12 7; car mettant à part, fig. 167. la ligne 25 8 égale à 5 8 du plan horisontal, on portera de part & d'autre du point 8 sur la perpendiculaire 8 R les distances 8 o, 8 o^2 égales à la hauteur r^x 3^5 de la fig. 169. & l'on tirera les lignes 25 o & o^2 2^5, sur lesquelles ayant porté toutes les longueurs des divisions des abscisses de la ligne 5 8, on y portera aussi les ordonnées $o\ r^4$, $o\ r^3$, $o\ r^2$ &c. comme l'on a fait à la figure précedente, & l'on aura les points r^4, X, r^2, &c. pour la courbe ascendante, & R r r y pour la descendante, dont la projection horisontale est la droite 5 8.

Enfin on portera la distance 5 p du plan horisontal en 2^5 p de la fig. 167. & du point p pour centre & pour rayon p 11, on décrira l'arc de cercle 11 3 y, qui coupera ces courbes, l'une en x, l'autre en y.

On trouvera de même les points des courbes qui se font aux sections 12 4 7 d'un côté, & q^3 N de l'autre.

Par le moyen des différences de ces sections, on fera la projection de l'arête d'enfourchement de la niche avec la Vis.

Ayant élevé sur SR une perpendiculaire SF^2, on portera la distance C D de S en C^4, d'où comme centre & de l'intervale C^4 F, on décrira l'arc de cercle F^4 F^2 x^4, qui coupera le demi cercle S r R en x^4; la
Fig. 166. 167. & 168. longueur F^2 x^4 sera portée au plan horisontal de D en ff. On portera de même aux fig. 166. 167. 168. les longueurs 4 q, 5 p, 6 o^1, qui sont égales par la construction à leurs correspondantes 2^3 k, 2^5 i, 2^6 b, aux divisions 6 25, 32, aux points marquez b, par lesquels on menera les perpendiculaires $a\ b$, qui couperont les arcs aux points d, les distances $d\ x$ & $d\ y$ seront portées en avant du diametre AB, sçavoir $d\ x$ de la fig. 166. du point b au point 15, & $d\ y$ de o en 19, pour la courbe descendante, $d\ x$ de la fig. 167. en 16 i pour la courbe ascendante, & $d\ y$ en p 18 pour la descendante. Enfin $d\ x$ de la fig. 168. en k N pour la courbe ascendante, & $d\ y$ en q 17 pour la descendante; & par les points trouvez A, 15, 16 N, ff 17, 18, 19, B, on tracera la projection de l'arête d'enfourchement, où il

faut remarquer que les lignes *d x y* qui sont courbes dans cette figure, comme partie d'arc de cercles, seront des droites tangentes à ces arcs; si l'on ne veut pas que la niche fasse une arête plus basse que le point *d*, comme le fait M. de la Ruë, on change la nature de la courbe de cette arête, car alors la partie *d y* devient cylindrique, au lieu qu'en continuant les arcs de cercles, elle devient portion & continuation du sphéroïde. Dans l'exemple de cette figure la différence est si petite qu'elle peut être négligée; mais si le point *d* étoit beaucoup plus haut que les points *x* & *y*, il faudroit mener par ces points des horisontales pour avoir leur éloignement de la verticale *a b*, qui sert à trouver les points de la courbe A *ff* B.

Nous avons trouvé les sections du Sphéroïde avec l'Hélicoïde pour l'arête d'enfourchement, il faut à present trouver la projection des joins de tête 3 H, 2 G, dont nous n'avons que les points 3 & 2, projettez, l'un en N, & l'autre en Q.

On portera la longueur H *b* de l'élevation en *b e^b* de la fig. 166. & l'on tirera *e^b* Y perpendiculaire à *a b*, c'est-à-dire parallele à l'horisontale *b* 9, laquelle *e^b* Y coupera la courbe ascendante en X, & la descendante en Y. On portera sur HL la distance *e^b* X du point *b* en L de la même fig. 164. & la distance *e^b* Y de *o^1* en 9 de la fig. 164. ainsi l'on aura deux points de chacune des projections des joints, ce qui suffiroit s'ils étoient droits, mais parce qu'ils sont courbes, il en faut d'autres entre deux pour en diriger la courbure; nous nous contenterons d'en trouver un dans la section du milieu I M. *Fig. 166.*

On portera la longueur 1*p* I de l'élevation ou son égale, K 35 de l'élevation de *b* en *e'*, fig. 167. & de l'autre côté l'on tirera *e'* R perpendiculaire à *a b*; cette ligne *e'* R, qui est une horisontale, coupera les deux courbes, l'une en X, l'autre en Y; la plus courte distance *e'* X sera portée à la projection de la fig. 164. de *i* en M pour la courbe ascendante, & l'autre *e'* Y de *p* en P pour la courbe descendante, & l'on menera par les points trouvez les courbes LMN pour un joint, & QP 9 pour l'autre, ce qui acheve la projection horisontale de tout ce Trait. Il ne s'agit plus que de trouver les cerches des joins de doële du Sphéroïde, & les panneaux des joins de tête. *Fig. 167.*

Puisque les sections des Sphéroïdes sont des Ellipses, il ne s'agit que d'en tracer de différentes sur deux demis diametres donnez. Premierement elles ont toutes pour demi diametre commun, la profondeur de la niche C' F, qui est donnée dans la projection horisontale, & tous les autres sont donnez dans la projection verticale, sçavoir

C. 23, C' 3, C' E, C' 2, C 22 : ainsi portant la longueur C F du plan horisontal en C² *f* de la fig. 165. on pourra en voir la différence ; cette ligne servira pour les unes de demi grand axe, & pour les autres de demi petit axe, ce qui n'a aucune difficulté.

Fig. 165.

Il reste à ajoûter à chaque panneau de lit Elliptique, celui du joint de tête, qui en est une continuation.

Si l'on fait une partie cylindrique entre le Sphéroïde & la Vis, on ajoûtera au devant de chaque Ellipse une portion droite, comme 22, 2, prise à la projection en *q* Q, 23 3, prise sur *k* N ; mais si l'on veut que le Sphéroïde rencontre la Vis St. Giles sans médiation, ces lignes seront des courbes en continuation des Ellipses 22 *f* 23 *f*.

On portera sur la ligne C² *h*² la longueur du joint 2 G de la fig. 163. de 22 en *g* de la fig. 165. & la longueur 2 K de 22 en *k*, & par les points *g* & *k*, on abaissera sur *h*² C² les perpendiculaires *g g*², *k k*², qu'on fera égales à *o*¹ 9, & à *p* P du plan horisontal ; & par les points *g*², *k*², 2, on tracera la courbe qui sera la section du plan du joint & de la doële de la Vis.

De la même maniere, ayant porté la longueur 3 H de l'élevation de la fig. 163. de 23 en *h*² de la fig. 165. & 3 I en 23 *i*, on abaissera par ces points les perpendiculaires *h*² *h*³, *i*² *i*, & on les fera égales aux lignes *h* L, *i* M du plan horisontal ; & par les points *h*³, *i*, 3, on tracera la courbe de l'autre joint qui est représenté à l'élevation 163 par la droite 3 H.

Enfin pour le panneau du coussinet, on prendra la longueur du joint *a*² *d*, son milieu *a*² *u*, fig. 163. & l'on tracera la courbe TV *a*, fig. 165. qui sera peu différente de celle du plan horisontal TVA, parce que le joint *d a*² n'est pas beaucoup incliné à l'horison.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de plan vertical, on y apliquera le panneau du Voussoir qu'on se propose de faire, par exemple le premier *b* 2 pris en son entier sur l'élevation 163, qui est ici la figure triangulaire 169. *d*¹ *b* C' 2 G *a*, laissant l'espace depuis *a* en *d* indécis, & l'on abattra la pierre qui excede les lits C' *d i*, C' G à l'équerre ; ensuite ayant repairé sur les deux arêtes les points 2 & 24, on tirera une ligne de l'un à l'autre pour lui tracer une parallele à une distance arbitraire du point G comme en *a*, qui marquera le retour horisontal que l'on veut donner à la pierre au-delà de son joint,

Fig. 169.

& sur cette ligne on apliquera le biveau de l'angle que fait le plan vertical avec celui du joint montant dans la Vis, lequel est W o^2 S marqué au plan horisontal, & l'on apliquera sur ce point l'arc de cercle SX f r^5, que l'on tracera pour tailler la doële suivant cette courbure quand il en sera tems. On portera ensuite sur l'arête que fait la rencontre des lits, la longueur W C^e & W F, que l'on y marquera en repaire; & sur une parallele à cette arête tracée par le point 2, on portera la longueur 27 Q, qu'on y marquera. Par le moyen de ces deux repaires, on y apliquera le panneau de lit f 22 2 k^2 g^2 de la fig. 165. pour y tracer son contour. On apliquera aussi sous le lit de dessous le panneau f a^2 VT, posant le point f sur le repaire F, & le point a^2 sur un repaire fait par une ligne 39 B tracée dans ce lit parallele à son arête WD : à cette parallele on en tracera une autre sur le lit de dessus, où l'on repairera la profondeur 39 9, qui donnera l'extrémité du joint 6, duquel on tirera une ligne au repaire 39; enfin sur les points 24, p^2, 26, où les trois paralleles se terminent au bas du plan vertical, on fera trois lignes de retour d'équerre sur lesquelles on repairera les longueurs des lignes horisontales 27 32, 28 11 & 39 10, qui serviront à donner la position des trois cerches des arcs descendans des fig. 166. & 167. & la pierre sera prête à être taillée.

On commencera par abattre la pierre le long de l'arête du joint montant avec le biveau de l'angle mixte S o^2 9, tenant ses branches d'équerre à cette arête, & par ce moyen on formera une portion de Tour creuse ; on abattra ensuite la pierre qui remplit l'intérieur de la Vis, suivant la cerche S r^5, que l'on tiendra toujours parallele à elle-même avec le lit de dessous, suivant l'angle C^e 24 2, & son plan toujours perpendiculaire à l'arc BS, afin qu'elle soit toujours dirigée au centre du Noyau, venant chercher les points repairez au plan du lit supérieur 2 K G.

On creusera ensuite la niche entre les arcs tracez par les panneaux aux lits de dessus & de dessous, qui donnent deux côtez de la portion de Sphéroïde, & le troisiéme représenté par 2 24, se formera par la cerche de l'arc 32 d de la fig. 168. & les autres de suite, ce que l'on pourra perfectionner par le moyen d'une cerche faite d'une portion d'Ellipse dont C^e 22, & c^2 f sont les demis axes. Fig. 168.

Il ne restera plus à faire que le lit supérieur de la pierre, qui fait partie de celui de la Vis St. Giles, lequel se fera, comme nous l'avons dit en son lieu.

Démonſtration.

Fig. 164. SI l'on ſupoſe la Vis St. Giles & la niche qui la pénétre en partie coupées par un plan vertical paſſant par le milieu du noyau C, & par le milieu de la niche F, il eſt clair qu'il fera pour ſection deux arcs de cercles repréſentez en RX' F', l'un comme R r' S dans la Vis qui ſera un demi cercle, dont le diametre RS ſera horiſontal par la génération de cette Vis, l'autre ſera une portion de cercle F' F² X', par la formation du Sphéroïde, lequel dans le cas préſent eſt formé d'une ſuite de rayons de cercles, qui ſont les ordonnées au diametre du demi cercle AFB, tranſportées ſuivant leurs directions verticales & horiſontales dans le Sphéroïde ; de ſorte qu'on doit le conſiderer comme une ſuite de cercles verticaux rangez ſur un axe incliné.

CELA ſupoſé, la ſection du Sphéroïde ne changera pas de figure, mais ſeulement de grandeur ; il n'en eſt pas de même des ſections verticales de la Vis, il n'y en aura de circulaire que celle qui paſſe par ſon centre ; toutes celles qui s'en éloigneront parallelement ſeront toujours des ovales du 4e. ordre d'un contour différent, comme nous l'avons démontré au théor. VI. du 1er Liv. de ſorte qu'on ne peut faire ſervir une pour toutes ; c'eſt pourquoi les rencontres de ces Ovales avec les arcs de cercles doubles du Sphéroïde forment une courbe à double courbure, qui n'eſt pas uniforme aux deux côtez de la ſection circulaire faite ſur la ligne du milieu C, F ; ce qui paroit étonnant du premier abord, & contraire à l'uniformité des ſolides coupez, d'où eſt venu l'erreur du P. Deran.

Fig. 162. POUR en apercevoir la raiſon, ſoit la fig. 162. laquelle repréſente dans un même plan vertical trois ſections rangées ſuivant leurs diſtances reſpectives à l'égard de celle du milieu, dont l'axe eſt horiſontal. Il eſt clair que les ſections rampantes AB, GH étant également éloignées de celle du milieu D *d*, elles doivent être égales entre elles ; mais parce qu'elles ſont tournées en ſens contraire, l'une montant du côté de D en H, & l'autre deſcendant en A, elles préſentent à la niche des courbures différentes, l'une B *n* plus arondie que *d* S, l'autre G *m* qui l'eſt moins, & par conſéquent les intervales horiſontaux N *k* Q *q* placez à même hauteur ſur les points B & G, doivent être inégaux, ce que l'on aperçoit ſenſiblement dans les fig. 166. & 167. aux points *x* & *y*.

IL reſte à faire voir pourquoi on a cherché les hauteurs, que les parties horiſontales *x* 7, *y* 8, *z* 9 donnent au deſſus & au deſſous de l'horiſon dans les axes des Ovales : il eſt viſible que c'eſt pour trou-

ver l'inclinaison de ces axes, suivant lesquels on doit poser verticalement les ordonnées du demi cercle Generateur représenté par R r, S; pour y parvenir on a fait plusieurs arcs de cercles concentriques X o, Y o, Z o², qu'il faut considerer comme autant de bases de cylindres qui coupent la Vis, dans la surface desquels elle fait autant de lignes rampantes, toutes inégalement inclinées dans le raport de la longueur des arcs semblables ; c'est-à-dire qu'elles sont toujours plus roides à mésure qu'elles aprochent du noyau, puisque les diametres C' B & C' D de la Vis sont horisontaux, la hauteur de chacun sera toujours égale, quoique les intervales d'inclinaison soient inégaux : or il est clair que le rapôrt de la base horisontale Y o est à une hauteur quelconque, par exemple e C' de l'élevation, comme la partie y P qui est la distance du rayon horisontal, passant par le point 5 de la section du plan vertical coupant l'horisontal en 5 P, est à un quatriéme terme qui a été trouvé au point 34 de la fig. 169. par le moyen des triangles semblables.

On pourroit trouver d'une autre maniere les inclinaisons des axes des ovales avec l'horison par une simple Analogie, en disant, par exemple, pour l'axe de la section de l'ovale passant par le point 4, comme l'arc D 4 est la hauteur *ll* C' trouvée par la parallele *ll* 24; ainsi la demie circonférence de la Vis, moins deux fois l'arc D 4, est à un quatriéme terme, qui sera la hauteur totale de cet axe, ou son abaissement sous l'horison ; ou bien D 4. *ll* C' : : 90 — D 4. *x*, qui sera la moitié de cette hauteur, par laquelle doivent passer tous les axes des ovales qui se coupent toutes au profil, ou projection faite sur un plan vertical ; de sorte que prenant cette demie hauteur pour un point fixe au milieu, si l'on porte la hauteur que donne l'intervale de l'arc D 4, consideré comme en rampe, au dessous du diametre horisontal de la section circulaire de la Vis, & que de ce milieu l'on prenne la longueur horisontale de la moitié de l'axe 4, 4, on aura l'extrémité de l'axe; d'où par le point donné à son milieu, on menera une ligne qui en exprimera l'inclinaison : or on sçait par le Prob. XVI. du 2ᵉ Liv. que si cet axe incliné est divisé proportionnellement à l'horisontal, qui l'est par des cercles concentriques au noyau, qui coupent le diametre horisontal de la Vis, on aura toutes les abscisses sur lesquelles on doit poser verticalement les ordonnées de la section circulaire correspondante, ce qu'il falloit faire pour trouver les contours des courbes ovales du 4ᵉ ordre dont il est question, par le moyen desquelles on trouve les avances de la rencontre de la Vis avec la niche.

Il faut remarquer que cette rencontre ne sera plus immédiate, si

l'on fait les parties de la niche, qui excedent l'hémisphere, horisontales, comme nous l'avons dit ; alors le Sphéroïde se joint insensiblement à une portion cylindrique de cylindre intrinséquement scalene, qui est cependant perpendiculaire au plan de l'Ellipse verticale, passant par l'axe du Sphéroïde, laquelle Ellipse est sa base Droite.

D'ou il suit que cette Ellipse étant commune au Cylindre & au Sphéroïde, la surface cylindrique est tangente à celle du Sphéroïde, & la jonction des deux devient imperceptible à la vûë ; mais dans ce cas la niche ne rachete plus la Vis St. Giles immédiatement, elle rachete un Berceau rampant, lequel rachete ensuite la Vis St. Giles; de sorte que cette circonstance du Trait change l'énoncé & l'état de la question.

De la Rencontre des Voutes Hélicoïdes avec les Conoïdes.

En termes de l'Art,

Lunette ébrasée dans une Vis St. Giles ronde, ou Voute d'Arête tournante & rampante.

Comme la Voute d'arête tournante & rampante est composée de Lunettes inégales tournées en sens contraire, l'une étroite du côté du Noyau, l'autre plus large du côté de la Tour ou mur de Cage ; il suffira pour satisfaire à l'énoncé des deux Traits de donner celui d'une Lunette ébrasée qui servira pour l'un & pour l'autre.

Pl. 103. Fig. 170. & 171. Soit (fig. 171.) le cercle RPN°, la projection du noyau de la Vis, & l'arc KNS, celle de la Tour ou piédroit de la Vis ; soit le demi cercle ou demie Ellipse VH* S, la section d'un plan vertical passant par le centre C* du noyau, laquelle est le cintre primitif de la Vis.

Soient enfin les deux lignes DA, EB dans l'épaisseur du mur de Cage, dirigées au centre C*, qui forment les piédroits de l'ouverture DEBA, sur laquelle on doit établir la Lunette proposée à faire, dont la doële est une surface conoïde, laquelle par sa pénétration dans celle de la Vis, forme à leur commune intersection une arête à double courbure, dont il faut chercher la projection horisontale.

Pour y parvenir, il faut premierement considerer ces deux Voutes

160.

161.

163.

164.

168.

169.

tes rampantes, comme si leurs impostes étoient de niveau, parce que la rampe n'ajoûte rien à la saillie de la Lunette dans la Vis.

En second lieu, il faut se déterminer à la position du cintre primitif de la Lunette qu'on peut prendre en DE ou en AB.

Sur la corde DE, par exemple, ayant décrit le demi cercle ou la demie Ellipse DHE pour cintre primitif, on le divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on lui abaissera des perpendiculaires qui le couperont aux points d^1, d^2, d^3, d^4, par lesquels on tirera au centre C du noyau les indéfinies $x^1 l^1$, $x^2 l^2$, &c. qui seront terminées à l'arc DME de la Tour en x^1 x^2, mais qui seront indéterminées du côté du noyau.

Pour trouver leurs terminaisons de ce côté, on tirera par le point S, extrémité du diametre du cintre de la Vis VS, une perpendiculaire ST, qui sera tangente à l'arc H^v S, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées du cintre primitif de la Lunette 1 d^1, 2 d^2, en S t^1, S t^2, & celle de la clef CH en S t^l; ensuite par les points t^1, t^2, t^l, on menera des paralleles au diametre VS, qui couperont l'arc H^v S aux points 1^v, 2^v l^v, d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur le même diametre VS, qui le couperont aux points p^1, p^2, l.

Par ces mêmes points on tracera des arcs de cercles concentriques au noyau (suposant la Cage circulaire) comme $V^1 p^1$, $V^2 p^2$, qui couperont les projections des joins de lits correspondans dans la Lunette aux points l^1, l^2, L, l^3, l^4, par lesquels on tracera à la main la courbe ondée ALB, qui sera la projection de l'arête de la Lunette dans la Vis que l'on cherche.

Il faut présentement former les cintres rampans de la Voute de Lunette dont on supose le milieu de la clef de niveau, de même que tous les joins de lit, c'est pourquoi leurs hauteurs étant constantes, & leurs diametres DE & AB inégaux, ces cintres sont inégaux entre eux comme au passage ébrasé, dont nous avons parlé au tome précedent pag. 437.

La différence de leur construction ne consiste qu'en ce qu'au passage ébrasé les impostes sont de niveau, & qu'ici elles sont plus hautes l'une que l'autre.

Pour déterminer la différence de leur hauteur, il faut sçavoir de combien monte la Vis du point A au point B, & porter cette hauteur perpendiculairement sur AB de B en *b*, & sur DE de E en R pour tirer les rampantes A *b*, DR, & par les points 1, 2, 3, 4 de

la ligne AB, où elle eſt coupée par les projections des joins de lit; on lui élevera des perpendiculaires indéfinies, qui couperont la rampante A b aux points a^1, a^2, a^3, a^4; de même par les points d^1, d^2, &c. on élevera ſur DE des perpendiculaires indéfinies, qui couperont la rampante DR aux points e^1, e^2, e^3, e^4.

Tous ces points de l'un & de l'autre diametre ſont ceux des abſciſſes des Ellipſes rampantes, ſur leſquels il n'y a qu'à porter les hauteurs des retombées du cintre primitif DHE, aux verticales correſpondantes; ainſi on portera la hauteur 1 d^1 en quatre endroits, ſçavoir en e^1 1', e^4 4' pour le cintre ſur DR, & en $o^1 a^1$ & o^4 a^4 pour le cintre ſur A b, de même la hauteur 2 d^2 en e^2 2', e^3 3' & o^2 a^2 & o^3 a^3, & l'on aura tous les points du contour de chaque cintre D 1' 2' 3' 4' R, & A a^1 a^2 a^3 a^4 b que l'on cherche.

On auroit auſſi pû décrire ces deux Ellipſes par le Prob. 8. du 2e Liv. parce que l'on a un diametre rampant, un demi diametre vertical & l'angle qu'il fait avec le rampant donné; ainſi on peut en trouver autant de points qu'on voudra, ou la tracer par un mouvement continu, comme il a été dit au Prob. cité.

Ces deux cintres que nous venons de tracer ne ſont autre choſe que des cerches verticales pour former la doële de la Lunette, leſquelles ne peuvent ſervir que pour l'endroit préciſément où elles ont été formées; en ſorte que ſi on les plaçoit un peu plus en dedans ou en dehors, ou qu'elles fiſſent un angle plus ou moins ouvert avec les arêtes horiſontales des lits à la doële, elles donneroient un faux contour, parce que la doële eſt gauche, & de la nature des conoïdes; ainſi au cas que les pierres ne ſoient pas aſſez longues pour occuper l'épaiſſeur du mur, il faut tracer par la même pratique d'autres arcs rampans entre DE & AB, aux endroits où l'on ſera obligé de faire des joins de doële pour avoir les courbes des têtes de chaque Vouſſoir.

Il nous reſte préſentement à chercher les biveaux des coupes des lits, qui doivent auſſi être pris aux mêmes endroits que les arcs rampans des cerches, par la même raiſon que les doëles ſont gauches.

Ayant tiré les joins de tête à l'ordinaire du centre C de l'arc DHE, qui eſt un cintre primitif de ſupoſition, on remarquera que les coupes des arcs rampans qui répondent à ſes diviſions en Vouſſoirs, doivent être les unes plus inclinées à l'horiſon, les autres moins que celles du cintre primitif, & ces différences d'inclinaiſons ſe trouveront

u près de la même maniere qu'on a trouvé les points des arcs pans.

OIT, par exemple, le joint de tête r 4 tiré du centre C par le it 1. du cintre primitif, on abaissera sur la ligne horizontale ED, ongées, une perpendiculaire q X, qui coupera, étant aussi pro- gée, la ligne de rampe RDX au point X, & l'horizontale ED au nt i; on prendra ensuite la hauteur i q, qu'on portera en X z sur , où elle donnera le point, par lequel & par le point 1, on tirera igne z 1, qui sera la réforme de l'inclinaison du joint de tête, à uelle celle de l'arc rampant 1^{r} 5 doit être parallele. On voit que te tête a sa coupe plus couchée que celle du cintre primitif.

MAIS si l'on cherche la coupe du joint de tête 3^{r} 7, on verra au ntraire qu'elle doit être plus inclinée que celle du cintre primitif, nt le joint est la ligne 3 p; car suivant la même méthode, ayant is sur ce joint un point p à volonté, & ayant abaissé de ce point ne perpendiculaire sur DE, qu'elle coupera au point V, & la ligne e rampe DR au point y; si l'on prend la hauteur V p, & qu'on la orte sur la même ligne prolongée en y 7, elle donnera le point 7, ar lequel & par le point 3^{r} on tirera le joint de tête 7 3^{r}, qui sera lus incliné que celui de 3 p du cintre primitif.

POUR le démontrer, il faut tirer par le point a où l'aplomb 3 d coupe la ligne de rampe, une ligne a^3 o parallele à DE, qui coupera l'aplomb p V au point o, & qui donne l'excès de hauteur de la rampe y o, lequel étant porté en p Y, la ligne Y 3 sera le joint réformé auquel 7 3^{r} est parallele, comme il est visible par la construction; donc le joint de tête 7 3^{r} de l'arc rampant est plus incliné à l'horison que le joint de tête 3 p du cintre primitif, en quoi il differe du joint 1^{r} 5 qui lui est moins incliné que le joint 1 4.

ON trouvera de même le joint de tête de l'arc rampant intérieur A b^r b, où simplement pour faire les lits en surface plane, on menera par les divisions a^1 a^2 a^3, &c. des paralleles aux joins trouvez pour les divisions du grand cintre 1^{r}, 2^{r}, 3^{r}, &c.

PAR le moyen de la position des joins de tête, on aura deux biveaux dont on fera usage différemment, l'un est le biveau rectiligne de l'angle, que fait chaque joint de tête avec une ligne à plomb, comme 5 1^{r} a^1, 7 3^{r} a^3, qui servira pour trouver facilement la position du lit, qui sera la même dans la grande & petite cerche, parce qu'on ne doit pas faire le lit en surface gauche.

L'Autre Biveau sera l'angle mixte que fait le joint de tête trouvé avec la courbe de chaque cerche, celui-ci est variable d'une cerche à l'autre, par exemple, au premier lit au dessus de l'imposte inferieur, ce biveau est l'angle mixte $5\, x^1\, n\, D$, qui est plus ouvert que son correspondant à la cerche intérieure $9\, a^1 f A$: ainsi des autres angles sur lesquels on doit former les biveaux mixtes.

Pour tracer une cerche courbe à double courbure, ou un panneau fléxible propre à former la tête convexe des Voussoirs qui peuvent être aparens au dehors de la Tour ronde en DME. On rectifiera l'arc DME, comme on l'a fait à la fig. 179. sur une base horisontale $D\,e$, qui sera un peu plus grande que DE dans le raport de la corde à l'arc, sur laquelle on portera toutes les divisions que donnent sur cet arc les projections des joins de lit aux points x^1, x^2, x^3, x^4. Puis ayant élevé des perpendiculaires sur chacune de ces divisions, égales à celles de la courbe plane $D\, x^1 R$, on tracera par leurs extrémitez un arc rampant un peu différent, qui fera le dévelopement de celui qui doit se former à la surface convexe de la Tour, par les têtes des Voussoirs de la Lunette, sur lequel on formera des panneaux fléxibles, dont on fera usage, comme pour une porte en Tour ronde.

Corollaire

De la Voute d'Arête tournante & rampante.

Il est visible que si la hauteur de la clef d'une Lunette percée dans la Voute de la Vis St. Giles est égale à celle de cintre primitif, qui est la section verticale par le noyau de cette Vis, la Lunette étant prolongée en formera une autre plus étroite du côté du noyau ; par exemple, si la Lunette commençoit dans la Tour creuse sur la largeur KN, elle deviendroit en se retrécissant jusqu'au milieu de la clef de la Vis en O, d'où elle se rélargiroit du côté du noyau jusqu'à un certain point de part & d'autre, comme vers $n^4\, k^4$, & ensuite se retréciroit vers le noyau en RP, ce qui formeroit une Voute d'*Arête tournante & rampante*, dont les projections des Arêtes KOP, NOR qui se croisent en O, sont les mêmes que celles d'une *Voute d'Arête sur le Noyau* ; lesquelles ne sont point des arcs de cercles, comme les tracent le P. Deran & M. de la Rue, mais des courbes Méchaniques, comme nous l'avons remarqué au chap. VIII. de ce Livre.

Sur quoi il faut remarquer que ces sortes de Voutes ne conviennent qu'aux Berceaux tournans & rampans, sur un noyau d'un fort grand diametre, & non sur un pilier mince comme aux Vis St. Giles

proprement dites, parce que la Lunette du côté du noyau deviendroit extrémement serrée & étroite pour sa hauteur, ce qui seroit difforme par l'exhaussement extraordinaire du cintre à double courbure de son formerest sur le noyau, & qui rendroit l'ouvrage inutilement difficile & même moins solide.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Pour connoître la hauteur que doit avoir la pierre qu'on destine à faire un Voussoir qui fasse la longueur de la Lunette, & porte enfourchement dans la Vis; par exemple, pour le second rang, on menera par l'angle le plus bas $1'$ l'horisontale $1' f$, au dessous de laquelle on abaissera l'aplomb $1' o$ égal à $e' d'$; par le point o on menera l'horisontale o V, qui rencontrera l'aplomb 5 X au point V, par où on tirera la ligne V $1'$, qui exprimera la rampe du retour dans la Vis, la hauteur $6'o$ ou o^6 sera celle que l'on cherche.

Pour la longueur on en prendra les mesures sur la projection horisontale en $V^2\, l^2\, x^2\, x^1\, l^1\, k^1$, dont on levera un panneau pour en tracer le contour, sur le premier parement que l'on doit faire pour un lit de suposition horisontale, sur lequel on repairera les points G & d^2, observant que la pierre soit plus large que le panneau de la longueur $i\, d^1$.

On formera ensuite la tête $V^2\, l^2$ & S k^1 en Voussoir de Vis St. Giles, comme s'il n'y avoit point de Lunette, ainsi qu'il a été dit touchant le Trait de cette Vis, au tome précedent pag. 417.

Sur la ligne $l^2\, x^2$, on fera un parement à plomb qui fera un retour d'équerre sur le lit horisontal, dont l'intersection fera l'arête $l^2\, x^2$, sur laquelle on a dû repairer les points G & d^2, comme nous venons de le dire, pour tracer par ces points les lignes AG & D d^2, par le moyen des angles x^2 GA & G d^2 D, qu'on transportera sur ce lit avec la sauterelle ou la fausse équerre.

Par ces mêmes points G & d^2, on élevera des perpendiculaires sur l'arête du lit de dessous dans le parement à plomb, pour y porter les hauteurs de la retombée de la Lunette $e\, 2'$, par l'extrémité de laquelle on tirera une parallele à l'arête du lit horisontal de suposition, laquelle déterminera l'arête du lit supérieur avec la doële.

Pour donner à ce lit supérieur son inclinaison de coupe, on prendra avec la fausse équerre l'angle $6\, 2'\, e$, qu'il fait avec l'aplomb $2'\, d^2$, posant une de ses branches sur la ligne verticale tracée dans le pare-

ment à plomb, & l'autre branche sera tenue perpendiculairement à l'arête du joint de lit à la doële.

Par le moyen de ce biveau, on abattra la pierre pour former une surface plane, qui sera celle du lit de dessus, laquelle servira à son tour, d'apui à une des branches de chacun des biveaux mixtes qu'on doit former à chaque cerche, l'une du côté du dehors $1' m' 2' 6$, & l'autre du dedans de la Lunette $a' m^e a^2 6^e$, tenant toujours leurs branches d'équerre à l'arête du lit de dessus.

Les biveaux mixtes étant dans cette position, on creusera deux plumées, dans lesquelles on apliquera exactement leurs branches convexes pour former la concavité de la doële, qui est également creuse dans chacune de ces positions, parce qu'elle est gauche; après quoi il ne restera plus qu'à achever d'abattre la pierre à la regle entre ces deux plumées, pour former cette surface, comme il a été dit pour celle du passage ébrasé.

La rencontre de cette surface avec celle de la Vis qu'on supose déja faite, parce que nous avons commencé par-là, formera sans panneaux, comme par une espace de hazard, l'arête à double courbure, qui est la commune intersection des doëles de la Lunette & de la Vis, laquelle est marquée en projection par la courbe ondée $h\ h$.

On me demandera peut-être pourquoi la projection totale de cette courbe A z B est égale de chaque côté du point z, & que celle de rencontre de la Lunette faite par une niche dans la Vis St. Giles, est différente d'un côté à l'autre, comme il a été dit à la pag. 262. de ce dernier tome.

La raison de ces différences de rencontres vient de ce que dans le Trait de la niche il s'agit de celle du cylindre avec une Vis, où les directions des joins de lit de la Lunette ne concourent pas au centre du noyau; de sorte que dans la partie inférieure de la Lunette, ce joint prolongé horisontalement, perce & se dégage plûtôt de la Voute de la Vis que dans la supérieure, comme nous l'avons expliqué par un profil; au lieu que dans cette Lunette conoïde, les directions des joins de lits, tendant toutes au centre du noyau, elles coupent les hélices des joints de lit de la Vis à distances égales du rayon du milieu C. M.

Il est visible que la doële de la Lunette étant creusée, elle servira à son tour d'apui aux branches convexes des biveaux de lit de dessous & de doële, qui seront formez sur les angles mixtes $5\ 1'\ m'\ 2'$ &

a^1 [illegible]; la longueur de la doële étant déterminée par les cordes des arcs $2' 1'$ & $a^2 a^1$, on aura exactement l'arête du lit de dessous & de doële, à laquelle on apliquera perpendiculairement les branches de ces biveaux, avec lesquels on abattra la pierre pour former une surface plane, qui rencontrera la courbe du lit de dessous dans un angle rentrant, au lieu que le lit de dessus avoit rencontré celui de la Vis en angle saillant.

Explication Démonstrative.

Nous avons dit en parlant de la Vis St. Gilles au tome précédent, que les diametres de toutes les sections verticales, passant par l'axe de la Vis, étoient des lignes horisontales; & en parlant du passage ébrasé, nous avons aussi remarqué que toutes les sections de ce corps conoïde, qui tendoient à l'axe vertical élevé au point de concours des lignes convergentes de ses impostes, étoient aussi des lignes horisontales; par conséquent elles seront paralleles aux diametres des sections verticales de la Vis: mais comme tous ces diametres s'élevent à mesure que l'on tourne au tour du noyau, il convient aussi que les lits du passage ébrasé qui fait la Lunette, soient à des niveaux différens qui s'élevent autant que les cintres de la Vis, ce qui convertit le passage ébrasé en Berceau rampant d'une imposte à l'autre, comme la Vis change la Voute sur le noyau en Berceau rampant: la différence qu'il y a dans ces manieres de ramper, c'est que la Vis rampe suivant sa direction courbe, & que la Lunette qui lui est intervale, ne doit point ramper suivant sa direction qui est droite, mais suivant ses sections transversales.

On auroit pû prendre ces sections transversales suivant des lignes courbes concentriques à la Vis, le Trait en seroit un peu plus régulier, j'en conviens, mais il en seroit aussi plus difficile dans l'exécutions. 1°. Parce qu'il faudroit déveloper tous les diametres courbes de ces sections, qui sont des arcs de cercles ou d'Ellipses. 2°. Parce qu'il faudroit se servir de panneaux fléxibles pour apliquer les courbes de ces cintres sur des têtes convexes ou concaves, ce qui est un troisiéme inconvénient qu'on évite en faisant des cerches sur des sections planes.

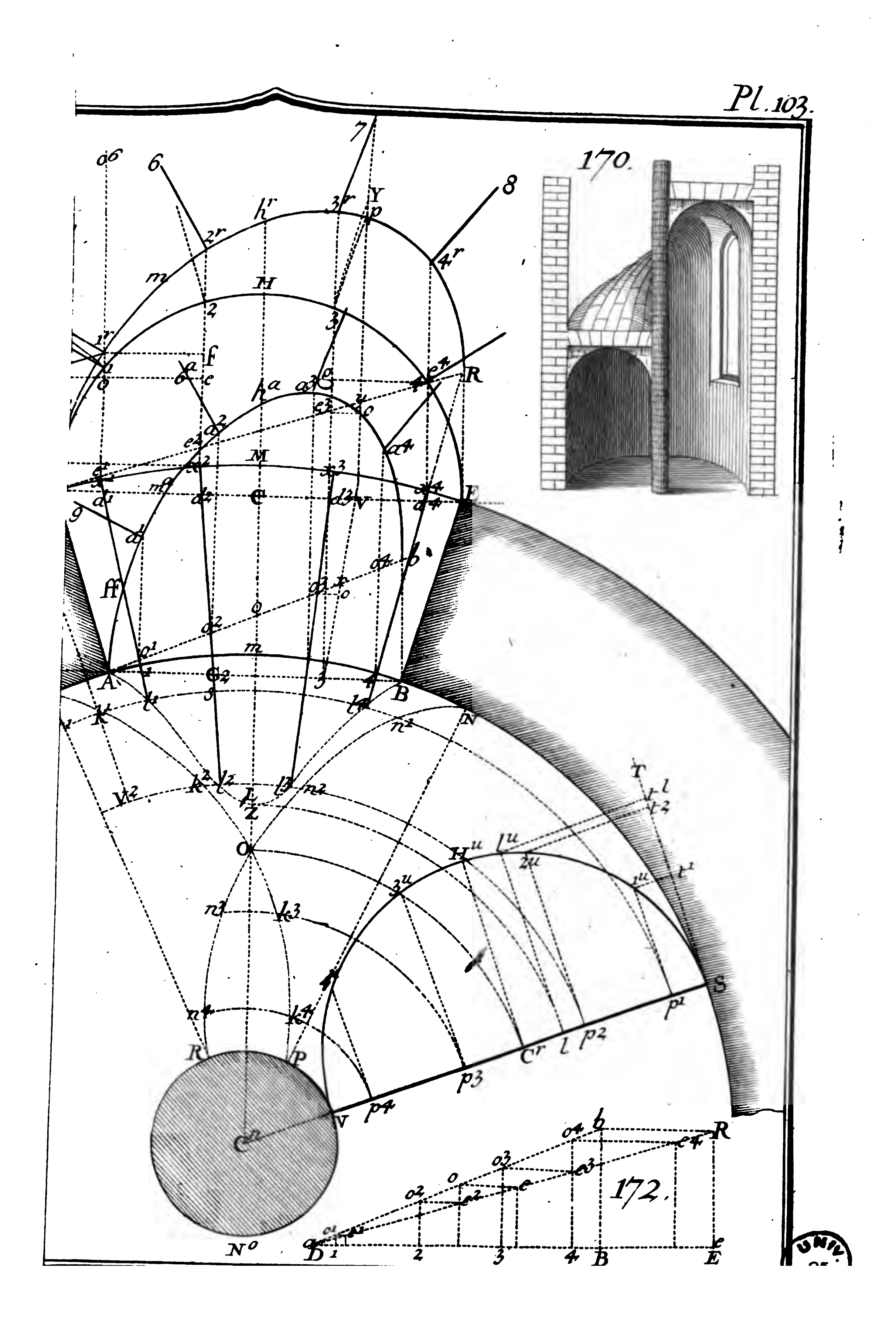
D'ailleurs la différence de contour, qui en peut résulter, est si petite qu'elle doit être imperceptible à la vûë, c'est pourquoi il est inutile d'alonger l'opération, puisqu'il n'en peut résulter aucun avantage, mais au contraire plus de difficulté.

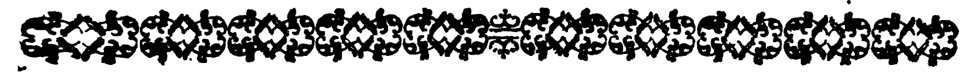
Voila tout ce que j'avois à dire touchant les Voutes ; je crois n'en avoir oublié aucune de celles qui peuvent être de quelque usage : j'ai taché de me rendre intelligible le plus qu'il m'a été possible, mais je ne me flate pas de l'avoir toujours été à ceux qui ne sont pas un peu initiez dans la pratique des Traits ; je leur conseille de s'aider l'imagination, & de supléer à ce qui manque à mes explications, par le travail des mains, en *coupant du Trait* avec de la craye ou du plâtre.

Quoique les Voutes renferment les plus grandes difficultez de la Stereotomie, il est cependant vrai qu'il s'en trouve encore dans la construction des Escaliers, considerez par leurs Apuis, Limons & Coquilles ; c'est ce qui nous reste à examiner.



CHAPITRE XI.


170.
172.



CHAPITRE ONZIÉME.

DE L'APAREIL DES ESCALIERS, *considerez seulement dans leurs Apuis, Limons & Coquilles.*

APRE'S avoir traité des différentes especes de Voutes destinées à couvrir les Escaliers, comme la Vis St. Giles ronde pour ceux qui montent en tournant dans une Tour ronde, la Vis St. Giles quarrée pour ceux qui sont dans des Tours quarrées ou à pans : les Voutes droites sur les impostes rampantes & bombées au sommet, avec repos suspendus & portez par des Trompes, ou des arcs de cloitre, pour les Escaliers à rampes droites, un quarré ou autre poligone vuide au milieu, &c. Il nous reste à parler des parties essentielles aux Escaliers, qui sont les Marches, les Limons, les Apuis & les Coquilles du parement inférieur des marches droites, qui ont aussi leurs difficultez pour l'apareil ; les moindres sont dans les rampes droites, cependant il n'est pas inutile, pour la pratique, de les faire remarquer.

PREMIEREMENT,

Du Racordement des Apuis & Limons des rampes droites aux angles de leur rencontre saillans ou rentrans, extérieurs ou intérieurs.

IL y a trois surfaces dans chaque Limon, qui méritent d'être considerées à part. 1°. La supérieure, dont les sections perpendiculaires à ses côtez rampans, doivent toujours être des lignes de niveau, ce qui s'étend aussi aux Limons & Apuis courbes.

2°. L'INTERIEURE du côté des marches, qui fait une espece de socle, dont l'arête doit être parallele à la ligne tangente aux angles des marches.

3°. LA surface extérieure dans les escaliers vuides au milieu, qui est ordinairement une plinthe, ou une petite corniche rampante parallele à l'arête de la face intérieure, par conséquent à la tangente des angles des marches.

Quoique ces trois surfaces soient rélatives, elles peuvent cependant, à l'égard de certaine simetrie, être considerées comme indépendantes, parce que leurs arêtes peuvent faire des suites dans les retours d'un côté, quoiqu'elles soient interrompuës de l'autre; & pour traiter cette petite matiere à fond, comme nous croyons avoir fait jusqu'ici celle des autres *Traits*, nous allons établir un Lemme qui en donnera une pleine connoissance.

LEMME.

Deux Parallelogrames de differentes directions inclinez à l'horison suivant un de leurs côtez, & de niveau par l'autre, ne se coupent pas suivant la diagonale de la projection de l'angle qu'ils font entre eux, mais se croisent seulement en un point des côtez qui se touchent.

Ou ce qui est la même chose en différens termes; si deux Parallelogrames inclinez à l'horison sont perpendiculaires à deux plans verticaux de différentes directions, ils ne se croiseront qu'en un seul point, qui sera dans la ligne d'intersection des deux plans verticaux.

Suivant ce dernier énoncé, la verité de cette proposition est facile à démontrer, car on peut considerer les deux plans inclinez comme projettez sur les plans verticaux, & alors ils se réduisent chacun à une seule ligne inclinée; or deux lignes ne peuvent se couper qu'en un seul point, par conséquent ces deux plans ne se croisent qu'en un seul point.

Secondement, ces deux plans, étant inclinez à l'horison, ne peuvent être coupez par un plan horisontal, que suivant deux lignes horisontales inclinées entre elles, qui sont dans des plans différens: or ces deux lignes ne peuvent se croiser qu'en un seul point, par conséquent ces deux plans ne peuvent se croiser qu'en un seul point horisontalement, suposant toujours des Parallelogrames, & non pas des plans prolongez en tout sens.

Si nous en venons à l'aplication particuliere, nous pouvons considerer ce qui arrive, lorsque leurs directions sont dans des plans verticaux perpendiculaires entre eux, comme à la fig 177. où les Parallelogrames CK, HE sont les projections des Parallelogrames qu'on supose inclinez à l'horison, l'un suivant l'angle du profil CED ou RE L son oposé au sommet, l'autre suivant l'angle CGA.

Il faut démontrer que si le point F est celui de la rencontre des côtez IE, KG, toutes les lignes qu'on peut tirer de ce point F dans l'un & l'autre Parallelograme, sont divergentes, & qu'aucune ne peut

être la commune interſection des deux plans inclinez, comme dans leur projection horiſontale.

PREMIEREMENT il eſt viſible que celles qui ſeront menées de ce point F perpendiculairement aux côtez KG, IE, ſeront divergentes, quoique réünies dans la projection, puiſque FE conſiderée dans le plan CI eſt inclinée à l'horiſon par la ſupoſition ſuivant l'angle CGA du profil, & que la même ligne FE, conſiderée dans le plan CK, eſt horiſontale auſſi par la ſupoſition; par conſéquent ces deux lignes ſeront inclinées entre elles comme GA & GC, ou par un autre profil, comme GF & F *d* en deſcendant, ou comme GF horiſontale avec FD en montant, ce qui fait voir auſſi que les lignes en FG ſont encore divergentes comme GF & F *d* ou FD.

IL ne ſera pas plus difficile de faire voir que les lignes tirées du point F, ſuivant la diagonale FC, ou toute autre F dans chacun des plans, ſeront auſſi divergentes; car ſi l'on fait C *a* perpendiculaire à CF, & égale à CA, il eſt clair que la ligne *a* F repréſentera un des plans qui monte comme IC, ou qui deſcend de K en C; de ſorte que faiſant l'angle de cette deſcente en CF *d'*, l'angle total *a* F *d'* ſera le profil de la ſection des deux plans par la diagonale de la projection FC, ainſi des autres.

LA même démonſtration s'aplique ſans aucune difficulté à la rencontre des parallelelogrames, dont les directions ſont obliques, comme à la fig. 179.

Corollaire de Pratique.

IL ſuit évidemment de cette propoſition que deux tablettes d'apui de rampes, ou deux Limons paralleles à la tangente, qu'on doit imaginer toucher les arêtes des marches de chaque rampe, *ne peuvent ſe joindre à leur rencontre que par un reſſaut* formé par une troiſiéme ſurface à plomb ou de niveau, qui paſſe de l'un à l'autre; quelque précaution qu'on prenne, on ne peut l'éviter, il eſt inutile d'y chercher d'autre expedient, ou bien les faire terminer à un pilaſtre ou piédeſtal, &c. qui en cache la terminaiſon; car ſi l'on fait enſorte par la diſpoſition des girons des marches, que les côtez intérieurs des limons ſe réüniſſent dans l'angle rentrant, les côtez intérieurs ne ſe réüniront pas dans l'angle ſaillant opoſé; & ſi au contraire les côtez intérieurs des limons ou apuis ſe réüniſſent dans un angle qui eſt ſaillant du côté des marches, ils ne ſe rencontreront pas dans l'angle rentrant opoſé, ils y feront néceſſairement un reſſaut.

D'ou il ſuit que les expédiens que Boſſe donne pour éviter les

ressauts à l'arête du socle du côté des marches sont inutiles pour le
Fig. 174. côté extérieur, ou quoiqu'ils ne paroissent pas lorsqu'on le couvre d'une balustrade, ils paroissent à l'apui supérieur, comme on peut le voir à la fig. 174. où il s'en fait nécessairement deux, un triangulaire incliné *b f c*, & un triangulaire vertical *c f g*, ou bien suivant la correction de Desargues, que Bosse apelle une merveilleuse invention, on en peut faire trois en partageant la moitié du ressaut intérieur *f g* en deux, en *m*, d'où on tirera des lignes en *b* & en C, ainsi alors on aura trois ressauts triangulaires, sçavoir deux verticaux *b c m* & *c g m*, & un en pente *b m c*.

La seconde surface que nous considerons dans le limon ou dans l'apui, est l'intérieure du côté des marches où le limon fait ordinairement un bord de quelques pouces de hauteur, qui est la base intérieure des balustrades, ou le *Ressocle* du limon sur lequel on met la rampe de fer, auquel l'arangement des marches aux paliers de retour causent souvent de l'interruption, & oblige l'Architecte d'y faire un ressaut, ce qui arrive lorsque les deux marches DC, BC, fig. 173.
Fig. 173. qui forment le palier de retour ABCD, aboutissent à l'angle saillant C du limon MCL, parce que le point C est la prolongation commune à deux hauteurs de marches, sçavoir à DC du palier sur le giron D *g*, & CB sur le palier AC, ce que l'on voit plus distinctement au profil 176. aux lettres GC & C 6; de sorte que l'arête MC du socle de la premiere rampe tombe au dessous de la hauteur de l'arête du socle en retour de toute la hauteur d'une marche.

Pour y remédier, il faut faire entrer l'angle C dans le palier de chaque côté de la moitié de la largeur d'une marche, en élargissant le palier par le réculement de l'arête DC en *h* K, & de BC en I *i*, parce qu'alors le point de rencontre des arêtes du socle, ou des tangentes des marches de chaque rampe, se trouvera au dessus du palier de la moitié d'une hauteur de marche, & au dessous de la premiere marche de la seconde rampe, de la moitié d'une marche.

Cette construction qui réünit les arêtes de la surface à plomb intérieure, entraîne aussi avec elle le ressaut de la surface supérieure, qui fait la Tablette du socle, laquelle ne peut se racorder dans le retour que par une surface triangulaire à plomb sur la diagonale, qui change suivant l'angle de rencontre de ces deux surfaces, & si leurs directions horisontales sont paralleles comme lorsqu'elles sont tournées en sens contraire, alors ce triangle est loxigone C *e* K, double de celui du profil d'une demie marche; si les directions sont à angle Droit, il sera rectangle, ayant pour une de ses jambes la largeur du

limon, & pour hauteur une ligne proportionnelle à sa largeur à l'égard des marches ; de sorte que si le Limon avoit deux fois la largeur d'une marche, le ressaut du côté extérieur seroit égal à deux hauteurs de marches, ainsi du reste.

COROLLAIRE.

D'où il suit que pour ôter totalement ce ressaut vertical, & le changer en une plate-forme horisontale, qui est plus agréable à la vûë, il faut réculer ler marches du palier du retour jusqu'à l'alignement des côtez du quarré de l'épaisseur du Limon C *e f g*, sçavoir en *d f*, & *b f* pour les terminer au Limon en *g* & *e*, c'est-à-dire qu'il faut agrandir le palier jusqu'à ce que toute la largeur du Limon y soit comprise.

CETTE correction changeant, la rencontre des Limons de l'angle saillant au rentrant formera une continuation d'arêtes de plinthe ou de corniche, en retour aux angles rentrans, sans aucun ressaut, & c'est en quoi consiste l'attention qu'on doit avoir à la *troisiéme surface du Limon*, pour donner une suite de retour à ses arêtes & à ses ornemens ; si les directions des rampes faisoient entre elles un angle aigus ou obtus, il faudroit tirer de l'angle rentrant P, fig. 179. des perpendiculaires P *p* · P *e* sur les côtez oposez, qui détermineroient la direction & les extrémitez du palier qui se trouveroit alors moins élargi, que de l'épaisseur du Limon, parce que la ligne M *e* est plus petite que *e* P, & il seroit au contraire plus élargi si l'angle étoit aigu ; ce qui est clair à la seule inspection de la figure, parce que l'angle de la diagonale PM avec le côté MN seroit plus ou moins aigu, par conséquent son complément MPE donneroit une plus grande ou plus petite distance entre la perpendiculaire P *e* & le point M.

L'INCONVENIENT qui suit ce grand élargissement, qui peut faire perdre deux ou plusieurs marches à chaque palier, ou peut-être l'ignorance des moyens de le lever est la cause qu'on voit plusieurs escaliers où les Limons font des ressauts desagréables à la vûë, comme aux grands Escaliers du Palais Royal & du Luxembourg à Paris.

LES Architectes françois modernes ont trouvé une invention fort ingenieuse, très agréable à la vûë & très commode pour éviter la difformité des ressauts dans les angles sans perdre de la place, en agrandissant les paliers ; ils inscrivent un arc de cercle dans l'angle rentrant qui augmente la place du retour, & sauve toute irrégularité ; voici comme il faut le tracer.

SOIT l'angle rentrant MCN, qui étoit le saillant du Limon dans le palier ; ayant pris à volonté les points d'atouchemens T & *t* à distan- *Fig.* 175

ces égales du sommet C de l'angle donné, on menera par ces points les lignes perpendiculaires 1 C', 8 C', qui se rencontreront en C' où sera le centre de l'arondissement, ensuite on divisera l'arc T t, comme il convient pour le collet des marches, par exemple ici en parties égales, qui aprochent de la largeur du giron des autres.

On tirera par chacune de ces parties de l'arc divisé, & par le centre C' des lignes droites C' x, jusqu'à la rencontre des marches qu'elles couperont en x & x, d'où l'on portera sur la face de la marche, la distance qu'il y a du point x à l'arc de cercle d'arondissement en x n ; par le point n on tirera une perpendiculaire n y sur n 5, & du point r une autre perpendiculaire r y sur C' x, qui coupera la précedente en y où sera le centre de l'arc r n, ainsi des autres, comme la figure le montre.

M'. Hertenstein, dans son petit Traité d'Architecture civile, s'y prend d'une autre façon, pag. 369.

„ Il prend de part & d'autre depuis l'angle du filet intérieur la „ valeur de deux rampes & demie, (il entend aparemment deux girons & demi); „ l'intersection que l'on fera de ces deux points don„ nera le centre de l'arondissement ; duquel ayant décrit un quart de „ cercle dans cet angle, on le divisera en huit parties, & les points „ 1, 3, 5, 7, sont ceux où doivent aboutir les marches. Cette méthode me paroit bonne lorsque l'arondissement du bout des marches est peu considerable, & qu'il y en a peu à arondir ; mais lorsque le nombre en est plus grand, il faut en revenir à celle que nous venons de donner, qui dirige ces arondissemens le mieux qu'il est possible, & qui le diminue insensiblement jusqu'à ce qu'il s'anéantisse.

Des Escaliers tournans à Vis.

La difficulté de ces sortes d'Escaliers consiste dans la façon des têtes des marches qui portent leur Noyau ou leur Limon, & dans le délardement du parement inférieur qu'on apelle la *Coquille*, ils sont susceptibles de cinq variations.

1°. La Vis peut être soutenuë par un *Noyau plein & à plomb*, c'est-à-dire un pilier rond portant de fond.

2°. Par un *Noyau plein* mais *rampant*, en façon de colonne torse.

3°. Le Noyau peut être suprimé, en sorte que la place demeure vuide, ce qu'on apelle *Vis-à-jour* ; alors les marches ne sont soute-

nuës que par leur queue, & par une petite partie de recouvrement ſur leur longueur, continué juſqu'à la tête ſans coupe, ce qu'on apelle en *tas de charge*, terminant ſeulement la tête par une moulure continuée en hélice au tour du vuide, qui doit être une ouverture d'un petit diametre, pour que cette moulure de tête étant peu inclinée en ſoit plus ſolide.

4°. DANS la même circonſtance du Noyau vuide, on peut laiſſer une ouverture d'un aſſez grand diametre, en faiſant porter à chaque tête de marche une portion de Limon tournant, qui ait une bonne épaiſſeur pour que chacune de ſes parties s'apuye ſur l'inférieure partie en *tas de charge* dans ſon milieu, & partie en coupe vers ſes arêtes extérieures & intérieures aux lits de deſſus & de deſſous.

5°. ENFIN les marches peuvent être portées à leur tête par un Limon de piéces détachées des marches, qui ſoient capables de ſe soutenir étant contretenuës par les marches, & de ſoutenir réciproquement les têtes de ces mêmes marches, qui s'y apuyent par des entailles.

PROBLEME XV.

Faire un Eſcalier à Vis quelconque.

PREMIEREMENT,

De la Vis à Noyau plein & à plomb.

LA conſtruction des Eſcaliers à Vis & à Noyau, plein & à plomb eſt ſi facile que les moindres tailleurs de pierre l'éxecutent, lorſque le parement du deſſous des marches fait un reſſaut à chaque récouvrement, mais lorſqu'il fait une ſurface continuë en *Coquille*, ils n'en viennent à bout qu'en tatonnant.

LES Auteurs qui ont écrit ſur la coupe des pierres n'ont point pourvû à ce Trait; M. de la Ruë qui en parle dans celui de la Vis à jour, dit ſeulement qu'*on délardera le deſſous des marches en conduiſant la regle ſuivant les parties courbes & rampantes, en ſorte qu'elle tende toujours autant que faire ſe pourra au centre de la Vis*; mais il ne donne pas la maniere de tracer une courbe ſur laquelle on doit apuyer la regle par un bout, ni de faire en ſorte que ſa direction par l'autre extrémité tende au centre du noyau, ſoit qu'il ſoit plein ou vuide, quoique ce centre ou plûtôt l'axe de la Vis ſoit inviſible dans l'un & l'autre cas; cependant on ne peut former cette ſurface reguliérement ſi la regle n'eſt

guidée par deux lignes courbes, sur lesquelles elle doit couler dans une certaine position qui change de direction à chaques points de ces courbes ; nous allons tacher d'y supléer.

Fig. 180. Soit (fig. 180.) une portion de Tour creuse HIK, dans laquelle est un Escalier à Vis, dont ABDE est le noyau circulaire, par le centre C duquel on imagine une ligne verticale que nous apellons *l'Axe de la Vis*, auquel toutes les lignes dirigées suivant la longueur des marches doivent tendre comme les rayons du cercle à leur centre ; telles sont les lignes HA, IB, KD, qui expriment le plan horisontal de deux marches.

Il s'agit de faire le parement de dessous de ces marches & des suivantes ; en sorte qu'il soit continué sans ressaut d'une maniere uniforme en Coquille de cette espece que nous pouvons apeller une surface Planohélicoïde, qui différe de l'Annulaire hélicoïde ou Vis St Giles, en ce que les lignes des sections de tous les plans passans par son axe sont des demis cercles ou d'autres courbes; & qu'ici ce sont des lignes droites, cependant leurs sections par des plans ou des surfaces cylindriques, font des lignes courbes.

La ligne de l'angle rentrant formé par la rencontre de la Coquille avec la Tour, est une hélice parfaite, laquelle étant une Courbe à double courbure, ne peut être décrite sur une surface plane ; donc on ne peut en faire la cerche sur une planche droite, mais seulement sur une portion de cylindre creuse, ou convexe, auquel cas il est bien aisé de la faire ; car si l'on dévelope en ligne droite l'arc de cercle HIK, qui est le plan horisontal de la portion de la Tour qui porte les marches comme en *q i* fig. 180. & que l'on fasse à son extrémité 4 la hauteur de la marche *q h* ; la ligne *h i* sera le dévelopement de l'hélice.

Si l'on coupe un morceau de madrier suivant le segment de cercle FH 2 IG convexe, & qu'on y aplique le dévelopement *q h i* tracé sur une surface fléxible comme du papier ou du carton ; on y tracera la ligne *h i*, qui donnera sur la surface courbe du madrier, une ligne courbe, qui sera l'hélice qu'on cherche, suivant laquelle le bois étant taillé, on aura la cerche du bout de la marche à la queue. On trouvera de même celle de la tête, qui sera beaucoup moins inclinée à l'horison, comme l'on voit en PM fig. 183. où l'on a tracé l'une & l'autre hélice.

Cette cerche ne sera pas nécessaire si l'on creuse dans la marche la portion de Tour concave qu'elle occupe au dessus du lit horison-

tal

tal de sa queue, puisqu'on y pourra apliquer le triangle du dévelopement sur une base de niveau ; mais si la pierre se trouve défournie, elle sera nécessaire pour former exactement les deux extrémitez de la surface en Coquille, sur lesquelles doit couler la regle qui dirige l'Ouvrier pour abatre la pierre qui se trouve entre deux.

Il ne reste plus qu'à placer cette regle sur ces courbes, de maniere qu'elle tende toujours à l'axe de la Vis sans tatonner, non pas *à peu près*, comme dit M. de la Ruë, ce qui peut causer de grandes irrégularitez, mais exactement, ce qui est très facile ; car si l'on divise chacune de ces portions d'hélices extérieure & intérieure en un même nombre de parties égales, par exemple en quatre, & que l'on pose la regle de la seconde division de la grande hélice à la seconde de la petite ; de la 3e. à la 3e., ainsi de suite ; & qu'on abatte toute la pierre qui n'est pas en droite ligne d'un de ces points à l'autre, la regle tendra toujours à l'axe de la Vis.

Cette méthode de former la Coquille est fort simple & très exacte, cependant comme elle est méchanique, on peut trouver des cerches planes, qui serviront à la former aussi facilement entre les deux extrémitez des marches.

Suposant qu'on veuille avoir une cerche qui passe par le point O, on fera du centre C un arc O *o*, qui donnera le point *o* sur l'autre bord de la marche, par lequel on menera la droite *o* O, que l'on divisera en tel nombre de parties qu'on voudra, comme ici en quatre aux points 2, *m*, 3, par lesquels on fera passer d'autres cercles concentriques *n n*, *p p*, dont on fera les dévelopemens sur une ligne droite, comme on voit par la répetition des mêmes lettres à la fig. 183. ensuite ayant porté sur chacune la même hauteur qui est celle de deux marches, on tirera l'hypotenuse H o^d du dévelopement, qu'on divisera aussi en quatre aux points *b* M *d*, par où on menera des petites paralleles à l'horisontale O *k* ; & par les points 2, *m*, 3 de la ligne droite de projection O *b*, qui est plus courte que la dévelopée O^d o^d, on lui élevera des verticales 2 *x* M *m* 3 *y*, qui donneront par leur interfection avec les horisontales *b x*, *d y* les points *x* & *y* ; la ligne courbe menée par les points O *x* M *y b* sera celle que l'on cherche. Fig. 180.

On pourra former deux cerches concaves de pareilles courbes pour chaque marche, l'une vers le collet, l'autre vers la queue, & les diviser, comme on a dit de l'hélice, en parties égales qui donnent la position de la regle sur des points correspondans, comme de la moitié de l'une à la moitié de l'autre, &c.

Cette espece de cerche peut être aussi très utile pour rectifier la coquille dans l'intervale de deux marches, qui pourroient chacune être bien faites, & cependant faire un pli ou un coude pour avoir été mal posées.

Il y a une observation à faire à l'égard de la construction, touchant l'épaisseur de la pierre qu'on destine pour chaque marche, c'est qu'elle doit être un peu plus épaisse qu'il n'est nécessaire par la hauteur du *pas*, parce que la surface de la coquille faisant des angles *a* S 9, *b* ſ *q* très aigus avec celles des *girons* *a* S, *b* ſ, il est nécessaire d'en abattre la vive-arête par une coupe *c e* fig. 184. qui lui donne plus de solidité, & parce que le point *q* est au dessous du niveau de *e*, il faut que la pierre ait pour épaisseur la hauteur *e q* de plus que celle du pas *a e*.

Il est visible que cette coupe est plus nécessaire vers la queue de la marche où l'hélice est plus couchée que vers le collet, où elle aproche plus de la verticale, & que si l'on vouloit faire cette coupe dans toutes les regles, en sorte qu'elle fût toujours perpendiculaire à la surface gauche de la Coquille, il faudroit qu'elle fût aussi gauche; cette attention seroit nécessaire si la coupe étoit grande, mais on la fait ordinairement si petite, qu'on peut négliger cette précision; au reste il y a si peu de difficulté à l'observer, qu'on peut la faire sans contrainte; car si l'on trace une ligne du centre de la Vis par le bord de la coupe, comme *c k* à la surface inférieure, son écartement du bord de la marche DK qui se rétrecit vers le collet, donne naturellement le gauche de la coupe, il ne s'agit que d'abattre la pierre de l'une de ces lignes à l'autre, en droite ligne à la regle posée d'équerre sur les arêtes.

Il est aussi visible que le réculement de cette coupe sous la marche est arbitraire, & dépendant du récouvrement que l'on veut donner à une marche sur l'autre, lequel dans cette espece de Vis peut être si petit que l'on voudra, parce que chaque marche étant portée par les deux bouts est suffisamment soutenuë; il n'en est pas de même pour les Vis à jour, comme nous le dirons ci-après.

Explication Démonstrative.

Pour concevoir les raisons des manieres de trouver les courbes de ces deux cerches, il faut se ressouvenir de ce que nous avons dit au Liv. 3e. pag. 342. que le dévelopement d'une hélice étoit un triangle rectangle, dont la base étoit égale au dévelopement de celle du cy-

lindre, au tour duquel elle fait ses révolutions, soit qu'on la considere en tout ou en partie. Il est donc évident qu'en apliquant ce triangle dans sa situation naturelle sur une surface cylindrique, cette hypotenuse deviendra l'hélice même que l'on cherche.

Il n'est pas moins évident que si l'on supose la surface de la coquille coupée par plusieurs autres cylindriques concentriques au noyau, & que ces surfaces courbes soient traversées par une plane parallele à l'axe de la Vis, on aura pour leurs projections horisontales, les arcs de cercles *o* O, *n n*, *p p*, & la corde *o* O qui les coupe aux points 2 *r a* 3, y donne les projections des sections du plan qui coupe plusieurs cylindres parallelement à leur axe, lesquelles sont par conséquent des lignes droites verticales, qui ont chacune un point commun avec l'hélice à la surface de la coquille dans chaque cylindre & dans le plan qui les coupe tous, *ce qu'il falloit démontrer.*

A l'égard de la maniere de placer la regle sur des divisions de parties proportionnelles, il est clair qu'à chaque division les deux hélices seront parvenues à même hauteur, par conséquent que la regle qui y sera supofée aura pris une situation de niveau à l'égard de la Vis. Premiere condition pour la formation de la coquille. Secondement, qu'elle sera dirigée à l'axe, puisque les arcs horisontaux de sa projection sont proportionnels. Seconde condition essentiellement réquise à la Vis circulaire.

Si le Noyau & la Tour dans laquelle est la Vis étoit Elliptique, au lieu d'être circulaire, il arriveroit de grandes inégalitez aux Girons des marches, si on les dirigeoit à l'axe qui passeroit par le centre de l'Ellipse ; c'est pourquoi leur direction doit être prise par des parties égales en nombre dans chaque quart d'Ellipse de celle de la Tour à celle du Noyau, c'est le seul changement qu'il y ait à faire à la construction.

Seconde Variation.

Faire une Vis à Noyau rampant.

Soit fig. 182. le cercle A c^1 B, le plan horisontal de la place qu'occuperoit un noyau plein comme à la fig. 180. on fera un second cercle CDE, dont le centre c^1 sera à la circonférence du premier, & de tel diametre qu'on jugera à propos, car on peut le faire plus petit si l'on veut laisser un vuide, mais alors il se changeroit en *Vis à jour.* Ayant tiré du centre C par le centre c^1, la ligne CR pour le milieu d'une marche, on en fera le *plan f* 3 2 *e* pour le giron, ajoûtant sur le derriere une partie GT 3 *f* pour le récouvrement de celle qui suit, & *Fig.* 182.

au devant une petite avance en H avec un dégagement d'un Cavet, si l'on veut, & l'on fera un panneau de la figure CDGT 2 H e EC, qu'on apliquera sur la pierre pour en tracer le lit de dessus, où l'on aura soin de laisser une avance de pierre qui l'excéde en EF; ensuite on fera par deux retours d'équerre au point C & au point 2 des lignes, qui passent du lit de dessus à celui de dessous, pour y pouvoir apliquer le même panneau, mais dans une position différente; on posera bien le point C de ce panneau sous le point C du lit de dessus, mais on posera le point 3 sous le point 2; de sorte qu'il aura changé sa 1re situation en celle de la marche inférieure C 1 e 2 I i F c. Dans cet état on tracera le contour du cercle IHFC, & l'on abattra la pierre d'un de ces cercles à l'autre, ce qui formeroit une portion de cylindre scalene, si on l'arondissoit à la regle sur ses côtez; mais parce que c'est une portion de cylindre hélicoïde semblable à une colone torse, il faut trouver une cerche qui puisse marquer la courbure de ses côtez; nous choisissons ici DE issu du point D milieu du demi cercle CM, comme le plus saillant & le plus propre à guider le Tailleur de pierre.

On portera à part la longueur de l'arc DI, qu'on dévelopera sur la droite *d i*; sur le point *d*, on lui élevera la perpendiculaire *d* D², & l'on tirera D² *i*, qui sera l'hypotenuse du triangle rectangle, & le dévelopement de l'hélice qui se fait sur le noyau en DI de la base supérieure à l'inférieure du cylindre hélicoïde; ainsi ayant arondi un morceau de planche, suivant l'arc DI, en portion de cylindre, on y apliquera le triangle *d* D² *i* tracé sur une matiere fléxible comme du carton, suivant lequel on tracera la courbe qu'on doit apliquer au milieu du noyau; de laquelle on fera deux cerches différentes, l'une convexe, que l'on posera entre les points D répairez au lit de dessus, & I au lit de dessous qui sera concave, & l'autre concave ou creuse, que l'on posera entre les points E & F répairez, l'un au lit de dessus comme E, l'autre au lit de dessous F, parce que ce côté est un peu convexe suivant la direction EF.

Comme les arcs DI & EF, qui sont les bases de la surface de cylindre, dans laquelle se trouve l'hélice que décrit le côté du noyau en Vis, sont très peu différens de la ligne droite, il arrive que l'hélice est aussi très peu différente de la ligne droite de l'hypotenuse D² *i*; de sorte que les Ouvriers méprisent cette différence, parce qu'elle est peu sensible en œuvre, ils en sont quittes pour quelques ragrémens. C'est aparemment par cette raison que le P. Deran n'en a pas parlé, mais il fait paroitre dans sa maniere de trouver la courbe des ornemens de la Vis à jour, qu'il n'a pas bien entendu cette matiere, puis-

qu'il donne une fausse méthode pour trouver ces cerches, de même que M. de la Ruë dans le quartier de Vis suspendu qu'il exécute par la même fausse méthode.

Ce n'est pas assez d'avoir fait une tête de marche pour bien conduire le noyau rampant, il faut être guidé par des cerches à plomb pour redresser les petites fautes qui peuvent se faire dans l'exécution d'une portion du noyau, c'est pourquoi il convient d'en faire un profil, & même deux, pris sur des bases qui se croisent à angle Droit dans la projection horisontale, comme en H *g* & LK.

Soit, par exemple, la longueur LK du grand diametre du cercle de révolution transportée en F *m* à la fig. 181. on décrira du milieu C le demi cercle *r s* c^4, qu'on divisera en autant de parties égales qu'il y aura de girons de marches dans son contour, par exemple en 8, & par ces points de divisions 1, 2, 3, &c. on menera des paralleles à la ligne du milieu CX, qui représenteront les changemens de position de l'arc ou centre du noyau vis-à-vis chaque marche.

On portera ensuite sur cette verticale du milieu CX, les hauteurs des marches en montant aux points 1, 2, 3, &c. par lesquels on tirera des horisontales *n m*, *n m*, qui couperont les verticales qu'on vient de tracer aux points 1^a, 2^a, 3^a, &c. qui seront les milieux du noyau, à côté desquels si l'on porte de part & d'autre son demi diametre c^a *m*; on aura d'un côté les points *m*, *m* aux collets des marches, & de l'autre les points *n*, *n*, par lesquels on tracera avec une regle pliante les courbes égales *m m m*, & C *n n n*, qui seront les projections verticales des courbes à double courbure en hélices, qui passeroient par les attouchemens du noyau avec des perpendiculaires aux diametres *n m*, *n m*.

Ainsi faisant une cerche concavo-convexe sur ces courbes, on pourra la poser à plomb sur la ligne FC, dans la partie du vuide sous le noyau, & dans la situation où la courbe doit être par le moyen d'un aplomb *n r*; puis faisant couler une équerre horisontalement sur les prolongations des lignes *m n* tracées sur la cerche, on verra si le noyau panche trop ou ne panche pas assez.

Il faut remarquer que cette cerche ne peut servir qu'à l'endroit pour lequel elle a été faite, parce que la courbe C 6^n est concave depuis C en n^4, où il faut que la cerche soit convexe, & au dessus ou cette courbe devient convexe, la cerche au contraire doit être concave.

Explication Démonstrative.

Si l'on supose une hélice cylindrique d'un diametre égal à la ligne AB, dont l'axe est vertical sur la centre C, la projection horisontale de cette hélice sera le cercle ABN.

Suposant encore un cercle horisontal DMEC d'un diametre égal à AB, & qui soit enfilé par son centre dans l'hélice comme un morceau de carton dans un *tirebourre*, si l'on fait mouvoir ce cercle en l'élevant au long de cette hélice, ensorte qu'il conserve sa situation horisontale; il décrira par ce mouvement un corps hélicoïde que l'on apelle une *Colonne torse*, laquelle sert de noyau à notre Escalier à Vis.

Il est évident par cette génération que ce corps hélicoïde tournant au tour du centre C de la projection, est traversé du haut en bas par la ligne droite verticale qu'on peut suposer élevée sur ce point C sans qu'elle entre dans ce corps.

D'ou il suit que si le rayon du cercle générateur DHC étoit plus court que celui de l'hélice CA ou CB, le corps hélicoïde laisseroit un vuide au milieu, dans lequel on pourroit introduire un corps cylindrique, qui auroit pour axe la verticale sur le point C, & qui seroit plus ou moins gros, suivant la différence qu'il y auroit entre le rayon *c* D du cercle & CA de l'hélice.

Si au contraire le diametre ou le rayon du cercle générateur *c* D étoit plus grand que le rayon de l'hélice AC, le corps hélicoïde seroit fermé dans son milieu, c'est-à-dire qu'on n'y pourroit introduire aucune ligne droite.

D'ou il suit que les noyaux tournans & rampans peuvent être variez d'une infinité de façons.

1°. Par l'hélice centrale, je veux dire dans laquelle passe le centre du cercle générateur, laquelle peut être plus ou moins ouverte, c'est-à-dire d'un plus grand ou plus petit diametre AB dans sa projection horisontale.

2°. En ce qu'elle peut être en cylindre circulaire, ou cylindrique Elliptique.

3°. En ce qu'elle peut changer d'ouverture du bas en haut, comme si elle étoit conique, c'est-à-dire descriptible sur la surface d'un cone.

4°. ENFIN en ce qu'elle peut s'ouvrir inégalement, comme ſi elle étoit ſphéroïde, c'eſt-à-dire qu'elle pût être décrite ſur la ſurface d'un ſphéroïde.

SECONDEMENT le corps hélicoïde peut varier par la grandeur du cercle générateur, en ce que la longueur de ſon rayon rend le corps hélicoïde plus ou moins délicat ou maſſif, plus ou moins ouvert ou fermé dans ſon milieu conſideré verticalement.

PRESENTEMENT, ſi au lieu du cercle générateur, nous ne conſiderons que ſon diametre HC, qui ſe meut en s'élevant en ſituation horiſontale ſur l'hélice, conſervant toujours ſa direction au centre ou plûtôt à l'axe vertical; on reconnoitra ſuivant ce qui a été dit au Corol. II. de la pag. 38. du ſecond tome, que tous les points de cette ligne génératrice forment (en tournant ſuivant ces conditions) autant d'hélices différentes, dont les plus éloignées du centre C ſont les plus inclinées à l'horiſon, & au contraire les points qui en aprochent le plus décrivent les hélices plus droites; en ſorte que celle qui eſt formée par le point C eſt infiniment peu courbe, c'eſt-à-dire qu'elle dégenere en une ligne droite verticale, qui eſt une tangente aux révolutions du corps hélicoïde.

D'ou il ſuit qu'on ne peut faire uſage des panneaux de dévelopement pour ce noyau, comme on a fait pour la Vis St. Giles, parce que dans celle-là il ne s'agit que de quelques hélices diſtinctes & ſéparées les unes des autres. Ici ce ſont celles qui ſe forment par les points du contour d'un lit circulaire, de ſorte que l'on ne peut faire que quelques cerches de projection verticale, comme nous avons fait, leſquelles ne ſont pas toujours immédiatement aplicables à la ſurface du noyau, mais ſeulement propres à diriger les ſaillies des Tambours par des perpendiculaires tirées ſur le contour de la cerche.

CEPENDANT lorſque le corps hélicoïde eſt fermé dans ſon milieu, comme le ſont ordinairement les colonnes torſes, on peut faire des cerches aplicables dans le plan de l'axe vertical de la colonne, & cette précaution convient très fort pour une exacte exécution.

ON voit en Alſace beaucoup de ces ſortes d'Eſcaliers à noyaux rampans dans les anciennes maiſons des particuliers, au milieu deſquels on fait pendre une corde pour s'y apuyer, parce que ce noyau eſt trop gros pour qu'on puiſſe l'empoigner, mais cette précaution qui eſt bonne devient inutile pour les gens un peu délicats ſur la propreté, qui ont de la répugnance à porter la main ſur une corde graſſe & dégoutante.

Corollaire

De-la on peut tirer la méthode de *faire la colonne torse*, qui n'eſt autre choſe qu'un noyau rampant & tournant, dont les révolutions ſont un peu plus ſerrées & fréquentes que dans les Limons d'eſcaliers qui ne font guere plus d'une révolution & demie à chaque étage, au lieu que la colonne torſe en fait au moins 6 ou 6 & demi dans la hauteur de 7 ou 8 des diametres de ſa projection.

D'ou il ſuit que les révolutions des Vis d'eſcaliers étant fort écartées, le noyau devient une colonne fort peu torſe.

Ce noyau differe auſſi de la colonne torſe, en ce que ſes ſections horiſontales ſont des cercles dont les projections ſe touchent, comme on voit les cerches C*g* & CH ſe toucher en C, au lieu que ceux des projections des ſections horiſontales de la colonne torſe ſe croiſent le plus ſouvent des trois quarts de leur diametre.

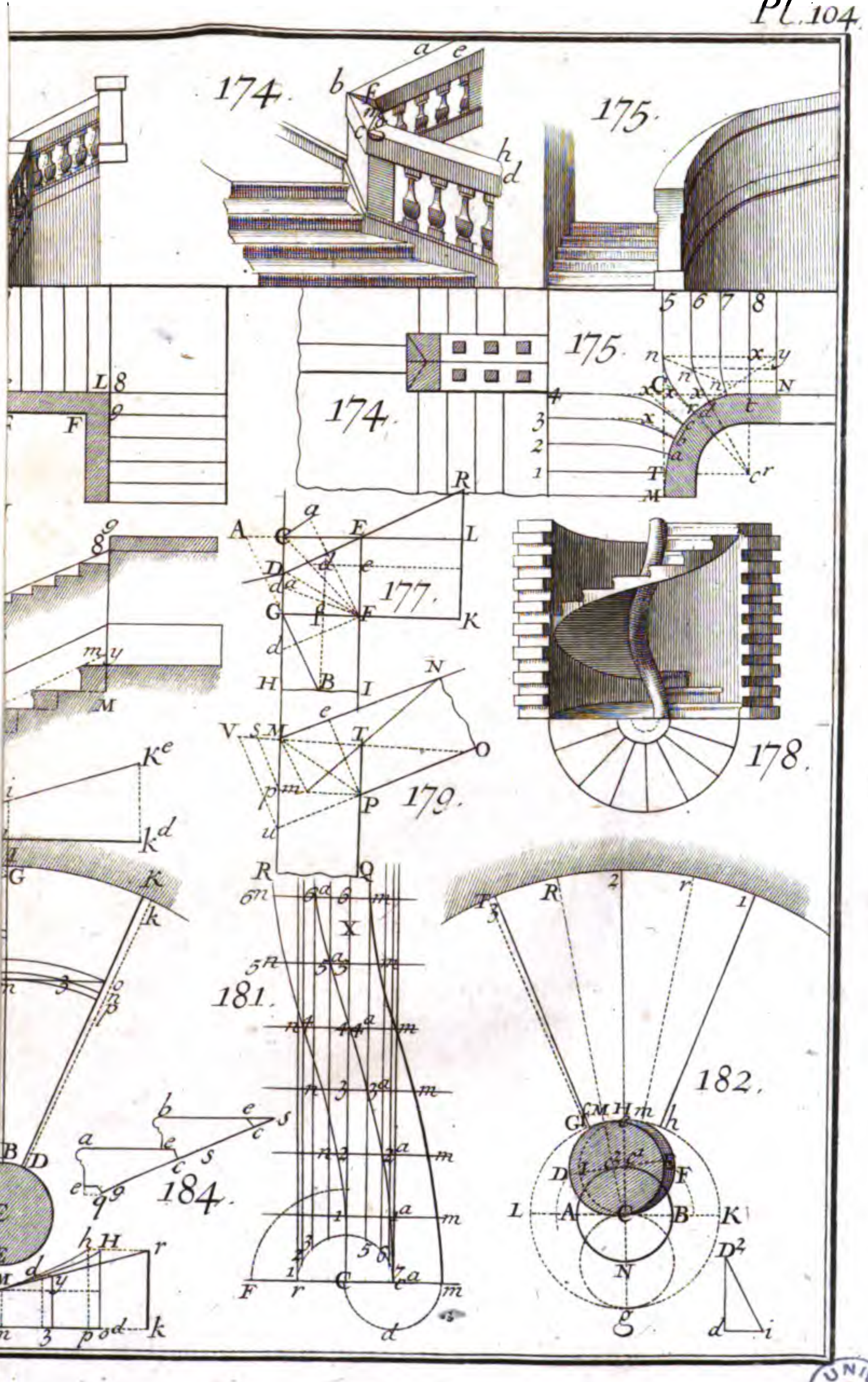
Ainsi on peut conſiderer les noyaux rampans des Vis, à l'obliquité près, comme une pile de dames à jouer, tournant au tour d'une ligne à plomb ; mais la même comparaiſon ne convient pas toujours & à toute ſorte de colonne torſe, parce que lorſque les révolutions ſont inégales, leur diametre changeroit non ſeulement dans la projection mais auſſi dans l'élevation.

C'est pourquoi il faut les conſiderer comme une ſuite de boules, par exemple, des grains de chapelets enfilez dans un tirebourre, que l'on couvriroit enſuite d'une ſurface courbe tangente à ces boules, ce que l'on verra plus clairement lorſque nous parlerons des colonnes torſes à révolutions inégales, dont nous donnerons un exemple ſingulier, plûtôt pour la curioſité que pour en conſeiller l'uſage.

On peut encore conſiderer la colonne torſe comme la trace du mouvement d'un cercle enfilé dans une hélice par ſon centre, ſupoſant le plan de ce cercle toujours perpendiculaire aux parties infiniment petites de cette hélice, au lieu que nous l'avons ſupoſé de niveau pour la génération de notre noyau de Vis tournant & rampant.

D'ou il ſuit que les ſections horiſontales de la colonne torſe formée par cette génération, ne ſont plus des cercles comme dans notre noyau tournant, mais des ovales plus ou moins alongées, ſuivant l'obliquité de l'hélice à l'égard de l'horiſon.

C'est pourquoi lorſqu'on veut faire l'élevation d'une colonne torſe,


Pl. 104.
174.
175.
177.
178.
179.
181.
182.
184.

après avoir tracé l'hélice centrale, il faut décrire plusieurs cercles égaux au long de cette hélice ; les courbes tangentes menées par les extrémitez de leurs diametres donneront en projection verticale les contours de la colonne torse, comme l'on voit à la fig. 207.

De la Vis à Pressoir.

Nous joignons ici le Trait de la Vis simple avec celui de la colonne torse, parce que c'est le même dans le fond, qui ne differe qu'en ce que les *Pas* de la Vis font des angles rentrans & saillans, dont les sections par l'axe sont rectilignes, & que les intervales des révolutions de la colonne torse coupée par son axe, sont des courbes ondées rentrantes & saillantes, dont les points d'infléxions sont rangez suivant une hélice, qui est la même que celle du sommet des angles de la Vis, soit dans le rentrant, soit dans le saillant.

A l'égard du plus ou moins de révolutions, ce n'est qu'une différence accidentelle qu'on ne doit pas compter.

Pratique du Trait pour toutes sortes de Vis.

On commencera par faire un corps cylindrique, s'il s'agit d'une Vis ou d'une colonne sans diminution, & pour une colonne torse, on fera un corps conoïde tel que les Architectes le demandent pour les colonnes unies diminuées depuis le tiers de leurs hauteurs, ou renflées dès le bas jusqu'au tiers, & diminuées au dessus, dont le diametre sera reglé par la proportion qu'il doit avoir avec la hauteur de la colonne, comme d'un septiéme ou d'un huitiéme de cette hauteur, & par la mesure que l'on veut donner à l'écartement de chaque révolution de la colonne à l'égard de l'axe droit qu'on supose dans son milieu.

Soit pour exemple, un cylindre *a b* IF fig. 184. † Pl. 105. dont le plan horisontal ou section perpendiculaire à l'axe *x* X est le cercle ALBK, dont le diametre est AB & le centre C, on divisera le rayon AC en trois ou en quatre parties, pour faire du centre C un cercle avec le rayon DC quart du rayon AB, ou de son tiers, suivant que l'on voudra que la colonne soit plus ou moins torse.

On divisera ces deux cercles concentriques en un certain nombre de parties à volonté, par exemple en huit par quatre diametre AB *n n* LK *m m*, & par les points A *n* L *m* B, &c. on menera sur la surface cylindrique autant de paralleles à son axe par le Prob. 31. du 2e. Liv. page

215. ensuite on divisera la hauteur AF en six ou six & demi, pour former autant de révolutions, & parce que le contour de la base a été divisé en huit parties égales, on divisera aussi l'intervale a 1 en huit parties égales, & le tout par conséquent en 48, & commençant à l'axe sur la projection, & à une parallele sur le relief, on portera successivement sur chacune de ses paralleles à la circonférence du cylindre une de ces divisions de plus qu'à l'autre, par exemple, une sur la premiere, deux sur la seconde, trois sur la troisiéme, ainsi de suite; & l'on aura une hélice qui fera six révolutions dans quarante-huit parties de hauteur, ou six & demi en 52.

On tracera par parties cette courbe avec une regle pliante de point en point sur la surface cylindrique ; & dans la projection verticale ou profil de l'épure, on tracera l'hélice, du milieu des points de laquelle, comme centres de chaque section circulaire, on tirera à droite & à gauche des lignes égales, qui représentent les demis diametres de ces sections, lesquelles donneront les points de la courbe extérieure des deux côtez qu'on tracera à la main.

Cette courbe du profil étant considerée comme le contour d'une section plane de la colonne torse coupée suivant son axe, servira à former une cerche pour la tailler dans la pierre ou dans le bois.

Si la colonne étoit sans diminution, la cerche d'une seule révolution suffiroit ; mais si elle est diminuée ou renflée, cette cerche doit être taillée dans une planche de toute la hauteur de la colonne, parce que les contours de chaque révolution sont inégaux entre eux, les uns plus écartez de leur axe, & les autres moins ; de sorte que la colone torse des Architectes n'est pas une surface hélicoïde proprement dite, qui est composée d'hélices, mais en Limace double, dont les révolutions depuis le tiers de la hauteur en haut & en bas se resserrent de plus en plus, suivant une progression qui est celle des ordonnées à l'axe de la Conchoïde de Nicodeme, comme l'a trouvé M. Blondel, suivant laquelle on formera le corps conoïde, qui sert de préparation pour contourner & creuser les ondulations des révolutions de la colonne torse, comme on peut le voir dans les Livres d'Architecture, particulierement dans celui de Daviler.

L'Aplication du Trait sur le bois ou la pierre, dont on fait la colonne torse, ne consiste qu'à tracer des lignes qui ne sont pas paralleles à l'axe, puisqu'elle est diminuée depuis son tiers en haut, & souvent encore depuis son tiers en bas, si elle est renflée, mais qui sont dans une section par l'axe ; de sorte qu'il faut que les diametres ou rayons qui aboutissent à ces lignes dans la base supérieure & dans l'inférieure,

soient dans un même plan, ce qui se fait, comme nous l'avons dit au Prob. I. de ce Liv. en bornoyant avec deux regles qu'on place l'une à l'égard de l'autre de maniere qu'elles ne se croisent pas ; après quoi avec une regle pliante, on trace des lignes courbes d'une base à l'autre, suivant lesquelles ayant fait le tracé du contour de l'hélice, comme nous l'avons dit, on creuse le bois ou la pierre, de maniere que la cerche du contour de la section par l'axe s'y puisse apliquer exactement, tenant toujours le plan de cette cerche dans une direction qui tend à l'axe, ce qui est facile à faire, puisqu'il n'y a qu'à poser sur les bases de dessous & de dessus de la colonne, des regles dégauchées passant par les centres de ces bases, & ajustant la planche dans laquelle on a coupé la courbe de la cerche suivant ces deux regles.

Par ce moyen on peut se dispenser de faire *un modele en grand* pour guider les Apareilleurs, comme le demande Daviler ; car il leur est impossible de se tromper s'ils font autant de cerches que de ces paralleles, c'est-à-dire des courbes à la surface du noyau qui est un fust en cylindroïde, lesquelles sont des sections par l'axe, ce qui n'est pas fort difficile ni fort embarassant, car si l'on en fait 8, ce sont 8 planches à contourner sur des profils différens.

Le seul cas où les modeles en grand sont nécessaires, c'est lorsque la matiere est précieuse comme du marbre, & que les creux de la colonne sont remplis d'ornemens comme de septs de vignes rampans avec leurs feüilles & fruits. L'exécution de ces sortes de colonnes est assez fréquente en France, mais encore beaucoup plus en Espagne & en Portugal, où l'on voit dans toutes les Eglises de ces colonnes ainsi ornées de vignes mélées souvent avec des épis de bled, pour servir de symboles de l'Eucharistie.

Quoiqu'on ne puisse trop décorer la maison du Seigneur, on peut dire que la simplicité des Eglises des premiers siécles, n'admettant point toutes ces choses qui amusent les yeux, étoit selon moi beaucoup plus majestueuse, & plus propre à inspirer le récueillement si nécessaire à la priere.

Troisiéme Variation.

De la Vis à jour, ou *à Noyau vuide.*

Lorsqu'on veut suprimer le noyau d'un Escalier à Vis, il faut considerer quelle est la grandeur de l'ouverture horisontale, qui doit rester à la place qu'il auroit occupé ; & suivant la grandeur de cette ouver-

ture, il faut operer différemment pour supléer à l'apui qu'il auroit donné aux têtes des marches.

Premiere Espece de Vis à jour.

Lorsque le vuide du Noyau est d'un petit diametre, comme depuis 4 jusqu'à 8 ou 10 pouces, on peut supléer à l'apui qu'il auroit donné aux têtes des marches par un petit élargissement de la tête qu'on orne d'une grosse moulure pratiquée dans la même pierre en saillie, comme elle est représentée à la fig. 187. en perspective; par ce moyen chaque marche est apuyée par les deux bouts, sçavoir à la queuë dans la muraille de la Tour où elle est engagée, & du côté du vuide sur la saillie de la moulure, qui forme un Limon, dont les parties adhérentes à la marche sont posées les unes sur les autres en *Tas de charge* sans coupe, parce que l'hélice que forment ces moulures étant fort rapide, je veux dire, aprochant beaucoup de l'aplomb, ne forment pas des angles trop aigus avec les lits horisontaux des têtes des marches, ce qui n'arrive pas de même lorsque le diametre du vuide est fort grand, parce qu'alors les hélices deviennent plus inclinées à l'horison, avec lesquelles elles font par conséquent des angles plus aigus.

Ainsi il faut considerer chaque marche comme composée de deux parties dans une seule piece de pierre, sçavoir de la marche composée de *Pas* vertical, & de giron horisontal, qui doivent faire de continuels ressauts, & du Limon tournant qui ne doit point faire de ressaut, mais une suite continuée au travers du vuide triangulaire du ressaut que fait le giron d'une marche avec le *pas*, ou contre-marche de l'autre; cela suposé.

Pl. 105. Fig. 185. Soit (fig. 185.) le cercle ABN, la projection horisontale du vuide que l'on veut laisser au milieu de l'Escalier à Vis à la place que devoit occuper le Noyau.

On fera le panneau de la marche avec les ornemens de moulures, qui doivent composer le Limon, dans lesquelles il faut ménager un gros tore ou boudin rond, pour qu'on y puisse couler la main lorsqu'on veut s'apuyer en montant ou en descendant, & pour dégager ce boudin il convient qu'il y ait à côté un grand Cavet qui marque le collet de la marche où doit se terminer la partie verticale du pas ou contre-marche, laquelle est aussi ornée d'un quart de rond sur son arête
Fig. 187. qui vient finir à ce Cavet, comme l'on peut voir à la figure 187. en perspective.

Le panneau étant fait comme il convient à la grandeur de la Cage

ȝ au nombre des marches de chaque révolution, & la pierre étant augée de l'épaiſſeur qu'éxige la hauteur de chaque *pas*, on le poſera ur le lit de deſſus, c'eſt-à-dire ſur le giron pour en tracer le contour omme en POED ; on fera en même tems par un retour d'équerre ſur e point E un repaire au lit de deſſous, où il ſervira pour y poſer le anneau après qu'on aura renverſé la pierre ; on en uſera de même u point O.

DANS cette ſeconde ſituation, on poſera le panneau d'une maniere lifférente de la premiere, en plaçant le point P ſous le point O, c'eſt-à-dire ſur le repaire qu'on vient de faire par un retour d'équerre à ce oint, & le point D ſous le point E, ou ce qui eſt la même choſe ur ſon repaire, & dans cette ſituation du panneau on tracera la tête EF plus avancée que la premiere DE de l'intervale d'une marche à ſon Collet, laquelle avance ſe prend dans l'eſpace triangulaire OFE que orme le rétréciſſement de la marche OE.

LA pierre étant ainſi tracée, on abattra toute la partie compriſe dans le triangle OH *n*, pour former à l'équerre ſur le giron le pas de la marche, & ſa moulure, laiſſant la partie EF ſaillante au de-là, dans laquelle jointe à la précedente DE, on creuſera à l'équerre ſur les lits la partie concave DEF par le moyen d'un cercle formé ſur le demi cercle AEB.

ENSUITE ayant rectifié l'arc de cercle EF, on le portera à part en *ef*, puis ayant fait *e i* perpendiculaire ſur le point *e*, & égale à la hauteur donnée d'une marche, on tirera l'hypotenuſe *i f* qui ſera le dévelopement de l'hélice que forme le Limon depuis le lit de deſſus juſqu'au lit de deſſous, ainſi on tracera ce triangle ſur du carton pour être apliqué & plié dans le creux cylindrique de la tête, afin qu'on puiſſe tracer l'hélice qui s'y forme au filet de la moulure, & par ce moyen les autres hélices des moulures paralleles au deſſus & au deſſous de celle-ci, ou plûtôt en avant & en arriere.

IL eſt viſible que cette conſtruction changeroit un peu ſi la projection horiſontale du vuide du noyau étoit Elliptique au lieu de la circulaire que nous avons ſupoſé, en ce qu'il faudroit changer autant de fois la tête du panneau qu'il y auroit d'avances de Limon, au lieu que dans le cas du vuide circulaire, il ſuffit de le renverſer & de l'avancer ; c'eſt un avertiſſement que le P. Deran & M. de la Ruë ont obmis.

IL ſe préſente une difficulté dans la ſuite de ces têtes lorſque l'on fait quelques paliers. La premiere eſt la difformité des jarrets qui s'y

sont, parce que l'intervale horisontal d'un giron au suivant étant plus grand que les autres, le Limon qui passe d'une arête à l'autre n'est pas continué d'une maniere uniforme, mais devient beaucoup plus couché au palier selon le plus ou le moins de largeur de son giron.

D'ou il résulte un autre inconvénient, c'est que l'arête du lit inférieur devient trop aiguë, & par conséquent sujette à casser.

Pour remédier au jarret on se prépare de loin à le corriger; au lieu de n'avancer la tête qui fait saillie au devant de la contre-marche que de la largeur du Collet du giron, on la fait avancer un peu d'avantage, par exemple d'une sixiéme partie de plus, si l'on veut racheter l'excès du Collet du palier sur six marches, tenant toujours cette tête à la circonférence du cercle du vuide de la Vis, & pour cet effet on la guide par des divisions sur la queuë, qui correspondent à celles de la tête, pour avoir des rayons qui tendent exactement au centre. Il est cependant vrai que ces précautions ne font que pallier & diminuer un peu la difformité du jarret qu'on ne peut effacer totalement. D'où il suit que si l'on aime la perfection & l'uniformité, on ne doit pas faire de palier à ces sortes d'Escaliers.

Remarques sur l'usage des Escaliers à Vis à jour, & des autres à Noyaux pleins.

Lorsqu'on a peu d'espace pour pratiquer un Escalier, on doit préferer la Vis à jour à toutes les autres, parce que l'on gagne la place qu'occuperoit un noyau, laquelle donne une grande aisance au passage des corps à la hauteur des coudes & des épaules; mais il ne convient pas que le diametre du vuide soit un peu grand, parce qu'il inspire de la frayeur de tomber au travers au cas que l'on vienne à faire un faux pas.

Ce que j'ai vû de plus petit mais de plus parfait en ce genre d'ouvrage sont les petits Escaliers de marbre qui montent dans les piliers de la nef de St. Jean de Latran à Rome, qui ont pour Limons des moulures à peu près comme celles de ce profil, sur lesquelles on coule la main pour s'apuyer.

Quoique dans les Noyaux rampans il n'y ait aucun vuide à plomb, on y est encore moins exempt de la frayeur d'y tomber qu'aux Vis à jour, parce qu'il ne présente point de ces moulures pour apui, mais un corps rond & trop gros pour qu'on puisse l'empoigner, ainsi ils ont le défaut du noyau vuide sans en avoir l'agrément qui consiste à

oir du haut en bas tout l'Escalier par le moyen de cette petite ouverture en forme de Puis.

Seconde Espece de Vis à jour,

Où les têtes des Marches forment un Limon propre à porter une rampe de fer.

Lorsque les Vis à jours sont ouvertes au milieu de plus de 9 à 10 pouces de diametre de Noyau vuide, & que les marches sont plus longues de 3 pieds, on ne peut se garantir de la peur & même du danger de tomber par cet intervale vuide sans une rampe de fer, qui sert d'apui & de garde-fou. Alors au lieu de faire le Limon en boudin rond, comme au Trait précedent, il faut le faire plat par dessus pour y asseoir la rampe ou balustrade, & une tête à plomb assez épaisse pour lui servir de base & de soutient au Collet des marches, qui en ont plus besoin qu'aux petites Vis à jours, parce que les hélices des Limons sont nécessairement plus couchées, dans le raport des distances des Limons à l'axe vertical de l'hélice, les hauteurs des marches qui sont presque toujours les mêmes étant supostées égales dans l'une & dans l'autre grandeur de Vis à jour.

De cette différence d'inclinaison des Limons, il suit aussi que les angles de leurs sections horisontales, c'est-à-dire des lits avec le parement rampant, deviennent aussi beaucoup plus aigus que dans les petites Vis, où le Limon est fort près de l'axe vertical suposé au milieu du vuide ; de sorte que ces angles n'auroient aucune force si on posoit les têtes des marches en tas de charge par lits de niveau.

Pour remédier à cette foiblesse d'arête, on est obligé de les tailler en coupe perpendiculaire à la face supérieure du Limon, ce qui en fortifie encore la construction, en ce que cette portion de coupe empêche la tête de la marche de se dégager en glissant sur le devant ou sur le derriere de son lit.

Aux deux différences de construction dont nous venons de parler, on en peut ajoûter une troisiéme, qui consiste, en ce que dans les petites Vis à jours on donne peu de recouvrement aux girons des marches, parce qu'on laisse paroitre les ressauts qui se font d'une marche à l'autre au parement inférieur qu'on apelle la Coquille. Mais dans les grandes Vis à jours ornées de balustrades, il convient de faire en sorte que la surface de la Coquille soit sans ressauts, comme aux deux Escaliers de la Chapelle de Versailles, ce qui occasionne un grand recouvrement

sur les girons, qui s'élargit depuis le Collet à la queuë en raison de leur distance du milieu du vuide, comme on va le montrer dans le Trait.

Fig. 188. Soit (fig. 188.) le demi cercle AFB, la projection horisontale du vuide de la Vis, dont la circonference a été divisée en un certain nombre de parties égales pour regler la largeur des marches, à commencer où l'on juge à propos, par exemple ici aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par lesquels on tirera du centre C les lignes 3 Z, 4 Z, 5 Z, 6 r^c, &c. jusqu'au mur de la Cage qu'on peut suposer de telle figure qu'on voudra, ronde, quarrée, ou à pans ; nous n'en mettons ici qu'une partie pour marquer seulement leurs directions, qu'il est aisé de prolonger dans le rond ou dans le quarré, &c.

On déterminera ensuite l'épaisseur qu'on veut donner au Limon, comme 6 D, pour en marquer le côté intérieur par un arc de cercle DL 12 concentrique au cercle AFB, lesquels arcs comprendront sa partie supérieure, sur laquelle doit se poser la balustrade ou garde-fou; mais comme il convient de faire la partie inférieure de ce Limon plus large pour lui donner plus de solidité, on en déterminera la largeur par un arc concentrique plus éloigné du centre C, comme *d x*, TV, sur lequel on reglera le recouvrement d'une marche sur l'autre tel qu'on le jugera convenable, observant qu'il contribuera d'autant plus à la solidité de l'Escalier qu'il sera grand, parce qu'il élargira la queuë de la marche qui porte le mur, & la largeur du Limon à sa tête.

Suposant le recouvrement déterminé environ de la moitié du giron 1 2 au point *x*, on tirera du centre C la droite R *x g*, qui sera le bord supérieur du derriere de ce recouvrement.

Il s'agit à present de faire le panneau de la tête du Limon, qui comprend deux girons, & le recouvrement d'une marche sur l'autre, c'est-à-dire les arcs FR & F 4 qu'on supose ici égaux, prenant le point F pour le milieu.

Ayant pris à volonté le point H sur la ligne CF, on lui tirera une perpendiculaire indéfinie GHI, & ayant porté de H en O la hauteur d'une marche, on lui menera une parallele PM par le point O, ensuite on dévelopera l'arc FR sur la droite HG qu'on lui fera égale, & qu'on portera aussi de O en M ; de même l'arc F 5 de H en I & de O en P ; le Rhomboïde GPMI sera le dévelopement de la surface concave de la tête de la marche qui porte son Limon depuis l'arête du *pas* inférieur 5 3^y jusqu'à celle du *pas* supérieur 6 *d* r^c. Mais parce que l'on veut, pour augmenter la solidité & la beauté, que ce Limon excede

cede les arêtes des marches, & fasse un socle dessus & un ressocle dessous, on y ajoûte une longueur de coupe perpendiculaire au Limon en IK pour le dessus, & en GS pour le dessous, par l'extrémité de laquelle longueur on mene des paralleles KN, SQ, qui donnent pour l'un & l'autre les rectangles MK QG.

Du point G, on abaissera une perpendiculaire sur S *f* ou sur GI sa parallele, qui coupera la ligne S *f* en *r*; l'on portera S *r* en R *f* & en *p q*, & même en 5 *k* & en 4 *n*, si l'on fait le socle supérieur égal en hauteur à l'inférieur, & par les points *f*, *q*, *k*, *n*, on menera la ligne *f* T parallele à R *g*, *q u* parallele à *p p'*, *k k'* parallele à 5 3', & *n m* parallele à 4 *z*, & l'on aura tous les points ausquels doit s'adapter le panneau de tête fait sur une matiere fléxible, & apliqué dans la surface concave du Limon.

Il faut observer que parce que le *Ressocle* SGPQ déborde le dessous de la surface des marches qui fait la Coquille, d'une certaine quantité prise à volonté comme T *t*, moitié de T *x*, on menera par le point *t* la ligne *t z* parallele à *x g*, qui marquera la largeur de la coupe qu'on doit faire au derriere de la marche pour abattre l'arête trop aiguë que formeroit la rencontre de la Coquille & du lit de dessus de la marche.

On en usera de même pour le ressaut que fait la Coquille avec le lit de la marche suivante, qu'on a marqué ici en *q' p'* sur un profil de marche renversée en *t* X *h o p' q' t*, qui est mis là sans autre besoin que celui de marquer la destination des lignes de l'épure.

Par un autre profil redressé à la queue de la marche en *a b c d e f a*, on voit le raport & l'usage des lignes de la projection que l'on peut comparer aux profils des figures de tête 192. & de queue 191. de deux marches posées l'une sur l'autre.

Il faut encore remarquer qu'on a fait toutes les lignes des arêtes de coupe paralleles entre elles, pour ne pas les faire gauches; par exemple on a fait la ligne *f* T parallele à R *x*, & *t z* parallele à *x g*; quoique suivant les bonnes regles elles dûssent être tirées toutes les deux, comme des rayons du centre C, parce que les intervales 10 *x* & *f* R étant inégaux, & servant de base à des hauteurs égales à G *r* de l'élevation de la coupe de la tête, la surface qui passeroit par ces lignes seroit gauche hélicoïde, & non pas plane, par les raisons qui ont été données au commencement du second tome pag. 37.

Il en seroit de même de la petite coupe *x t*, qui s'élargiroit du côté

de la queue, comme on voit en 11 *g*, & ainſi des autres KL, *s* r' *qu* & *p p'*; rien n'empêche cependant qu'on ne les puiſſe faire gauches, les joins en ſeront plus réguliers, l'exécution en ſera ſeulement un peu moins aiſée, au reſte on doit regler les bonnes coupes ſur les joins de tête les plus aparens.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Avant que de regler l'épaiſſeur de la pierre qui doit ſervir de marche, il faut conſiderer que puiſqu'on veut que la tête qui porte le Limon ſoit d'une même piece que le reſte, on ſera obligé de la faire plus épaiſſe qu'il ne ſeroit néceſſaire ſi la tête étoit d'une piece ſéparée, parce que les parties du Limon IK, SG, QP, MN, qui ſont en coupe, excedent les lits de deſſus & de deſſous de la marche, ce qui oblige l'Apareilleur à en faire de ſupoſez pour préparation, qui ſont élevez au deſſus des vrais lits de la hauteur K *e* pour le lit de deſſus, & 7 Q pour celui de deſſous qu'il faudra abattre dans l'exécution, à ces petites parties de coupe près, c'eſt-à-dire en ne conſervant ſeulement que le petit priſme triangulaire, dont le profil eſt le triangle IK *e* au lit de deſſus (*fig.* 188. & 192.) & le triangle *d* QP au lit de deſſous.

On commencera donc par faire un panneau d'un lit de toute la marche qui comprenne la tête L *m n* F ſ T *t z* avec la queue qu'on n'a pas marqué ici & le retour ZL, & ayant tracé le contour de ce panneau ſur les lits de deſſus & de deſſous en retour d'équerre, on abattra quarrément toute la pierre qui excede le Trait, & l'on apliquera dans le parement creux de la tête du Limon, le panneau SG IK NM PQ, tracé ſur du carton pour l'apliquer à cette ſurface concave cylindrique en peſant deſſus pour le faire joindre dans le creux; dans cet état on en tracera le contour, ſuivant lequel on abattra la pierre quarrément, tenant toujours une des branches de l'équerre parallele au Trait du milieu HO, & l'autre ſuivant le biveau mixte de la coupe 3 4 7.

On pourroit pour plus de ſûreté faire un panneau de l'intérieur du Limon en dévelopant l'arc *k' n'* pour en faire la baſe d'un triangle rectangle, qui auroit pour hauteur celle de la marche, plus celle de la coupe priſe en K *e*; l'hypotenuſe de ce triangle fait de carton apliqué & plié dans la ſurface cylindrique du Limon intérieur, formeroit l'hélice de ſon arête. Les figures 189. 190. 191. & 192. ſerviront de ſuplément à ce qui manque à cette explication.

La *fig.* 189. fait voir la tête d'une marche par dehors avec la partie

du Limon qu'elle porte, en perſpective, avec les petites coupes IK, SG au lit de deſſus, & QP, MN au lit de deſſous.

La fig. 190. marquée des mêmes lettres, montre la même tête de marche, vûë par dedans auſſi en perſpective.

La fig. 191. montre par un profil de quelle maniere les marches ſe recouvrent vers la queuë, où l'on a diſtingué par une hachure la partie de la pierre qui doit être enlevée après la premiere ébauche des deux lits de préparation, & par une ponctuation le profil de ce qui reſte en œuvre.

La fig. 192. montre par un profil le recouvrement d'une marche ſur l'autre au Collet, qui eſt beaucoup plus petite qu'à la queuë, & la ſaillie triangulaire KLN du Limon au devant de l'angle rentrant des marches, laquelle eſt marquée par une hachure croiſée, cette partie a auſſi été repréſentée à la fig. 190. Les parties en parallelogrames IN & GQ repréſentent le ſocle & le reſſocle, qui débordent le deſſus des arêtes des marches, & le deſſous du parement inférieur de la Coquille.

Obſervation ſur le Trait de M. de la Ruë.

Je crois devoir faire remarquer ici une erreur du Trait de M. de la Ruë, laquelle peut ne pas être de grande conſéquence, lorſque les marches ſont en grand nombre à chaque révolution de la Vis, & que l'eſpace du vuide du milieu eſt d'un grand diametre, mais qu'il eſt encore meilleur de ne pas faire.

Cet Auteur trace le panneau de tête de la marche qui porte Limon par une projection verticale : or il eſt évident que le panneau fléxible formé ſur une telle épure ſera trop court étant apliqué dans la ſurface concave cylindrique du vuide du noyau, ſuivant le raport de la corde *ſ n* à l'arc *ſ* F *n*, qui eſt conſiderable dans cet exemple.

Secondement il eſt clair que la projection qui ſe fait d'une ſurface plane ſur un arc, ou d'un arc ſur une ſurface plane, ne donne pas ſur cette ſurface des parties proportionnelles aux diviſions de l'arc, puiſque les parties de cet arc ſont toutes inégalement inclinées à celles de la ſurface ou de la ligne droite qui lui ſert de baſe, par conſéquent les unes ſe racourciront plus, & les autres moins par la projection; il eſt, par exemple, viſible que l'arc S 6 ſe racourcira plus que ſon égal 6 5, qui eſt preſque parallele à GL

Enfin si l'on supose le creux cylindrique vertical *f* F *n* coupé par un plan incliné à l'horison comme KN, qui soit perpendiculaire au plan vertical passant par AB, la section de ce plan sera une Ellipse, & par la nature de la Vis. la courbe de l'arête du Limon doit être une hélice ; par conséquent *la pratique du Trait de cet Auteur est fausse en tous points.*

Quant à la justesse de celui que je viens de donner, elle est claire par la seule construction, & par l'exposition de ce que l'on doit faire, par laquelle nous avons commencé à rendre raison des dévelopemens des lits horisontaux circulaires, des petits lits en coupe & des hélices des arêtes du Limon ; il ne paroit pas nécessaire d'y ajoûter d'autre démonstration.

Troisiéme Espece de Vis à jour,

Où les Limons sont détachez des marches, & s'étendent sur plusieurs têtes.

En termes de l'Art.

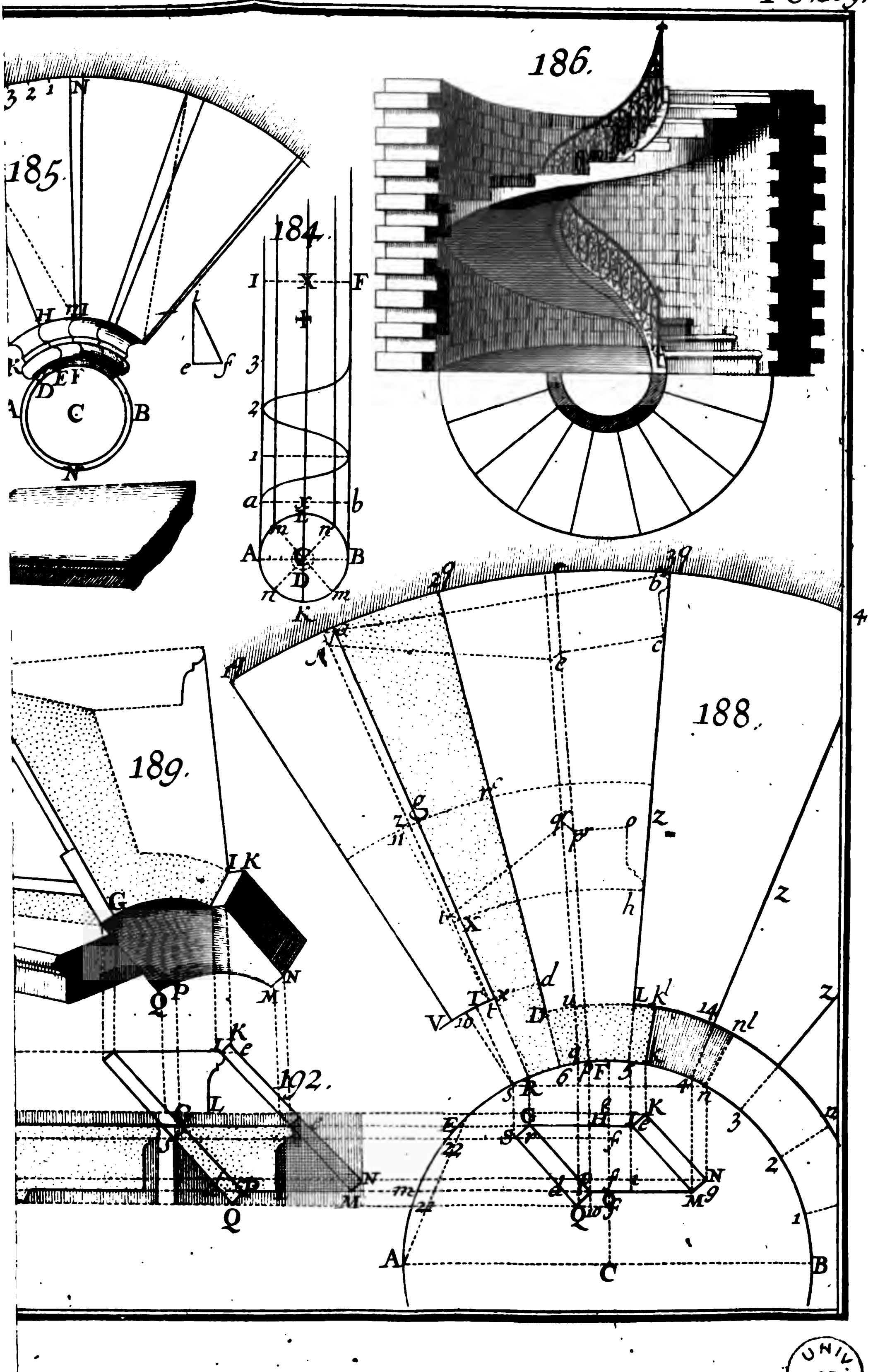
DE LA COURBE RAMPANTE.

PREMIEREMENT,

De la circulaire d'une seule piece à l'usage de la Charpenterie & Ménuiserie.

Dans le Trait précedent chaque tête de marche portoit son Limon d'une même piece ; dans celui-ci le Limon est un ouvrage à part, dans lequel on fait des entailles, ou si c'est en Charpente, des mortoises, pour y loger plusieurs têtes des Collets des marches tournantes, c'est-à-dire qu'il s'agit ici de faire, d'une grande piece, les parties du Limon qu'on faisoit de plusieurs assises de peu de hauteur égale à celles des marches ausquelles elles étoient adhérentes, ce qui donne occasion à un changement de construction.

Pl. 106. Fig. 193. Fig. 194. & 195. Soit (fig. 193.) la portion de couronne de cercle AGED 4 B le plan horisontal d'un mur déchifre de Vis à jour, portant de fond comme en *a b m* DE de la fig. 194. ou la projection horisontale d'un Limon soutenu en l'air en saillie, comme le convexe AB de la fig. 195. qui est un *quartier de Vis suspendu* ; ou enfin la projection d'un Limon concave comme A' B' *d e* de la fig. 193.



185.
184.
186.
188.
189.
192.

PAR tous les points A, B, C, D, E du diametre AE, on lui élevera des perpendiculaires indéfinies, comme AI, CM, EL, &c. puis on divisera le demi cercle B 4 D en autant de parties égales qu'il y aura de marches dans cette partie d'Escaliers.

NOUS suposerons dans cet exemple qu'il y en a sept, sçavoir six Collets de marches entiers entre les points 1 & 7, & deux moitiez de Collets entre les points B 1 & D 7, suposant leurs autres moitiez dans une rampe droite, ou en continuation de révolution dans un autre demi cercle.

PAR tous les points des divisions des marches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, on tirera du centre C des lignes 1 1^x, 2 2^x, 7 7^x, 6 6^x, &c. qui couperont le côté convexe du Limon AGE aux points 7^x 6^x, &c. par toutes les extrémitez de ces lignes 1 1^x, 2 2^x, &c. on menera des verticales paralleles à la ligne AI.

ON prendra ensuite une base d'élevation sur une ligne A^2 O, parallele à la ligne AE à telle distance qu'on voudra de cette ligne, laquelle ligne A^2 O coupera toutes les perpendiculaires provenant des points A, C, E, aux points o^1, o^2, o^3 m^1 &c.

ON portera au dessus du point o^1 successivement les hauteurs données des marches aux points 2, 3, 4, 5, 6, 7, & les demies hauteurs des demis Collets B 1, D 7, l'une en dessous de o^1 en z^r, l'autre en dessus de la plus haute de 7 en E^2; & par tous ces points O, 1, 2, 3, &c. on tirera autant de paralleles à la ligne AE, qui couperont les verticales élevées sut tous les points A 1^x 2^x, &c. qui sont au contour convexe AGB en des points y^1, y^2, y^3, y^4, &c. par lesquels on tracera à la main la ligne A^2 *y m y* E^2, qui représentera en projection verticale l'hélice qui se forme à l'arête convexe du dessous du Limon, qui passe par les angles de dessous de chaque marche du côté de la Vis.

LES mêmes lignes horisontales passans par les points 1, 2, 3, 4, &c. de la verticale EL, couperont les verticales provenant des points 1, 2, 3, 4, &c. de l'arc B 4 D, en des points z^1, z^2, z^3, z^4, &c. par lesquels on tracera la courbe B^2 *z m z* D^2, qui sera la projection verticale de la courbe de l'arête concave du Limon du côté du noyau vuide, laquelle courbe croisera la précedente A^2 *m* E^2 au point *m*, qui représente lui seul les deux points de la projection horisontale 4 & G du milieu du Limon entre les points A & E vers les marches, & B & D vers le vuide.

Ces deux courbes étant tracées, on prendra la hauteur que l'on veut donner au Limon, qui doit exceder celle des marches par dessus & par dessous d'une certaine quantité qui est arbitraire, comme de trois ou quatre pouces par plusieurs raisons. 1°. Parce que ce Limon sert d'*Eschiffre* pour y loger les têtes des Collets des marches. 2°. Pour lui donner plus de solidité. 3°. Pour déborder les ressauts que les angles des marches font de l'une à l'autre ; l'une de ces hauteurs en dessus s'apelle le *Socle* du Limon, l'autre en dessous le *Ressocle*.

La hauteur verticale du Limon étant déterminée, par exemple *k* *a*, on la portera sur toutes les verticales au dessus des points *y* de suite, pour avoir la courbe d'arête convexe sur les marches *a* M *e*, & de même sur tous les points *z* pour avoir la courbe concave vers le vuide *b* M *d*, laquelle croisera la précedente en M, comme celle de dessous en *m*.

Les quatre courbes des arêtes du Limon étant tracées, comme on les voit dans la figure, on leur menera des tangentes, à vûë seulement en dessus & en dessous, par exemple en dessus par l'angle *d* qui est le plus avancé, & à peu près vers T où la courbe s'éleve le plus ; on tirera la ligne LI, à laquelle on menera par le point B² une parallele *i* *l* au dessous.

Par ce moyen toute la projection verticale du Limon se trouvera comprise dans le Rhumboïde IL *l* *i*, qui montre quelle doit être l'épaisseur & la longueur de la pierre ou de la piece de bois qu'on doit tailler pour en faire le Limon, comme il est représenté à la fig. 196. par les mêmes lettres IL *l* *i*.

Presentement il faut tracer les courbes *b*² *g* *d* & I 4' L, qui sont les sections planes du creux cylindrique du noyau vuide B 4 D, & du rond ou convexe du côté des marches AGE, lesquelles courbes, qui sont des Ellipses, comprennent un espace I 4' L *d* *g* *b*², dont il faut lever un panneau.

Il sera facile de tracer chacune de ces demies Ellipses par le Prob. VII. du 2e. Liv. pag. 135. ou par le Prob. IX. pag. 145 du même Livre tome I. parce que les grands axes IL de la convexe, & *b*² *d* de la concave sont donnez, & la moitié de leurs petits axes C² 4', & C² *g* sont aussi donnez au plan vertical en CG & C 4 ; ainsi on pourra tracer ces demies Ellipses par un mouvement continu ou par plusieurs points, comme on a coutume de faire les cerches ralongées.

Nous avons supposé que le Limon faisoit une demie révolution B 4 D

la fig. 193. mais s'il en faisoit moins, comme par exemple moins Pl. 107.
'un quart en A n B (fig. 198.) la construction seroit encore la mê- Fig. 198.
ne. Ayant tiré du centre C de l'arc A n B les lignes CD, CE, CN, il s'agira de changer les arcs de cercles A n B & DNE en arcs d'Elipses de même profondeur, & sur des cordes données, qui seront celles que la hauteur des marches comprises dans l'intervale DNE donneront; par exemple, dans cette figure ces cordes seront les lignes de rampe $a\,b^2$, $d\,E^2$, qui se croisent en M, avec lesquelles on fera les cerches ralongées par le Corol. III. du Prob. IX. du 2e. Liv. pag. 147. mais comme nous devons parler plus au long de cette construction, lorsque nous traiterons des Limons tournans & rampans faits de plusieurs pieces, nous passons à la pratique de la taille du cas dont il s'agit à la fig. 193.

Aplication du Trait sur la pierre ou sur le bois.

POUR trouver la longueur de la pierre ou de la piece de bois qu'on Fig. 193.
doit employer à faire le Limon d'une piece, on tirera par le point L qui est le plus éloigné, une perpendiculaire L p sur la ligne $i\,l$ prolongée en p; la distance $i\,p$ sera la longueur qu'il convient de donner à la pierre ou à la piece de bois, quoique dans la rigueur elle puisse être plus courte de l'intervale $e\,f$ par le haut bout, & $i\,q$ par le bas; mais alors la courbe convexe ne seroit pas toute tracée sur les lits de la pierre où le panneau doit être apliqué, sçavoir à droite vers L au lit de dessus, & à gauche vers i au lit incliné de dessous; c'est pourquoi il convient pour la commodité & l'exactitude de l'exécution que la pierre soit un peu plus longue qu'il ne faut absolument.

L'EPAISSEUR de la pierre ou du bois sera donnée par la ligne L p, & sa largeur par la ligne CG du plan horisontal; ainsi avec ces trois dimentions on formera en pierre ou en bois selon la matiere dont on doit faire l'Escalier le Parallelepipede P r de la fig. 196. laquelle n'est pas rélative de grandeur à la fig. 193. faute de place.

ON prendra ensuite la longueur L d de la fig. 193. qu'on portera en L d de la fig. 196. puis ouvrant la fausse équerre sur l'angle obtus L d D, on portera cet angle sur la pierre en L d V de la fig. 106. pour y tracer la ligne d V, qui doit être en œuvre à plomb comme d D de la fig. 193. on prendra ensuite l'intervale $d\,b^2$ qu'on portera en $d\,b$ sur l'arête IL de le fig. 196. pour tracer par ce point b une ligne $b\,u$ parallele à d V. Les quatre points b, d, V & u serviront à poser le panneau I g L d 4' b^2 sur les paremens de dessus & de dessous de la piece de bois, comme il est représenté à la fig. 196.

Le contour de ce panneau étant tracé tant dessus que dessous, on abattra la pierre d'une courbe à l'autre avec la regle, qu'on tiendra toujours parallele à la ligne *d* V ou *b u* ; par ce moyen on formera une surface cylindrique *b* 4 *d* V *m u*, qui sera le parement creux vû du côté du vuide.

Par la même maniere, on abattra la pierre qui excede le contour convexe IGL, pour former le parement rond du côté des marches, dans lequel on doit loger par des entailles les têtes de leurs Collets.

Voila déja deux surfaces verticales du Limon formées, desquelles il faudra rétrancher les parties qui excedent trop le dessus & le dessous des marches, dont les angles s'élevent les uns au dessus des autres suivant les courbes en hélices, ausquelles les arêtes du socle & du ressocle du Limon doivent être paralleles.

Il faut donc tracer ces courbes sur les surfaces cylindriques concaves & convexes chacune en deux endroits parallelement entre elles, l'une en dessus pour l'arête du socle, l'autre en dessous pour l'arête du ressocle qui forme avec sa compagne le platfond, ou plûtôt une portion de coquille égale à la surface de l'épaisseur supérieure, ce que l'on peut faire de trois manieres différentes.

La premiere par le moyen des panneaux fléxibles, qui soient les dévelopemens des portions de surfaces cylindriques, dont l'une est concave, & l'autre convexe, suivant ce qui a été enseigné au Trait de la Vis St. Giles pag. 419. & fig. 230. du tome précedent, ce que nous repeterons en deux mots pour n'y pas renvoyer le Lecteur.

On fera, par exemple, pour le creux du Limon un triangle rectangle, qui aura, 1°. pour base horisontale l'arc B 4 D dévelopé, c'est-à-dire rectifié en ligne droite, 2°. pour hauteur à plomb la ligne *r d* de la fig. 293. qui est celle du point *d*, sur une ligne de niveau *b r*; l'hypotenuse de ce triangle rectangle achevera le panneau qu'on tracera sur du carton.

Si l'on aplique le côté *d r* sur l'arête *d* V de la fig. 196. & qu'on apuye sur le carton pour le faire plier, & joindre exactement dans la surface concave *b* SV le côté du panneau qui en est l'hypotenuse, marquera exactement le contour de l'hélice concave qui est marquée en projection verticale à la fig. 193. en *b* M *d*.

Il sera facile de tracer l'hélice parallele en dessus ou en dessous, en faisant le panneau en lozange, c'est-à-dire en parallelograme obliquangle,

iangle, qui aura pour grands côtez l'hypotenuse trouvée, & pour es deux petits côtez la hauteur verticale du Limon *a* A².

PAR la même méthode, on fera le panneau fléxible pour tracer l'hélice convexe qui est du côté des marches, en rectifiant l'arc AGE du plan horisontal pour faire la base du triangle rectangle, & se servant le la même hauteur *d r* qu'on a pris pour l'hélice concave, parce qu'elle est égale à *e* R pour la convexe, on a représenté deux pareils panneaux à la fig. 199. qui ne sont pas rélatifs à la fig. 193. mais qui suffisent pour l'intelligence de ce qu'on vient de dire.

LA *seconde maniere* de tracer les hélices des arêtes supérieures & inférieures des Limons sur leurs surfaces concaves & convexes est un peu moins simple, c'est de tracer dans la surface concave & sur la surface convexe cylindrique autant de lignes paralleles à l'axe, ou ce qui est la même chose aux arêtes *d* V, *b* B² de la fig. 196. qu'on éleve de perpendiculaires à l'épure de la fig. 193. sur le plan horisontal, c'est-à-dire dans cet exemple, six en dedans, & autant en dehors, suivant les distances prises quarrément égales à celles du plan horisontal B 1, 1'2, 2'3, &c. pour le creux, & A 1ˣ, 1ˣ 2ˣ, 2ˣ 3ˣ, &c. pour le rond convexe du côté des marches. Ensuite on prendra successivement toutes les hauteurs de ces lignes sur la base horisontale A² D, si le Limon porte de fond comme à la fig. 194. mais s'il est en l'air comme à la fig. 193. on ne peut prendre ces hauteurs pour les porter dans la pierre ébauchée à la fig. 196. parce qu'elle est vuide au dessous de l'arête B² V; alors il faut prendre la différence de chacune de ces hauteurs, & la porter successivement au dessus de la ligne de niveau que donnoit la hauteur précedente, comme 4'o, 5'o, 6'o, sur lesquelles on portera les differences des hauteurs *om*, *oz*5, *oz*6, &c. de la fig. 193. qui donneront les points *s*, 5, 6, *d*, &c. par lesquels on tracera à la main ou avec une régle pliante l'hélice concave, que l'on cherche, & sa parallele au dessous, de même la convexe & sa parallele en dessous pour le plat-fond du limon.

LA *troisiéme méthode*, qui est celle dont se sert M. de la Ruë, est encore plus composée, ordinairement peu correcte dans l'exécution, & demande une autre éppre que celle de la fig. 193. c'est de faire deux cerches ralongées sur les lignes droites *a e* & *b d*, qu'on n'y a pas tracé pour éviter la confusion, mais qu'il est aisé de faire; car si le Limon fait une demie révolution complete, ce sont deux demies Ellipses à décrire sur des axes donnez; sçavoir, pour la concave le grand axe *b d*, & le demi petit axe C 4 du plan horisontal, & pour la convexe on a le grand axe *a e*, & pour moitié du petit axe la ligne CG du plan

horisontal ; & si le Limon ne fait pas une demie révolution complete comme à la fig. 198. on pourra former ces cerches sur des cordes données en *a e*, *d b*, & avec les fléches données au plan horisontal *m n*, MN, on changera les segmens des cercles donnez en segmens d'Ellipses par le Corol. III. du Prob. IX. du 2e. Liv. pag. 147.

Cette maniere ne convient pas à de grandes portions de Limon, qui sont beaucoup convexes, parce que l'on n'a que deux points donnez aux extrémitez des cerches, pour regler leur position, ce qui n'est pas suffisant, parce que pour peu qu'elles soient inclinées au plan vertical passant par ces deux points elles donneront un faux contour, ce qui ne peut pas arriver en se servant d'un panneau pour former les surfaces cylindriques concaves & convexes, pour lesquelles on a besoin de panneaux ou de cerches.

L'usage de ces cerches est de les poser sur les extrémitez des lignes droites données, qui en sont les cordes, & de faire des plumées creusées en rigole concave vers le vuide, & en rigole convexe du côté des marches ; ensuite on abat la pierre entre les deux plumées, à la regle posée de l'une à l'autre sur des parties correspondantes, & l'on formera ainsi le creux & le rond des paremens qui doivent être à plomb.

S'il ne s'agit que d'une portion peu concave ou convexe, on pourra tracer les hélices des arêtes sur ces surfaces, sans autre instrument ni préparation de Trait, qu'avec une regle pliante qu'on posera sur les deux extrémitez de l'arête, & qu'on fera joindre à la surface courbe: la trace formée le long de la regle ainsi pliée, donnera une hélice à chaque position ; celles qui seront tracées sur la même surface par des situations de regles paralleles, seront semblables ; mais pour peu qu'elles soient plus ou moins inclinées, elles ne les seront plus.

Lorsque les joins du Limon sont à plomb, comme on a coutume de les faire en Charpente, on a à chaque parement creux deux hélices semblables & égales à tracer à l'intervale de la hauteur du Limon ; mais lorsque les Limons sont faits de plusieurs pieces, dont les lits sont en coupe, on a des hélices semblables à faire, mais non pas égales, parce que celles du dessous du Limon sont plus courtes que celles du dessus.

Suposant enfin que les hélices des arêtes soient tracées sur les paremens courbes cylindriques, concaves & convexes, par une des trois manieres que nous venons de donner, il ne s'agit plus que d'abatre la pierre à la regle de l'une à l'autre du dedans au dehors, observant

de tenir la regle dirigée à l'axe du cylindre, comme nous l'avons dit au commencement du second tome ; mais comme cet axe est imaginaire, parce qu'il est dans le vuide du noyau, il faut chercher quelque moyen qui puisse la guider dans cette position ; on le peut à peu près, en la tenant à vûë quarrément aux surfaces courbes, c'est-à-dire perpendiculairement à la tangente ; mais pour être plus sûr, il faut diviser les hélices compagnes en parties égales entre elles dans chacune, & poser la regle sur les parties correspondantes, comme du tiers de la convexe au tiers de la concave, du quart au quart, &c ce qui sera que la regle se trouvera de niveau sur l'ouvrage posé en place.

PAR ce moyen, on formera exactement une espece de surface que j'apellerai *Plano-hélicoïde*, parce qu'elle est composée d'une infinité d'hélices différentes, qui font cependant leurs révolutions en même tems au tour de l'axe du cylindre, duquel elles sont toutes équidistantes, & de plus qu'elle est croisée par une infinité de lignes droites dirigées à cet axe commun, en quoi je la distingue de la *Cylindrico-hélicoïde*, dont nous avons parlé en traitant de la Vis St. Giles, & des Noyaux & Moulures tournantes & rampantes des Escaliers précedens.

Quatriéme Espece de Vis à jour.

Lorsque le vuide est sur une base horisontale Elliptique.

NOUS avons démontré au Théor. IV. du 1er Liv. que la section oblique d'un cylindre creux d'égale épaisseur, étoit une couronne Elliptique, comprise par deux Ellipses semblables, mais qui n'étoient pas équidistantes, ce que l'on vient de voir sensiblement en jettant les yeux sur la section I *g* L de la fig. 193.

D'ou par l'inverse l'on doit tirer la conséquence, que si le vuide du noyau est Elliptique, l'épaisseur du Limon devroit être inégale horisontalement, si le côté des marches étoit tracé par une Ellipse semblable à celle du vuide, parce que les distances des Ellipses Asymptotiques ne sont égales que sur des diametres égaux, elles sont inégales d'un diametre à l'autre qui ne lui est pas égal.

LA démonstration en est très simple.

SOIENT (fig. 199.) les lignes *a c*, *b c*, les moitiez de deux grands axes donnez, & *e e*, *c d*, les moitiez de deux petits axes conjuguez aux grands des deux Ellipses semblables concentriques, qu'on apellè Asymptotiques, on aura par la suposition, & par la définition des

Asymptotiques *ac. bc :: ec. dc*, & en divisant *ac—bc=ab. ec—dc=ed :: ac. ec :: bc. de*; or *ac* moitié du grand axe est plus grand que *ec*, donc *ab* est plus grand que *ed*; *ce qu'il falloit démontrer.*

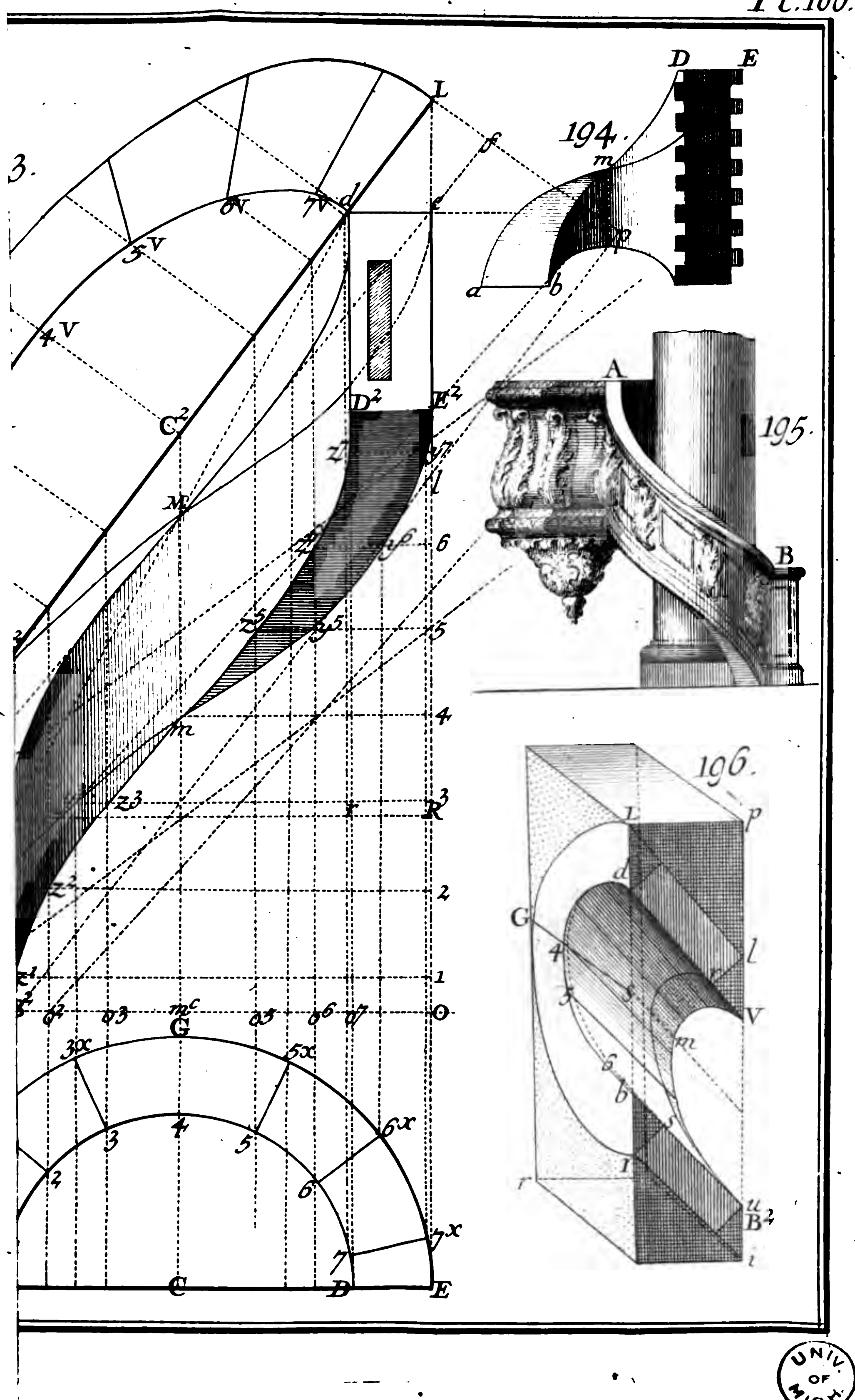
Il en est de même des autres diametres conjuguez, qui ne sont pas égaux, donc les Ellipses Asymptotiques ne peuvent avoir leurs circonférences équidistantes, car si *ab* est égal à *ed*, *ac* sera égal à *ce* & *bc=dc*, alors les courbes sont des cercles & non des Ellipses.

D'ou il suit que si la circonférence du vuide du noyau est Elliptique, l'arête du Limon, qu'on veut faire d'égale épaisseur ne peut être une Ellipse, mais une Epicycloïde, qu'il faut décrire, comme nous l'avons dit au 2e. Liv. pag. 141. en prenant au contour de l'Ellipse donnée plusieurs points à volonté, pour servir de centres à autant d'arcs que l'on fera avec la mesure de l'épaisseur du Limon, donnée pour rayon; la ligne courbe tangente à tous ces petits arcs sera l'Epicycloïde demandée, laquelle n'étant pas semblable à l'Ellipse donnée, fera nécessairement des jarrets aux extrémitez du grand axe, comme le montre la fig. 117. du 2e. Liv. & ce jarret sera d'autant plus sensible & choquant, que l'épaisseur du Limon sera grande à l'égard des diametres de l'Ellipse donnée, parce que les rayons des petits arcs de cercles qui forment l'Epicycloïde, se croisent vers le grand axe, où ils font un angle rentrant.

La seconde raison de l'impossibilité de faire un Limon d'égale épaisseur, lorsqu'une de ses arêtes est Elliptique, même par imitation, comme lorsque l'espace Elliptique est changée en Ovale par un assemblage d'arcs de cercles, est démontrée au 2e. tome à la pag. 390. & à la fig. 205. où l'on fait voir que les arcs concentriques sont impossibles, lorsque la distance de l'arc intérieur à l'extérieur est plus grande que celle du centre qui a été pris pour foyer sur le grand axe : car alors la figure inscrite n'ayant plus quatre centres comme la grande ovale, & les suivantes jusqu'au foyer, elle n'est plus une ovale, mais une figure de fuseaux comprise par deux arcs de cercles égaux, qui se croisent sur le grand axe, ce que le Graveur a mal exprimé à la fig. 205. où il a cru, malgré le modele de mon dessein, qu'il devoit arondir les pointes F & *f*; c'est une faute à corriger à la planche 59.

Les irrégularitez sont donc inévitables aux Limons qu'on veut faire d'égale épaisseur sur un contour Elliptique ou Ovale, à l'une de ses arêtes du dedans ou du dehors.

Ainsi il n'est pas étonnant que Maître Blanchard se soit aperçû de



194.
195.
196.

ıelque jarret vers les extrémitez des grands axes de la courbe ramnte sur une ovale; cette observation fait voir qu'il travaille avec soin, qu'il a du gout dans ce qu'il fait, puisqu'il a découvert sans le seurs de la Géometrie, une imperfection peu sensible, qui avoit écha: aux Artistes qui l'ont précedé; mais le reméde qu'il a voulu aporr fait voir qu'il auroit eu besoin de cette science, & son stile, qu'il oit besoin d'un peu d'étude pour écrire.

„ J'ai remarqué (dit-il, chap. 15.) dans le Traité de la courbe rampante de quelques Auteurs, qui disent qu'on peut faire toutes sortes de plans tant réguliers qu'irréguliers ; ils enseignent par leurs principes que les lignes des courbes ou Echiffres qui croisent, doivent partir du dedans de l'extrémité de la courbe rampante ; mais ayant fait la preuve de leur opération, j'ai remarqué (sur plusieurs plans irréguliers tel qu'est celui-ci *, qui est demi-ovale,) qu'ils se sont trempez, & que la courbe se trouve estropiée dans son flanc: il faut que les susdites lignes soient prolongées plus que de l'extrémité du dedans & du dehors ; ce qui cause cette difficulté, sont les têtes de l'ovale, qui sont plus concaves que les flancs ; ceux qui en feront en grand ou petit, traceront leurs marches sur la courbe débillardée seulement, ils en verront la verité, & l'expérience la leur fera mieux voir que la plume ne le peut expliquer, ni le Trait le faire connoitre.

* *La figure* 197 *est le même plan réduit en petit.*

Ce discours est d'un Ouvrier sans théorie, qui ne conçoit d'autre ıoyen de s'instruire que celui de la pratique, ignorant que la plume tout au contraire de ce qu'il dit) peut *mieux exprimer* les défauts que ːxpérience, parce que les raisonnemens Géometriques vont à un point e délicatesse, où le dessein le plus parfait ne peut atteindre ; c'est par ɛ raisonnement que nous condamnons la correction qu'il veut faire au éfaut qu'il a remarqué ; car quoiqu'elle soit si mal énoncée, & si peu ɛlative à sa figure, qu'elle est à moitié indevinable, il y établit une regle e hauteur constante pour des cas variables de hauteur & de contour 'hélice, „ comme il est d'usage, dit-il, pag. 47. au verso, que l'on ne donne que six pouces de hauteur de chaque marche ; à la premiere, vous n'en donnerez que quatre & demi ; qu'elle soit plus haute ou plus basse, vous suivrez toujours la même proportion. Par cet exposé on eut juger de la justesse de sa correction, mais suivons notre examen.

C'est le propre des hélices mal décrites de faire des jarrets ; or cel:s qui sont tracées sur des plans ovales par des points provenans des ivisions égales des girons & des hauteurs des marches, sont mal dérites, donc elles doivent faire des jarrets.

Premierement il eſt clair par ce que nous avons dit ci-devant, que les projections des arêtes des Limons ovales d'égale épaiſſeur n'étant pas des figures ſemblables ni ſemblablement diviſées, ne produiſent pas des hélices ſemblables ; ainſi faiſant l'hélice de l'arête du côté des marches relativement à leurs girons & hauteurs, celle du côté du vuide, faite par le même raport, aura des parties diféremment inclinées à l'horiſon, je veux dire, d'une maniere qui ne ſera pas uniforme, comme on le démontrera ci-après.

Blanchard ſemble avoir ſenti cette différence, lorſqu'il a dit, pag. 52. & 54. *qu'il ne falloit pas s'arrêter aux hauteurs préciſes des marches.*

Comme la courbe du côté du vuide de la Vis à jour eſt la plus aparente, il ſemble qu'on doit en faire l'hélice primitive & la plus réguliere, parce que la ſecondaire, qui eſt ſa compagne du côté des marches, ſera toujours moins réguliere dans les Limons ſur baſe ovale d'égale épaiſſeur.

Pour le prouver nous ſupoſerons, ſi l'on veut, que la projection de la Vis eſt une ovale plus correctement tracée que celle de la planche 20ᵉ. du livre du Sr. Blanchard, qui eſt compoſée d'arcs de cercles qui font des jarrets à leur jonction, ſur laquelle cependant réduite en petite, & marquée des mêmes lettres, nous allons faire notre raiſonnement.

Premierement, ſi l'on fait l'hélice primitive à l'arête du Limon du côté des marches, il eſt clair par la nature de l'Ellipſe qui en eſt la projection, ou de l'ovale qui eſt l'imitation de l'Ellipſe, que les largeurs des girons étant égales au Collet contre le Limon courbe, les cordes de ces diviſions égales n'auront pas, comme dans le cercle, même raport à leurs arcs, mais que ces arcs ſeront d'autant plus grands à l'égard de leurs cordes, qu'ils aprocheront du grand axe, & d'autant plus petits qu'ils aprocheront du petit axe.

Or faiſant les girons des marches, ſuivant l'uſage ordinaire, d'égale largeur & hauteur, les arcs d'hélice, qui répondent à des diviſions égales de leur baſe auprès du grand axe, auront une égale hauteur à parcourir en rampe, que ceux qui ſeront près du petit axe, quoiqu'ils ſoient plus grands en contour, donc l'hélice ſera plus couchée vers le grand que vers le petit axe, ce qui eſt contraire à la correction de Maître Blanchard, & qui eſt cependant évident & ſans réplique.

Secondement, ſi l'on fait les diviſions des girons de marches égales ſur une ovale moyenne priſe au milieu de leur longueur, comme il

le pratique à la fig. 22. & que l'on tire ces marches d'un seul & même centre à la projection. Il est clair que si l'on prend ce point au centre D de l'Ellipse, le défaut de la division augmentera au collet ou à la queuë des marches, ou elles seront inégales ; & si l'on prend ce point en F dans le petit axe prolongé, comme il fait à la fig. 120. hors du centre de l'ovale, & qu'il divise en parties égales un contour de la base du Limon en dedans ou en dehors ; celui de l'ovale qui répond à l'autre arête sera divisé en parties d'autant plus inégales que ce point F sera près ou loin du grand axe, & cependant ces arcs inégaux seront les bases des hauteurs des marches égales ; donc l'inclinaison de l'hélice changera à chaque marche, & par conséquent la progression de son élevation en rampe, n'étant pas uniforme, elle fera des jarrets, *ce qu'il falloit secondement démontrer.*

Ainsi supofant l'hélice primitive prise à une des arêtes du Limon, par exemple au dedans sans jarret, sa compagne à l'arête extérieure en fera nécessairement si le Limon est d'égale épaisseur.

Et supofant la base de deux Ellipses semblables, il est encore vrai que les divisions des arêtes des marches prolongées ne pourroient couper ces deux courbes en parties proportionnelles tant qu'elles seront droites ; une telle division ne peut se faire que par une ligne courbe, comme nous l'avons fait voir au 2e. tome, en parlant des Voutes en Sphéroïdes pag. 392. Nous allons rendre plus sensible ce que nous venons d'avancer par la fig. 197. qui est celle de Maître Blanchard *Fig.* 197. reduite en petit.

Soit la ligne ND, la moitié du grand axe de la projection en ovale de la courbe rampante, DM celle du petit axe, soit E le centre des marches, F celui de l'arc YM sur le petit axe, C celui de l'arc NY sur le grand axe, & de son concentrique H *q*.

Il est dejà évident que la premiere marche tirée du centre E par le point H retranche du contour de l'ovale extérieure l'arc N 13 ; par conséquent que l'arc d'ovale 13 M n'est plus semblable à l'arc HI intérieur, puisque celui-ci est un quart complet, & que l'autre est tronqué de sa partie 13 N, donc l'hélice extérieure de l'arête de la courbe rampante ne sera plus compagne de celle du dedans, puisqu'elle parcourt une moindre partie du contour de sa base que l'intérieure, ainsi dans son espèce elle sera plus roide.

Ce n'est pas encore là toute la différence de ces hélices entre elles, car non seulement leurs mouvemens d'élevation sont inégaux de l'une

à l'autre, mais encore dans chacune en particulier, de sorte qu'elles font encore des jarrets respectivement.

Suposant le point Y à la jonction des deux arcs de cercles tracez de différens centres pour former l'ovale, sçavoir NY du centre C, & MY du centre F ; il est clair que la ligne YE, qui sera la direction d'une des marches, ou de son arête, ou de son milieu, ou du tiers de son giron, &c. ne passera par aucun de ces centres, ou tout au plus ne pourra passer que par un des deux, puisque les trois points F, E, C, ne sont pas en ligne droite ; par conséquent elle ne peut passer par les jonctions des deux arcs Y & *q*, qui doit être suivant la bonne construction dans la ligne FY, qui passe par le centre C, donc la ligne EY ne peut diviser proportionnellement les contours des ovales extérieures & intérieures.

Car si la ligne de direction de la marche passe par le point Y à l'arc extérieur, elle passera par un point *y* à l'intérieur en dessus du point *q* de la jonction, donc l'arc H *y* est d'un plus grand nombre de dégrez que l'extérieur NY, lequel est dejà tronqué par la direction E 13 de la premiere marche de la partie N 13, par conséquent l'arc Y *z* 13 est considerablement plus petit en nombre de dégrez que l'arc *y* RH, mais les hélices ausquelles ils servent de base doivent s'élever à même hauteur depuis leur départ H 13 qui est de niveau, jusqu'à leur arrivée à la hauteur donnée *y* Y, qui est aussi égale en Y & *y*, donc l'hélice extérieure sera considerablement plus inclinée que l'intérieure sur H *y*, ce que nous avons dejà prouvé ci-devant.

Mais on va voir que le contraire de ces différences d'inclinaisons arrivera depuis les points *y* & Y vers le petit axe DM ; car puisque les arcs NM & HI sont semblables en ce qu'ils sont chacun un quart d'ovale, & que l'arc *y* H est plus grand que l'arc YN, l'arc MY sera plus grand que l'arc I *y*, & cependant les hélices qui les ont pour bases s'élevent à même hauteur l'une & l'autre, depuis la ligne Y*y*, qui est essentiellement de niveau à la ligne MI, laquelle est aussi de niveau à une hauteur donnée d'une marche & un tiers, par exemple de huit pouces, donc la partie d'hélice extérieure YM sera plus inclinée que celle de l'intérieure *y* I, quoique son autre partie Y 13 fût plus roide que l'intérieure *y* H ; par conséquent ces deux hélices ne s'élevent pas d'un mouvement uniforme, donc chacune d'elles fait un jarret respectivement en différent sens à la jonction des arcs de cercle de leur base suivant la ligne Y *y*, *ce qu'il falloit en second lieu démontrer.*

Donc si l'intérieure est réguliere, l'extérieure fait nécessairement des jarrets, & au contraire.

Di

De cette connoiſſance des hélices ſur une baſe ovale, on conclura facilement que Maître Blanchard, n'ayant pas connu d'où venoient les jarrets, n'a pû y aporter un bon remede ; on peut même dire que ces irrégularitez, ou dans les girons des marches, ou dans les arêtes de la courbe rampante du Limon, ſont inévitables.

Car 1°. ſi l'on veut que l'hélice primitive en dedans ſoit réguliere, l'extérieure ne le ſera pas, ou la ſurface ſupérieure du Limon, que j'apelle Plano-hélicoïde, ne ſera pas réguliére à ſon tour, parce qu'elle ne ſera pas compriſe entre deux hélices compagnes; ſi l'on prend l'hélice extérieure primitive réguliére, il en ſera de même à l'égard de l'intérieure ſecondaire.

2°. Si l'on veut que les girons des marches au collet ou à la queuë, ſelon que le Limon eſt concave ou convexe, ſoient parfaitement égaux à la jonction de la courbe rampante, les jarrets de cette courbe ſont inévitables au dedans & au dehors, comme on vient de le démontrer.

3°. Si l'on fait la courbe de l'hélice réguliere, & qu'on veüille qu'elle paſſe par les arêtes des marches, ou parallelement à ces arêtes, il faut que les girons ſoient inégaux au collet, ou à la queuë ſi le limon l'eſt, ou ce qui eſt tout-à-fait impraticable que leurs hauteurs ſoient inégales, c'eſt cependant l'expédient que prend Maître Blanchard pour faire ſa correction du jarret, lorſqu'il dit qu'il ne faut donner que *quatre pouces & demi de hauteur à la premiere marche*, quoique les autres en ayent ſix, & qu'il faut diviſer le reſte en parties égales, ce qui ne peut en aucune façon ôter le jarret, comme nous venons de le démontrer. Il faudroit diminuer ſur les hauteurs de ſuite proportionnellement, ou élargir & reſſerrer les girons, comme le demanderoit l'hélice de la courbe rampante débillardée, & faite ſur une hauteur totale donnée pour un certain nombre de marches, faiſant l'arête de l'hélice primitive du côté le plus aparent, lequel eſt quelquefois le convexe comme aux rampes des chaires de Prédicateurs fig. 195. & au quartier de Vis ſuſpendu, & le concave dans les Eſcaliers de Vis à jour, ſans s'embarraſſer du paralleliſme de cette hélice avec les arêtes des marches, ſi on les veut abſolument égales à la queuë ou au collet, ou leur donnant un peu plus & moins de largeur, ſi l'on veut conſerver ce paralleliſme de l'arête de la courbe avec celles des angles des marches.

Quant à cette correction, ſoit des hauteurs, ſoit des largeurs des girons, il eſt évident qu'elle dépend de l'inégalité des axes des ovales qui rendent les hélices plus ou moins rampantes vers le grand & vers le petit axe, à quoi Maître Blanchard n'a eu aucun égard.

De ce que nous venons de dire des inégalitez des hélices aux arêtes extérieures & intérieures des Limons en courbes rampantes, il est aisé de conclure que plus les intervales de ces hélices seront grands, plus aussi les jarrets de la secondaire seront sensibles, si elle est formée sur le même Trait provenant des marches égales tracées d'un même centre E ; de sorte que si ces intervales devenoient très grands, comme dans ces Vis vûës des deux côtez, à doubles Limons aparens vers le creux & vers le rond, comme on en voit souvent à des perrons; les jarrets deviendroient extrémement sensibles, si on pouvoit les voir tous les deux ensemble ; mais alors chacun des Limons doit être fait à part rélativement à la partie des marches qu'il termine au collet ou à la queuë.

Seconde construction de la Courbe rampante, lorsqu'elle est faite de pierre de plusieurs pieces.

La différence qu'il y a dans la construction des Courbes rampantes de bois avec celles de pierre de plusieurs pieces, consiste en ce que pour le bois on fait les joins en lit à plomb, pour assembler les pieces suivant le fil du bois à tenons & à mortoises, ou à clef, & que pour la pierre il faut faire ces joins en coupe inclinée à l'horison, à peu près perpendiculairement à la direction rampante du Limon, afin que les pieces puissent s'apuyer les unes sur les autres, ce qui occasionne une différence de construction.

Fig. 198. Soit (fig. 198.) une portion de couronne de cercle DNEB *n* A; la projection horisontale du Limon tournant & rampant, que nous apellons simplement avec les Ouvriers, *Courbe rampante*, laquelle projection est comprise par deux arcs de cercles semblables A *n* B, DN E, dont le centre commun est en C, & qui ont pour cordes les lignes AB, DE, qui sont traversées à leur milieu par une verticale CM *e*² prolongée indéfiniment, laquelle est par conséquent perpendiculaire à ces cordes.

On menera des paralleles à cette verticale par les points A, B, D E, pour servir à former l'élevation de la courbe rampante, & on les traversera par une ligne horisontale OR, placée à volonté, pour lui servir de base.

Par un point *a* pris à volonté sur la verticale A *a*, on menera *a d* parallele à OR, qui donnera le point *d* sur la verticale D *d* ; puis ayant prolongé l'horisontale *d a* en Oʳ, où elle coupera la verticale E *e*, on portera au dessus du point Oʳ la hauteur de toutes les mar-

:hes, & parties de marches comprises entre les points A & B, qui est
a même que celle qui est comprise entre les points D & E, qui sera
par exemple, la hauteur O' E²; & parce que les points B & E sont de
niveau, on tirera par le point E² l'horisontale E² b², qui coupera la
verticale B b² au point b², par lequel, & par le point d, on menera
l'inclinée d b²; & si l'arc AB ou DE est un peu grand, on prendra un
point t un peu plus haut que d, pour tirer t T.

On tirera aussi par les points d & E² la ligne d E, & par les points
a & b² la ligne a b², qui croisera la verticale du milieu CM au point
M; ces lignes sont les projections verticales des cordes AB & DE du
plan horisontal, ralongées par la rampe, & ainsi croisées pour que
leurs extrémitez d & a, b² & E² soient à même hauteur.

Presentement il faut déterminer la position des joins de lit en
coupe sur un plan vertical passant per la corde AB du parement creux
de la portion de tour, dont l'arc A n B est la projection, ce que l'on
peut faire en deux manieres.

Premierement si l'on veut se contenter pour abreger l'opération
d'une coupe à peu près perpendiculaire, il suffira de tirer au point a
une perpendiculaire a P à la ligne a b², sur laquelle ayant pris à volonté
un point P, qui détermine la largeur a P de la courbe rampante,
c'est-à-dire du Limon, on tirera par le point P une parallele à a b²,
qui coupera la verticale B b² au point b, d'où l'on tirera une autre
perpendiculaire à la ligne a b² qu'elle coupera au point K, le parallelograme
a K b P sera le panneau de doële plate à faire au devant du
parement creux & vertical du Limon.

Comme cette opération ne fait pas le joint de lit exactement à angle
droit sur les arêtes courbes du Limon, parce qu'il faut qu'il soit
un peu obtus dans la projection verticale pour être droit dans le creux,
il faut opérer sur le dévelopement de la surface concave du Limon
du côté du vuide, & sur celui de la surface convexe du côté des
marches, ce qui rend l'opération plus longue & plus embarrassante
sans beaucoup de nécessité, si l'arc A n B est d'un petit nombre de
degrez, comme lorsqu'il est au dessous du quart de cercle; mais elle
sera convenable si l'arc, qu'une des pieces du Limon peut comprendre,
étoit beaucoup plus grand; nous la mettons ici pour qu'on puisse
opérer avec toute la précision possible, quand on le jugera à propos.

On rectifiera l'arc de cercle n A pour en porter la longueur sur la
base OR de l'élevation, depuis son milieu m' en a⁴ d'un côté, & en
r⁴ de l'autre

Par le point a^d on élevera la verticale a^d V, qui coupera l'horisontale *a d* en V, par où on tirera la droite VM, sur laquelle on fera un angle droit MV *u* ; la ligne V *u* sera la position du joint de lit en coupe sur le dévelopement, sur laquelle on prendra la largeur V *u* que l'on veut donner au Limon dans son parement creux.

Par le point *u*, on menera une horisontale *u x* perpendiculaire à l'axe CM, qu'elle coupera en *x*, & prenant cette longueur *u x* par parties, on la repliera sur l'arc *n* A de *n* en *p*, par où on menera une parallele à l'axe CM, qui coupera la ligne *u x* en un point P, plus près de *x* que le point *u*, par lequel P on tirera au point *a* une ligne *a* P, qui sera la projection verticale du joint de lit en coupe que l'on cherche, ou plûtôt ce sera la corde de sa projection qui devroit être une ligne courbe un peu Elliptique.

On menera ensuite par le point *u* une parallele à la ligne VM, pour avoir l'arête inférieure du Limon ; mais comme le point *u* est ici, & ordinairement très près du point P, nous n'avons pas jugé à propos, pour éviter la confusion, de multiplier les lignes qui peuvent se confondre ; cette ligne coupera la verticale provenant du dévelopement en un point près de *b*, que je prends aussi pour *b* à l'intersection de la ligne verticale B b^2, & de l'inclinée P *b*.

On menera par le point *b* une parallele à la ligne *a* P, qui coupera *a* M prolongée en H, où le dévolepement ne peut donner aucune différence sensible, parce qu'il est trop près de l'axe CM ; le parallelograme *a* H *b* P sera la projection verticale de l'intérieur creux de la piece de Limon en coupe.

Pour avoir la projection verticale de la partie convexe du côté des marches, il faudroit faire de même le dévelopement de la surface cylindrique, si l'on vouloit opérer avec une grande précision ; c'est ainsi qu'en use M. de la Ruë, mais il en résulte un inconvénient qui doit faire rejetter son Trait, c'est qu'il rend la surface du lit gauche, au lieu qu'elle doit être plane, parce que les joins montans qu'on avoit fait paralleles entre eux au dévelopement, ne le sont plus dans le renvelopement à la projection verticale, d'où il suit que le lit est gauche.

Il suffira pour la pratique de mener par le point *m*, où la ligne P *b* coupe celle du milieu MC, une parallele GL à la ligne *d* E^2, & par le point *d*, une parallele au joint *a* P, laquelle coupera GL au point G, duquel ayant tiré la ligne GP, on aura le trapeze *a* PG *d*, qui sera la projection verticale du lit inférieur de la piece de Limon qui fait la courbe rampante.

Pour la facilité de l'exécution, on prolongera le côté *a* P en F, où il coupera l'horisontale GF menée par le point G, & alors le panneau de lit se changera en un autre trapeze *a* FGD, dont on verra ci-après l'utilité.

La projection verticale du lit de dessus se tracera de la même maniere ; par le point H, on menera l'horisontale HI parallele à OR, qui coupera la ligne de rampe convexe *d* E² au point I, par lequel on menera une parallele au joint HB, qui coupera GL au point L ; le trapeze HIL *b* sera la projection verticale du lit supérieur, qu'on changera pour la commodité de l'exécution en un plus grand HILQ, en prolongeant H *b* jusqu'à l'horisontale LQ.

Par le moyen de ces projections verticales, on cherchera les projections horisontales. Premierement en menant G *g* parallele à CM, on aura le point *g* d'intersection avec l'arc DNE ; & menant à la même une parallele F *f*, on aura par son intersection avec la corde AB un quatriéme point *f* du trapeze D *g f* A, qui sera la projection horisontale du lit *d* GF *a*, & en même tems D *g p* A sera celle du vrai lit *d* GP *a*.

La projection du lit de dessus sera un peu différente ; on menera par le point L la verticale L *l*, qui coupera l'arc DNE au point *l*, & par I la verticale I *i*, qui donnera sur le même arc le point *i*, on prolongera la corde AB vers *q* ; la verticale abaissée du point Q donnera par son intersection le point *q*, & celle qui sera abaissée du point H sur l'arc A *n* B, donnera sur cet arc le point *h* ; le pentagone mixte *i l q* B *h* sera la projection du lit de dessus ; mais pour la commodité de l'exécution, il convient de prolonger le côté *i h* en K où il coupe la corde AB, & du point K, élever une verticale K *k*, qui coupera l'horisontale IH en *k*, ce qui change la projection verticale du lit de dessus HILQ en une plus grande *k* ILQ.

Les projections verticales & horisontales étant données, il sera aisé de former les panneaux de lit suivant nos regles générales expliquées au 3e. Liv. dans les Prob. X & XI, nous prendrons la méthode du XI qui employe les diagonales.

Par exemple, pour le lit de dessus, ayant tiré à la projection horisontale la diagonale *l*K, & à la verticale la diagonale *k* L, on en cherchera la valeur, parce que l'une & l'autre sont racourcies par la projection.

Pour cet effet, on prolongera l'horisontale LQ jusqu'à ce qu'elle

rencontre en S la verticale *k* K, fur laquelle elle donnera la hauteur *k* S du point *k* fur le point L ; on portera enfuite la longueur de la diagonale K *l* de la projection horifontale en S *l* ; puis ayant pris la longueur *l k*, on la portera en une figure à part, comme à celle cot-
Fig. 200. tée 200. pour fervir de bafe à un triangle K *b l*, qu'on formera avec le côté *k b* pris à la projection verticale, & la valeur du côté *b l* qu'il faut trouver en portant la projection horifontale fur la ligne LS de W en 6 ; la diftance 6 *b* fera la valeur que l'on cherche, avec laquelle, comme rayon, & du point *b* de la fig. 200. pour centre, on fera un arc, qui coupera celui qui a été fait avec *k b* de la projection verticale au point *b* de la fig. 200. enfuite fur la même bafe K *l*, on fera un fecond triangle KI *l* avec la ligne KI prife à la projection horifontale en K *i*, & la valeur de la corde *i l*, qu'on trouvera en portant cette corde du point Λ en *x* qui eft un peu au-delà de L ; la diftance *x* I fera cette valeur avec laquelle pour rayon, & du point *l* de la fig. 200. pour centre, on fera un arc qui coupera au point I, celui qui aura été fait avec le rayon K *i*, & du point K de la fig. 200. pour centre, le trapezoïde K *b l* I fera le panneau ébauché du lit de deffus que l'on cherche, lequel eft un peu plus grand qu'il ne faut d'un triangle mixte K *b b*, c'eft pourquoi on portera la longueur K *b* du plan horifontal en K *b* de la fig. 200. & l'on tirera la corde *b b*.

Il refte préfentement à tracer les côtez courbes de ce panneau *b n b* & I *e* L, qui font des arcs d'Ellipfe, lefquels font ordinairement fi peu courbes, qu'il fuffit d'en avoir les points de leur milieu pour les tracer avec une regle pliante.

Ces points de milieu feront faciles à trouver en divifant les cordes de la projection horifontale *i l* & *b* B en deux également aux points 9 & 8, fur lefquels on élevera les perpendiculaires *e* 9, *n* 8, qui feront les fléches de ces arcs qu'on tranfportera à la fig. 200. aux endroits marquez des mêmes lettres *e* 9, *n* 8, & le panneau du lit de deffus fera achevé.

On tracera de même celui de deffous, tel qu'on le voit à la fig. 201. par le moyen de la valeur de la diagonale D *f*, qu'on trouvera en portant fa longueur fur l'horifontal *r* F de l'élevation en *r z* ; la diftance *z d* fera la valeur qu'on cherche, laquelle étant tranfportée à la fig. 201. en *d f* fervira de bafe commune aux deux triangles *d* G *f*, & *d a f* qui fervent à donner les points des angles du panneau ; du point *d* pour centre, & de l'intervale DA pris à la projection pour rayon, on décrira un arc vers *a* à la fig. 201. & du point *f* pour centre, & de l'intervale F *d* pour rayon pris à l'élevation, on décrira un autre

arc, qui coupera le précedent en *a* de la fig. 201. ensuite du même point *f* pour centre, & de l'intervale *f g* pris à la projection horisontale, on décrira un arc vers G de la fig. 201. & du point *d* pour centre, & de l'intervale de la valeur de *d* G pour rayon, on en décrira un autre qui donnera le point G ; cette valeur se trouvera en portant la corde D *g* de la projection horisontale en *r a* sur l'horisontale *r* G prolongé, l'intervale *d a* sera la valeur demandée.

On aura donc le trapezoïde *d a f* G de la fig. 201. pour l'ébauche du panneau du lit de dessus, qui est trop grand de deux triangles G *f* P & *a* PY qu'il en faut retrancher ; pour cet effet, on prendra la longueur PF de l'élevation, qu'on portera en P *f* de la fig. 201. & l'on tirera la ligne PG ; ensuite on prendra la longueur *p f* de la projection horisontale, qu'on portera sur *f* G de la fig. 201. en *f p*, & l'on tirera la ligne *p a* qui coupera PG en Y ; la figure *d a* YG sera le panneau que l'on cherche, dont les côtez *d e* G, *a n* Y seront arondis, comme ceux du lit de dessus dont nous venons de parler, par le moyen des fléches 5 *n*, 7 *e*, pour changer les arcs de cercles D *e g*, A *n p* en arcs d'Ellipses, comme il a été dit au Prob. IX. du 2e. Liv.

Il reste présentement à tracer les panneaux de sections cylindriques inclinées, qui sont nécessaires pour former les portions de tour creuse du côté du vuide, & de tour ronde du côté des marches, qui font les paremens verticaux du Limon, c'est-à-dire qu'il faut faire des courbes ralongées de la même maniere que nous l'avons dit pour la courbe rampante d'une piece pag. 302. la seule différence qu'il y a, c'est que les joins de lit n'étant pas à plomb, les panneaux du dessus & du dessous ne sont pas les mêmes ; dans cet exemple le panneau du dessus est la portion de couronne d'Ellipse d^r I^r H^r a^r, & pour celui de dessous, c'est la portion de couronne g^r l^r b^2 p^r, qui sera portion de la même Ellipse si le vuide est circulaire, mais celle-ci sera une portion de couronne d'Ellipse différente de celle du panneau précedent, en ce qu'elle sera plus ou moins concave selon qu'elle s'aprochera ou s'éloignera du grand axe.

La terminaison de ces deux panneaux de section oblique suivant la ligne *d e*, ou si l'on veut *t* T prise à volonté, est donnée par la prolongation des verticales jusqu'à cette ligne de *p* P en P^n, où faisant en retour d'équerre P^n p^r égale à *z p* de la projection, on aura le point p^r qu'on cherche, ainsi du point H^r, *r*, d^r, I^r, l^r en dehors.

La maniere de tracer ces arcs d'Ellipses ralongez des arcs de cercles dont on a la projection horisontale, a été donnée en plusieurs endroits

de cet ouvrage, & en dernier lieu en parlant des joins de tête de la porte en Tour ronde ou creuſe.

M. de la Ruë au lieu des panneaux que j'employe pour la formation des ſurfaces cylindriques concaves & convexes, ſe ſert des cerches formées ſur les cordes rampantes *a* b^2, *d* E^2, mais cette méthode me paroit plus embarraſſante, & même moins correcte dans l'exécution, parce que pour faire uſage de ces cerches, il faut prendre garde de ne les pas incliner plus ou moins qu'il ne faut à l'égard du plan vertical auquel elles doivent être perpendiculaires, ce qui eſt difficile d'obſerver, & qui peut occaſionner de fauſſes plumées dans leur contour.

Nous ne parlons point ici de panneaux de dévelopement pour tracer les hélices ſur les ſurfaces courbes des paremens verticaux; comme les pieces de Limon de pierre ſont rarement bien longues, on peut ſupléer aux panneaux fléxibles par l'aplication d'une regle pliante apuiée ſur les deux extrémitez données aux angles de la pierre du côté convexe & du côté concave.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir d'une eſpece de doële plate au devant de la ſurface concave du Limon, qui eſt en ſituation verticale, on y apliquera un panneau à cinq côtez pris à l'épure ſur la figure *a*' *f* *b*'' F *a* *a*', dont le côté *a*' *a* eſt à plomb; ce qu'il faut obſerver pour bien faire l'excavation du parement creux.

On abattra la pierre ſuivant cette ligne *a*' *a* avec le biveau formé ſur l'angle DAB de la projection horiſontale, tenant ſes deux branches d'équerre à la verticale *a*' *a*; puis on fera couler le biveau dans la même ſituation toujours parallelement à lui-même le long du côté *a* F, abattant la pierre ſuivant cette ligne, à laquelle les branches du biveau, feront obliques; mais il ſera facile de les tenir dans cette ſituation en obſervant que l'une ſoit parallele à l'arête *d a*, & l'autre à une ligne *a m*', qu'on peut tracer ſur le panneau perpendiculairement à l'aplomb *a*' *a*.

Ou plus ſimplement, ayant tiré une ligne *d a* d'équerre ſur *a*' *a*, & ſur le ſecond parement qu'on vient de faire, on prendra dans cette ligne un point *d* à diſtance priſe à volonté, & par les trois points donnez *d*, *a*, F, on fera paſſer une ſurface plane ſuivant le Prob. I du 2e. tome.

On

On abattra ensuite à l'équerre toute la pierre qui excede les lignes a^r S, & b^n F, tant en dessus qu'en dessous, pour y former deux paremens, sur lesquels on apliquera les panneaux de la section oblique, sçavoir, premierement sur le parement supérieur, le panneau mixte $d^r a^r k$ H^r i^r compris par les trois lignes droites $d^r a^r$, $a^r k$, $k I^r$, & l'arc $I^r d^r$; secondement sur le parement ou lit de dessous, on apliquera le panneau mixte q^r $F^r b^2 l^r$, posant le point F^r sur le point F à l'angle du parement vertical, & la ligne $F^r b^2$ sur le côté F b^n de ce parement; on abattra ensuite la pierre suivant les côtez droits donnez $I^r k$, $k b^n$, & $b^2 l^r$ au lit de dessous pour former la surface du lit en coupe de dessus.

On apliquera ensuite sur les lits en coupe de dessus & dessous, les panneaux qu'on a tracé aux figures 200. & 201. dans la situation où ils doivent être, posant la ligne droite k q de la fig. 200. sur le côté k b^n de la fig. 198. dans cette situation on repairera le point b de la fig. 200. sur le lit rampant supérieur, & l'on tracera le contour du côté courbe I e l; on posera de même le panneau de la fig. 201. sur le lit en coupe de dessous, plaçant la ligne a f sur le côté a F de la fig. 198. & traçant le contour courbe d e G.

On aura donc ainsi les quatre côtez de la surface cylindrique convexe, suivant lesquels il faut abattre la pierre pour la former à la regle, dont il faut observer exactement la bonne position en situation de suposition verticale, ce que l'on fera facilement par le moyen d'une seconde regle posée sur l'arête a^r a, à laquelle la regle qui sert à former la surface cylindrique, doit toujours être parallele; c'est pourquoi il faudra borneyer celle qui est mouvante par la fixe sur a^r a, pendant qu'on la fera couler en l'apuyant sur les lignes courbes, le long desquels elle doit être apliquée; & la surface convexe cylindrique, qui est celle du côté des marches dans les Vis à jours dans une Tour, sera exactement formée.

Il faut former de même la surface concave, dont les quatre angles sont donnez par les panneaux de lit, desquels angles il n'y en a que deux dans la surface plane du premier parement qui a servi de doële plate diagonalement oposez; les deux autres sont repairez en dedans de ce parement sur les lits, l'un au lit de dessus en b de la fig. 200. l'autre au lit de dessous en Y, & dans les sections planes rampantes, ils sont renvoyez l'un en arriere suivant la ligne p^r, F^r au lit de dessous, suivant l'arête inférieure du lit marquée au panneau p f de la fig. 201. l'autre en H^r S au lit de dessus, suivant l'arête inférieure de ce lit au long de son arête, avec la section plane inclinée marquée f t au panneau de la fig. 200.

Sur les points donnez dans chacune des sections planes inclinées, on posera les extrémitez de la cerche ou du panneau concave *a p H'* pour celle de dessus, & l'arc *p* H' *b²* pour la section inclinée du lit de dessous.

Ces arcs étant tracez suivant le contour des panneaux, on aura les quatre côtez de la portion cylindrique concave qui reste à faire, laquelle sera creusée à la regle, comme il a été dit pour la convexe, en la faisant couler sur ces arcs, destinez pour lui servir d'apui, parallelement à la ligne verticale donnée sur le panneau vertical *a a*.

Il ne reste plus à present qu'à former les deux surfaces du dessus & du dessous du Limon que nous avons apellé plano-hélicoïdes, dont les arêtes sont des hélices qu'on pourra tracer avec un panneau fléxible, comme nous l'avons dit pour les Limons en courbe rampante d'une piece, ou simplement avec une regle pliante posée sur les angles des panneaux de lit correspondans dans chaque surface, sçavoir depuis le supérieur convexe à l'inférieur convexe de la même section du dessus au dessus, du dessous au dessous, & de même à la surface creuse, ce qui donnera quatre hélices, deux rondes & deux creuses, suivant lesquelles on abattra la pierre à la regle, qui doit être tenuë toujours horisontale en s'élevant en tournant, & toujours dirigée à l'axe du cylindre, comme il a été dit au commencement du second tome pag. 37 & 38.

Explication Démonstrative.

Puisque nous suposons que la courbe rampante a pour projection horisontale un cercle en dedans & en dehors, il est visible qu'elle doit être à la surface d'un cylindre, qui a pour base ce cercle, & parce que le Limon est d'une égale épaisseur, il sera terminé par deux surfaces cylindriques, l'une concave, l'autre convexe; la concave est du côté du vuide dans les Vis à jours, & du côté du plein dans les Escaliers tournans à vuide au tour d'un noyau plein, comme sont souvent ceux des chaires de Prédicateur.

On pourroit donc ébaucher la pierre en portion de cylindre Droit sur la base, & y tracer les hélices des arêtes du Limon par le moyen de leur dévelopement tracé sur du carton ou des lames de plomb, pour être apliqué dans la surface *creuse* ou sur la surface *ronde*; mais comme il y auroit trop de perte de pierre en retranchant les deux triangles solides cylindriques tournez en sens contraire, l'un en dessus du Limon à droite, par exemple, l'autre en dessous à gauche; nous

avons seulement formé la tranche cylindrique, qui comprend les hélices des arêtes les plus éloignées en dessus & en dessous, laquelle tranche est comprise par deux portions de couronnes d'Ellipses semblables, mais qui ne sont pas équidistantes, comme il est démontré au Théor. IV. pag. 31. du 1er tome ; cependant elles produisent des hélices équidistantes, parce que les sections rampantes cylindriques sont obliques à la surface du cylindre, & les rayons des hélices lui sont toujours perpendiculaires.

Il n'est pas nécessaire de démontrer ici la justesse de l'opération, par laquelle nous avons trouvé les sections planes rampantes du cylindre sur lequel est formé le Limon ou *Courbe rampante*, parce qu'il est visible qu'elle est la même que celle du Prob. IX. du 2e Liv. tome I. pag. 145. qui enseigne la maniere de trouver les sections obliques d'un cylindre, d'autant plus que nous l'avons déja mis en œuvre, & démontré au second tome en parlant de la Vis St. Giles ronde, tome 2e. depuis la pag. 419. jusqu'à la pag. 424. & démontré à la pag. 429.

Quant à la formation des surfaces gauches plano-hélicoïdes, il est clair qu'elle est conforme à ce qui a été enseigné de leurs générations au Corol. I. pag. 38. du 2e. tome.

REMARQUE.

Il faut remarquer que dans la construction de cette hélice nous n'avons aucun égard aux marches de l'Escalier de la Vis à jour, par les raisons que nous avons dit touchant les Vis de base Elliptique, où les cordes égales prises pour les largeurs des girons soûtiennent des arcs inégaux ; d'ailleurs cette courbe peut être indépendante de toute marche, comme peut être le couronnement ou l'apui d'une terrasse rampante, ou celui d'une fenêtre en rampe dans une Tour, qui sont des courbes rampantes de même espece que celles des Limons des Vis à jours.

Si l'on entre dans le détail de la construction d'un Limon, qui doit faire une espece de socle parallele à la tangente des arêtes des marches, il y a plusieurs petites observations à faire, par exemple, que si le vuide de la Vis, c'est-à-dire le mur d'échiffre, a pour base un demi cercle, qui se joint à deux branches de rampes droites paralleles entre elles, il ne faut pas commencer la division des marches à son diametre perpendiculaire à la direction de ces rampes, ou si on l'y commence, il faut alonger le Limon, parce que dans la rampe descendante, il faut qu'il avance en descendant de la hauteur de la

marche pour gagner le niveau de la suivante ; & dans la rampe montante, il faut qu'il s'éleve aussi d'une partie que donne la hauteur de ce socle sur la tangente de l'arête des marches.

Secondement, que cette partie de Limon, qui excede la marche, doit être seulement observée dans les Limons, dont les joins de tête sont à plomb, comme en Charpente où on les fait ainsi pour ne pas couper le fil du bois, & dans les Limons où ces joins sont en lits, non pas à plomb, mais fort inclinez, comme sont ceux du quartier de Vis suspendu, dont nous parlerons ci-après.

A l'égard des lits en joins de tête des Limons, qui sont perpendiculaires aux arêtes tournantes, ou pour mieux dire à leur dévelopement, comme sont ceux de la fig. 198. dont nous venons de donner le Trait, il n'est pas nécessaire de pourvoir à ces excès de longueur sur les marches ; ce sont de ces petites choses dont il suffit que l'Apareilleur soit averti pour prendre ses précautions dans la destination de sa pierre, ou le Charpentier dans la coupe de son bois, parce que l'habitude que l'un a du Trait, l'autre de l'assemblage lui fait d'abord concevoir ce qu'il doit faire, lorsqu'il est prévenu de ces petites remarques.

Corollaire

Du Quartier de Vis suspendu.

Si l'on faisoit une portion de Limon ou *Courbe rampante* d'une seule piece, qui fut assez engagée par ses extrémitez du haut & du bas dans un mur concave, ou plûtôt en angle rentrant, cet ouvrage s'apelleroit *Quartier de Vis suspendu*, sans égard au nombre de degrez du cercle, qui en seroit la projection horisontale.

Mais il est visible que si le contour de cette projection étoit un demi cercle, il faudroit qu'un tel Limon fût bien fortement retenu par ses extrémitez pour soûtenir un si grand *porte-à-faux* ; de sorte que pour donner à cet ouvrage quelque solidité, il ne convient pas qu'il soit plus grand que le quart du cercle dans sa projection, d'où vient le nom de quartier de Vis ; encore faut-il que les sommiers qui sont les premiers & derniers Voussoirs ayent de longues queuës bien engagées dans les murs.

Il est aussi visible que ce quartier ne peut être fait de pieces, dont la direction des lits & de leurs joints horisontaux concourent à l'axe de la Vis, comme dans la courbe rampante dont nous venons de par-

ler, parce que les Voussoirs étant plus étroits par dedans que par dehors, ils pousseroient au vuide & ne pourroient subsister ; c'est pourquoi il faut changer la direction horisontale des lits en les faisant paralleles entre eux, & à la perpendiculaire sur le milieu de la corde de l'arc de la projection horisontale du *quartier*, afin de déterminer leur poussée suivant la direction de cette corde, qui a des apuis à ses deux extrémitez dans les murs qui concourent en angle Droit ou à peu près, ou aux piédroits d'une Tour creuse, car on ne peut solidement établir un quartier suspendu sur une ligne droite.

Il faut donc donner aux lits une direction semblable à celle qu'on donne aux Voussoirs d'une porte en Tour ronde, & c'est en quoi consiste toute la différence du Limon en courbe rampante pour les Vis à jours, avec le quartier de Vis suspendu, suposant qu'il s'agisse de faire l'un & l'autre en pierre ; car s'il s'agit de Charpenterie ou de Menuiserie comme aux chaires de Prédicateurs, qui sont des quartiers de Vis suspendus, le Trait peut changer suivant la nature de l'assemblage convenable au fil du bois, & à l'espece du bois qui peut être affermi par les têtes des marches, ou par d'autres moyens dont il n'est pas ici question, comme des barres de fer, sur lesquels on ne doit jamais compter dans l'apareil ; cela suposé, il sera facile de faire le quartier de Vis suspendu par les mêmes moyens qu'on a fait la courbe rampante de plusieurs pieces, en changeant seulement la direction des lits en coupe ; mais pour ne pas embroüiller le Trait de trop de lignes, nous allons en mettre un à part avec une petite différence pour la disposition des cerches ralongées suivant l'idée du P. Deran, corrigée de l'erreur qu'il fait, & après lui M. de la Ruë, en les traçant en arcs de cercles au lieu d'arcs d'Ellipses.

Soit (fig. 202.) le quart de cercle ACB, qui comprend un quartier d'Escalier tournant CDE, dont les queuës des marches doivent être portées & soûtenuës en l'air par le Limon DABE, qui est une courbe rampante de la même espece que les précedentes, mais dont les pieces ou clavaux sont disposées différemment. *Fig. 202.*

On fera l'élevation, c'est-à-dire la projection verticale de ce Quartier, comme au Trait précedent, suposant qu'il comprenne quatre marches marquées au plan horisontal 1, 2, 3 E, on portera sur la ligne de base A^{e} B^{e} la hauteur de ces quatre marches de E^{e} en E^{2}, & l'on tirera les lignes D^{e} E^{2} & A^{e} B^{2}, qui seront les cordes des sections planes qui coupent la surface creuse D 2 E, & la ronde ANB obliquement ; de sorte que les arcs qu'elles soustendent sont des arcs d'Ellipses, qu'il sera facile de décrire par plusieurs points, comme

nous l'avons déja dit plusieurs fois, pour changer un arc de cercle, qui est la base d'un cylindre, en arc d'Ellipse qui soit la section de sa surface coupée par un plan, dont l'inclinaison à l'axe du cylindre est donnée; il ne s'agit que de diviser la corde *d e* rampante proportionnellement à la corde DE de niveau par le moyen des verticales *t r*, *m* M, *t r*, & de porter sur ces divisions d'abscisses, les ordonnées *t* 1, *m* 2, *t* 3, quarrément sur les divisions correspondantes *r* 1ᵉ, M 2ᵉ, *r* 3ᵉ, pour avoir les points *d* 1ᵉ, 2ᵉ, 3ᵉ *e*.

On tracera de la même maniere la courbe extérieure ANB sur la corde donnée *a b* rampante correspondante à la corde AB de niveau, & l'on aura les cerches ralongées nécessaires pour former les paremens creux & ronds, c'est-à-dire concave du côté de l'Escalier, & convexe dans le parement extérieur, ce qui est le contraire des Vis à jours, dont nous avons parlé ci-devant.

Il faut présentement donner une coupe convenable aux lits des clavaux, de maniere qu'ils concourent tous à un même point de la ligne du milieu M *m*; ce point ou centre de coupe peut être pris à volonté, cependant il faut observer qu'il ne soit ni trop loin, ni trop près, parce que s'il est pris fort près des clavaux, il rendra les arêtes des coupes fort aiguës vers *e*, & s'il est pris trop loin la partie suspenduë en aura moins de force.

Suposant ce point en *m*, on menera par les points G & *e* les lignes *e m*, G *m*, qui feront les coupes du sommier supérieur en *e m*, & de l'inférieur en G *m*.

Entre ces deux joins de lit, on fera la division de la quantité de clavaux qu'on se propose de faire, par exemple ici seulement de trois. M. de la Ruë prend pour termes de cette division l'intervale IK de l'interfection des coupes avec la projection verticale Dᵉ E² de la corde rampante de la partie creuse au bas des clavaux; mais le P. Deran faisant aparamment attention que si l'on prend les termes des divisions au haut ou au bas du sommier, & qu'on en divise l'intervale en parties égales, l'arête oposée est divisée par cette opération en parties inégales, ne fait sa division ni au haut ni au bas, mais sur une ligne H *h* moyenne entre les hauteurs des arêtes du dedans & du dehors c'est-à-dire du creux & du rond, en partageant *e f* en H, & G D' en *h*, ce qui me paroit plus convenable que la maniere de M. de la Ruë, qui n'a pas senti, ou fait cas de cette raison.

On divisera donc l'intervale L *l* en trois également aux points 5, 6, par où on tirera du centre de division *m* les coupes *m* 15, *m* 2ᵛ,

n 3", qui couperont les cordes rampantes en des points marquez au dessus x^1, x^2, x^3, & au dessous y^1, y^2, y^3, & z_1, z^2, z^3.

PRESENTEMENT on doit considerer ces lignes $x^1 z^1$, $x^2 z^2$ &c. comme les projections verticales des surfaces planes des lits des clavaux, qui sont perpendiculaires au plan vertical, passant par la corde de la projection DE ou AB, ce qui revient au même, & la projection horisontale de ces mêmes lits sera le quadriligne mixte X' Z' X' Z', dont on prolongera les côtez droits en P & k pour l'apliquer à la corde DE, alors cette projection sera X' Z' P k.

CES deux projections étant données, il sera facile de tracer les panneaux du lit de chaque Voussoir, prenant, par exemple, celui du lit de dessous du premier clavau, qui est celui du lit de dessus du sommier; on portera donc la ligne GK de l'élevation de la fig. 202. en *g k* de la fig. 203. avec ses divisions V, *q*, par lesquelles on lui menera des perpendiculaires indéfinies, dont on prendra les longueurs au plan horisontal; ainsi on portera la longueur P X' de la fig. 202. en *g* X, *p o* en *r* O, *ſ t* en *q t*, *k* Z' en K, & l'on aura la courbe XO *t z* pour le côté convexe, qu'on tracera par ces quatre points avec une regle pliante.

ENSUITE pour le côté concave, on prendra P *x* qu'on portera de *g* en *x*, *p y* de *r* en *y*, *t u* de *q* en V, & *k z* de la fig. 202. en *k z*" de la fig. 203. puis on tirera les lignes à peu près droites de *y* en X, & de *z*" en *t*, & une courbe par les quatre points *x y* V *z*", le quadriligne mixte *y* X *t z*" sera le panneau que l'on cherche.

ON tracera de même les panneaux des coupes tirées par les points 1" 2" 3", en quoi l'on voit la conformité de ce Trait avec le précedent.

IL faut observer que quoique nous ayons tiré des lignes droites de *y* en X, & de *z*" en *t*, ces lignes considerées dans la rigueur doivent être courbes, parce que ce sont des sections d'une surface plano-hélicoïde par des directions qui ne tendent pas à l'axe vertical de l'hélice, mais elles sont si peu courbes que ce seroit s'amuser à la bagatelle que d'en vouloir chercher la courbure par plusieurs points, ce qui n'est pas difficile, mais qui rendroit l'opération inutilement plus longue & plus composée; aussi le P. Deran & M. de la Ruë ont-ils pris toutes ces lignes pour des droites, ne s'étant aperçû d'aucune courbure dans l'exécution, quoiqu'il s'en trouve en effet dans le raisonnement, parce que par la génération des surfaces mixtilimes hélicoïdes, dont nous avons parlé au commencement du second tome pag. 37.

il eſt clair qu'il n'y a de lignes droites que dans les ſections par l'axe de l'hélice.

Pour ne pas faire les panneaux plus larges qu'il n'eſt néceſſaire, il n'y a qu'à retrancher la partie *x d* par une parallele à *g k* menée en *x d*, & de même au lit de deſſus une partie égale à celle qui a été retranchée au lit de deſſous, qui eſt le plus près du parement de ſupoſition verticale pour l'aplication du Trait.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir en quelque façon de doële plate, c'eſt-à-dire de ſurface plane verticale, par exemple, pour un premier clavau, on y apliquera le panneau du trapezoïde G 1, 1ʳ K pris à l'élevation de tout l'eſpace qu'occupe ce clavau ; puis on abattra la pierre à l'équerre ſur les deux côtez des joins montans pour former deux nouveaux paremens, ſur leſquels on apliquera les panneaux de lit, poſant la ligne *g k* de la fig. 203. ou ſa parallele *x d* ſur l'arête du lit & du premier parement, & traçant le reſte du contour ſur lequel on repairera les points *o*ʳ *o*ʳ pour tracer par ces deux points la ligne inſenſiblement courbe concave *o*ʳ *o*ʳ.

On en fera de même au lit de deſſus, puis avec une cerche formée ſur l'arc concave *d* 2ʳ *e*, on fera une plumée au premier parement, obſervant de poſer les parties de cette cerche immédiatement ſur celles de l'arête rampante à laquelle chacune convient ſuivant les aplombs pris dans l'épure, c'eſt-à-dire, par exemple, que le point N ſoit préciſement à l'équerre ſur le point 1ʳ, parce que cette cerche étant Elliptique, ce point N ne doit être ni plus haut ni plus bas ſans donner un faux contour, en ce que l'Ellipſe devient plus creuſe vers les bouts que vers le milieu, je veux dire du côté des extrémitez des grands axes, ce qui eſt évident.

Par le moyen de ces plumées, & d'une ligne aplomb repairée de l'arête du deſſus à celle du deſſous, par exemple, l'aplomb 1ʳ L, on creuſera la ſurface verticale concave cylindrique à la regle tenuë toujours parallelement à elle-même, & à la premiere ligne, dont on a déterminé les extrémitez ſuivant la verticale 1ʳ L.

On formera de même la ſurface convexe du dehors, puis poſant une regle pliante ſur les angles du panneau de lit du dedans au dedans aux arêtes du deſſus & du deſſous, on tracera dans le creux les deux courbes des hélices que doivent former ces arêtes, & on achevera,

198.

199.

202.

201

204.

200.

vera, comme il a été dit au Trait précedent, pour former les paremens gauches supérieurs & inférieurs des Limons ou courbes rampantes.

Quatriéme Espece de Vis.

Lorsque la base est une Spirale, & l'Hélice en Limace.

En termes de l'Art.

Des Volutes, Colimaçons, & Colonnes torses.

TOUTES les Hélices, dont nous avons parlé jusqu'ici, font leurs révolutions sur des surfaces cylindriques de base circulaire ou Elliptique ; celles dont il s'agit présentement font leurs révolutions sur des surfaces coniques sphéroïdes ou cylindroïdes de bases en spirale, telles sont les Volutes en situation quelconque. Nous nous attachons ici particulierement à celles que les ouvriers apellent *Colimaçons* d'Echiffres, que l'on exécute ordinairement au bas des Escaliers, tant pour en orner l'entrée que pour former une espece de colonne qui affermit les rampes de fer, dont on forme les apuis dressez sur le Limon.

AYANT choisi & tracé l'espece de spirale dont on veut faire la base du Colimaçon, comme par exemple à la fig. 207. la spirale circulaire *a* 2, 4 C, on lui tracera une compagne équidistante à la distance qu'on voudra, suivant l'épaisseur que l'on donne au Limon, & l'on en fera l'élevation suivant les regles ordinaires expliquées au 2e. Liv. pag. 267. & au 3e. pag. 205. en élevant des perpendiculaires sur la base, qu'on terminera suivant telle progression qu'on jugera à propos, observant d'accorder autant qu'il sera possible sans jarrets la pente du Limon droit avec la naissance de celle du Colimaçon, & de cette jonction on viendra en baissant toujours moins jusqu'à *l'œil* du Colimaçon, afin qu'il ne s'enfonce pas en finissant tout d'un coup dans un trou.

LA serie que l'on doit observer dans cette diminution ou augmentation de hauteur des perpendiculaires élevées sur la base est assez arbitraire, & au choix de l'Architecte qui doit se regler sur le nombre des révolutions de la spirale de son plan horisontal : nous proposerons ici la maniere la plus simple, & qui est d'un bel effet.

SOIT (fig. 207.) la spirale double ou volute *a* H 5 C 2' *b*, le plan horisontal du Colimaçon, on divisera le cercle de révolution GHEF en autant de parties égales qu'on voudra, par exemple en six, par les- *Fig.* 207.

quelles on tirera du centre C des rayons prolongez, qui couperont la ſpirale convexe aux points 1, 2, 3, 4, 5, &c. par leſquels on tirera, par le Prob. XXIX. du 2ᵉ. Liv. pag. 199. des perpendiculaires à la ſpirale 1 1', 2 2', 3 3', &c. qui donneront les directions des coupes des joins, ſi l'on fait le Colimaçon de pluſieurs pieces, mais qui ſerviront particulierement à former l'élevation de la partie concave proportionnellement à la ſurface convexe.

On fera enſuite l'élevation du Colimaçon en prenant une ligne de baſe BA, ou celle d'un petit ſocle au deſſus OR, à laquelle on menera des perpendiculaires indéfinies venant des points repairez au plan horiſontal, comme *b* F, *g* G', 7 K, 4 4', &c. ſur leſquelles on portera les différentes hauteurs que doivent avoir les points du contour des arêtes du Colimaçon, ſuivant la progreſſion de l'inclinaiſon qu'on ſe propoſe de donner au Limon tournant & rampant.

Cette progreſſion de pente eſt arbitraire, on peut la varier d'une infinité de façons en faiſant plonger la volute dans ſon *œil*, ou en relevant l'oeil au bas de la Volute ; nous propoſerons ici une maniere qui me paroit une des plus convenables.

Fig. 205. & 206. Suposant, par exemple, que le Colimaçon termine trois marches, comme on l'a repréſenté en perſpective à la fig. 205. on prendra la ſomme de la hauteur de ces trois marches que je ſupoſe égale à FO de la fig. 206. pour en faire le rayon d'un quart de cercle CD 10, qu'on tracera à part (fig. 209.) qu'on inſcrira dans un quarré DC 10 P, dont on diviſera le côté P 10 en dix parties égales, ſur leſquelles on élevera des paralleles à DP, qui couperont le quart de cercle aux points 1^b, 2^b, 3^b, &c. les lignes 1^b 1, 2^b 2, 3^b 3, &c. feront les hauteurs décroiſſantes du Colimaçon.

Fig. 209.

Pour raporter ces hauteurs à l'élevation 206. il faut diviſer le contour de la ſpirale de la baſe 207. en dix parties non pas égales entre elles, mais inégales ſuivant la progreſſion de la ſpirale qui ſe reſſerre à meſure qu'elle aproche de ſon centre, ce qu'il eſt facile de faire en diviſant le contour de ſon cercle de révolution GHEF en parties égales, comme ici en ſix, dont les diametres prolongez donneront les points 1, 2, 3, 4, 5, &c. au contour extérieur de la ſpirale.

A l'égard des diviſions du contour intérieur *g h* 10, elles ſeront données par les perpendiculaires menées à la ſpirale extérieure, comme 1 1', 2 2', 3 3', &c. leſquelles pourront être tracées à vûë d'oeil, ou plus exactement par le Prob. XXIX. du 2ᵉ. Livre pag. 199. ces perpendiculaires donneront les points 1', 2', 3', &c.

On tirera donc par tous les points de la spirale 1, 2, 3, 4, &c. 1^i, 2^i, 3^i, &c. des perpendiculaires à la ligne OR, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes de la fig. 209. sçavoir, la hauteur 1^b 1 en 1e 1^x de la fig. 206. la hauteur 2^b 2 de la fig. 209. en 2e 2^x de la fig. 206. ainsi du reste, & par tous les points trouvez tant au contour extérieur F 1^x 2^x 4e, &c. on tracera à la main une courbe telle qu'on la voit ponctuée depuis F en b^x, parce qu'elle est censée derriere l'objet aparent, & continuée par une ligne suivie depuis b^x *e* jusqu'en K.

On trouvera de même la courbe de l'arête intérieure G' b^x N *n*, & l'on aura la projection verticale du Colimaçon, de laquelle on peut faire usage pour ébaucher la pierre.

Mais pour tracer ces arêtes avec plus de précision & de commodité, il convient de faire le dévelopement des deux surfaces extérieure & intérieure du Colimaçon.

On rectifiera le contour de la base extérieure *b* H 4 7 10, qu'on portera par petites parties de suite sur une horisontale O 10 de la fig. 209. faisant la longueur O 1e égale à l'arc *b* 1 de la fig. 207. 1e 2e égale à l'arc 1 2 de la spirale 207. 2e 3e égale à l'arc 2 3, &c. & par tous les points 1e, 2e, 3e, &c. ayant élevé des verticales indéfinies, on les terminera par des horisontales menées par les points 1^b, 2^b, 3^b, &c. qui donneront par leurs intersections avec ces verticales les points 1^d, 2^d, 3^d, 4^d, &c. la courbe menée par tous ces points à la main ou avec une regle pliante sera celle du dévelopement de l'arête extérieure du Limon tournant au Colimaçon.

De la même maniere, ayant dévelopé le contour intérieur de la spirale *g h* 10 du point O au point N à la fig. 209. avec ses divisions 1^i, 2^i, 3^i, &c. on aura pour dévelopement de l'arête intérieure la courbe D 1^n 2^n 3^n *n*, dont tous les points 1^n 2^n, &c. sont sur les mêmes horisontales que les points 1^d 2^d du contour extérieur, afin que cette courbe soit toujours équidistante horisontalement de sa compagne, quoiqu'elle soit si différente dans le dévelopement.

Ces dévelopemens serviront à faire des panneaux fléxibles sur du carton, du fer blanc, ou des lames de plomb, qu'on apliquera sur les surfaces cylindroïdes, qui auront pour base les spirales de la fig. 207.

Il est visible que cette progression de lignes croissantes ou décroissantes tirées du cercle suivant une progression de sinus verses f^a 16,

$f 3$ 10, peuvent être changées en un autre de sinus droits f^2 2^b, f^3 3^b, &c. ce qui auroit donné une courbe d'inclinaison différente au Limon du Colimaçon.

Il est encore visible que si au lieu du quart de cercle D 10, on avoit pris un quart d'Ellipse sur le grand ou sur le petit axe, on auroit eu encore une courbe d'inclinaison différente, & que si l'on vouloit faire ressortir l'oeil de la volute, au lieu d'un quart de cercle on auroit dû prendre un plus grand arc, qui auroit rémonté au dessus de la ligne PX, qui est le socle où nous voulons que se termine la volute.

Une des principales attentions que l'on doit avoir dans le choix de la courbe d'inclinaison du Limon du Colimaçon, est de faire en sorte que le Limon droit qui termine les marches supérieures ne fasse pas de jarret avec le Limon tournant du Colimaçon à la ligne horisontale de leur jonction, c'est pourquoi il faut faire le profil du Limon droit à la premiere marche au dessus du Colimaçon, par exemple en *ab* fig. 208. à l'égard d'une horisontale DC ; puis ayant porté la longueur *b* 1 du plan horisontal rectifiée en O 1^a de la fig. 209. on élevera la verticale 1^a 1^d, qu'on terminera par l'horisontale 1^b 1^d, & l'on tirera la ligne D 1^d dont on comparera l'inclinaison avec celle du profil du Limon droit *ab* de la fig. 208. si ces lignes sont paralleles, c'est une marque que le Limon droit & sa continuation au Colimaçon en tournant ne feront pas de jarret, si au contraire le profil du Limon droit étoit plus couché, comme en *a d* de la fig. 208. il faudroit lui tirer une parallele par le point D, qui couperoit l'horisontale menée par le point 2^b au point 2^d, ce qui marque que le changement d'inclinaison du Limon ne doit commencer qu'au point 2 du Colimaçon à la fig. 207. dont la ligne O 2^a de la fig. 209. est le dévelopement.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de lit horisontal, on y apliquera le panneau de la partie du Colimaçon que la grandeur & hauteur de la pierre peut comprendre, par exemple 2 H 4 7 2, dont on tracera le contour, & les repaires des divisions 2, 3, 4, 5, 6, &c. puis on abattra la pierre, suivant ce contour, à l'équerre au lit de dessous, & on vuidera de même, autant qu'il sera possible, l'intervale qui reste entre les circonvolutions pour en former un cylindroïde semblable à un rouleau de carton de l'épaisseur du Limon.

Ce corps étant ainsi formé, on élevera des perpendiculaires sur le

lit de dessous par les points repairez à son contour 2, 3, 4, &c. qu'on fera égales à celles qui correspondent à ces nombres dans le quart de cercle de la fig. 209. & par les points de leurs hauteurs, on tracera avec la main ou avec une baguette ronde, droite & fléxible le contour de l'arête extérieure, l'intérieure se tracera de même ; puis avec la regle posée de niveau sur les points correspondans de la surface concave à la surface convexe, on abattra la pierre, comme il a été dit pour la courbe rampante sur une base Elliptique, c'est-à-dire en tenant toujours la regle quarrément sur la tangente de la surface, avec cette différence qu'au Limon Elliptique la regle doit être dirigée au centre sur les axes de l'Ellipse, & qu'ici elle ne doit jamais être dirigée au centre de la spirale, mais toujours un peu à côté, comme on le voit à la fig. 207. par les directions 1 1', 2 2', 3 3', mais elle doit toujours être tenuë de niveau.

Au lieu de se donner la peine de tracer les courbes par des points sur les deux surfaces concaves & convexes de l'ébauche du Colimaçon, on peut tout d'un coup en tracer les arêtes par le moyen d'un panneau fléxible tracé & contourné sur l'épure du développement de la fig. 209. sçavoir D *o* 10 X pour le parement convexe extérieur, & D *o* N *n* 4ⁿ D pour le parement creux, dans lequel on apliquera le panneau de carton ou de lame de plomb qu'on fera plier, en sorte qu'il joigne exactement à la surface concave, & que son côté droit ON soit posé sur l'arête du lit de dessous; dans cette situation, on tracera nettement l'arête du Limon, on en usera de même pour le côté convexe.

Seconde Espece de Limaces Cylindroïdes.

En termes de l'Art.

Des Colonnes Torses quelconques.

VIGNOLE, à ce que dit Daviler, est le premier qui ait donné des regles pour tracer les Colonnes torses, & tous les Architectes ont suivi son Trait, cependant on peut dire qu'il ne vaut rien, si l'on a intention de faire un corps régulier dans son espece, parce qu'il lui a donné sans s'en apercevoir des épaisseurs inégales à chaque circonvolution, comme nous le démontrerons ci-après.

CETTE espece de Colonne est un composé de trois hélices; sçavoir 1°. d'une demie circonvolution en Limace, qui s'ouvre depuis le milieu de la base jusqu'à la douziéme partie de la hauteur ; 2°. d'une

hélice cylindrique en continuation qui comprend cinq circonvolutions égales, & enfin d'une seconde Limace égale à la premiere, mais tournée en sens contraire, qui va en se fermant depuis la onziéme partie de la colonne jusqu'à son sommet où elle se termine à l'axe droit que les Architectes apellent *Cathete*.

Nous avons dit que la seconde hélice étoit cylindrique, parce que Vignole ne donne aucun renflement à la Colonne torse dans sa formation.

Pour donner au Trait de la Colonne torse, toute le généralité des variations dont elle est susceptible, nous la formerons de deux Limaces inégales tournées en continuation en sens contraire, dont les intervales des circonvolutions seront inégaux contre l'usage ordinaire, afin que le Lecteur se rende maître de cette petite matiere.

Apre's quoi nous examinerons la Colonne torse de Vignole, qui est la seule usitée depuis long-tems.

Fig. 211. Soit (fig. 211.) le cercle A 30 B 18 la projection horisontale de la plus grande amplitude que l'on veut donner à l'axe tortueux hélicoïde de la Colonne, qui doit être composé d'une double Limace, dont la premiere s'éleve du milieu de sa base en s'ouvrant jusqu'à une certaine hauteur, & la seconde reprend en continuation à cette hauteur & remonte au sommet où elle vient en se resserrant pour finir au milieu du couronnement au même axe droit ou Cathete, au bas duquel la premiere Limace avoit pris son origine.

D'ou il suit que si l'intervale du diametre AB est plus grand que les deux demies épaisseurs du corps cylindroïde plié en colonne torse; il restera au milieu un vuide comme dans les Vis à jours, avec cette différence, qu'il ne sera pas cylindrique, ni continué du haut en bas, mais en forme de fuseau comme HLK *l*, qui se ferme en H & en K, & dont la partie la plus renflée n'est pas au milieu, dans la supposition que les Limaces soient d'inégale hauteur.

Comme ces deux Limaces doivent se joindre par continuation, elles doivent avoir pour amplitude commune le diametre AB, & comme l'on veut qu'elles fassent chacune un même nombre de circonvolutions sur des hauteurs inégales, il faut déterminer les inégalitez croissantes ou décroissantes de leurs intervales, ce que l'on peut faire de différentes manieres & suivant différens raports : nous nous arrêterons à la plus commode, qui est celle du raport des tangentes.

Sur la base de la colonne *b a* prolongée, on prendra un point R.

à distance arbitraire de la Cathete 60^x Q, par exemple, de deux fois la longueur du diametre AB plus ou moins selon la hauteur de la colonne, & le plus ou moins d'inégalité que l'on voudra donner aux circonvolutions, car il est clair qu'elles seront d'autant moins différentes que le point R sera loin, & au contraire d'autant plus inégales qu'il sera près.

De ce point R pour centre, & d'un rayon pris à volonté, on décrira un arc de cercle Q 60, qui sera déterminé au point 60 par la ligne R 60^x tirée au sommet de la Cathete ; on divisera cet arc en tel nombre de parties que l'on voudra, qui sont ici soixante, lesquelles ne sont pas des dégrez, en commençant par le diviser en 6, & chaque sixiéme en dix.

Par toutes ces divisions 10, 20, 30, &c. & par le point R, on tirera des lignes droites qui couperont la Cathete 60^x Q en soixante parties inégales, par chacune desquelles on tirera des horisontales indéfinies paralleles à la base *a b*, & perpendiculaires à la Cathete que l'on cottera des mêmes nombres des divisions primitives comme 10^x, 20^x, 30^x, &c.

Il faut présentement faire les projections des Limaces supérieures & inférieures de la Colonne, qui doivent être la même tournée en sens contraire, parce que l'inférieure s'élargit en montant, & la supérieure se retrecit.

Ces projections doivent être des spirales qu'on peut décrire, comme la spirale d'Archimede, dont nous avons parlé au 2e. Liv. page 165. du tome I. Mais comme deux spirales de cette nature tournées en sens contraire, quoique sur un même centre, ne se touchent pas, mais se croisent en angle saillant à leur intersection, on peut se relacher de la régularité de la description de cette courbe, & se contenter d'une imitation imparfaite par des arcs de cercles, afin que la jonction des Limaces inférieure & supérieure se fasse sans jarret, ou du moins si l'on se sert de la spirale d'Archimede retournée, il faut effacer l'angle de la projection par un arc de cercle tangent à l'une & à l'autre : nous opérerons avec peu de délicatesse pour plus de facilité.

Soit le rayon C 30^b divisé en deux également au point 6, on décrira sur C 6 comme diametre, le demi cercle C 3 6 ; puis ayant divisé l'intervale 6 18, qui est le reste du diametre de la projection, en deux également, on décrira le demi cercle 6 10 18, qui touchera le précedent au point 6, & le demi cercle de projection 18 A 30^b au

point 18 ; la ſpirale C 6 18 A 30ᵇ ſera la projection de l'axe tortueux de la Limace inférieure, qui s'étend juſqu'au point de hauteur 30ˣ au deſſus de Q.

La même ſpirale ſera repetée au ſommet de la Colonne en ſens contraire, c'eſt-à-dire la partie de la droite poſée à la gauche pour ſervir de projection d'une maniere renverſée du haut en bas à l'axe de la Limace ſupérieure qui ſe renferme en montant.

Il faut préſentement raporter les parties de ces ſpirales de projection aux diviſions de l'axe droit ou Cathete, par leſquelles on a mené des horiſontales indéfinies ; c'eſt pourquoi il faut que le contour de la ſpirale ſoit diviſé en un même nombre de parties inégales que l'axe l'a été par les ſecantes provenant du point R ; ainſi puiſque nous avons diviſé cet axe en 60 parties, il faut auſſi que la ſpirale ſoit diviſée en 60. parties auſſi inégales, la progreſſion de cette inégalité devroit être la même que celle des tangentes, ſi la choſe valoit la peine d'être faite avec grande préciſion ; mais dans une choſe de peu d'uſage nous nous contenterons des à-peu-près faits à vûë d'œil.

Premierement, puiſque les tangentes, depuis la baſe juſqu'à la diviſion 10ˣ, ſe ſurpaſſent d'un excès à peu près egal, on pourra diviſer également le petit demi-cercle C 3 6 en ſix parties égales, & le ſecond demi-cercle 6 10, 18 en douze parties ; enſuite le troiſiéme demi-cercle 18, A 30ᵇ en douze autres, non pas égales, mais un peu élargies à meſure qu'on s'éloigne du centre C, ſe réglant à vûë ſur le raport des intervales de l'axe 10ˣ, 20ˣ, 30ˣ, &c. On en fera de même à la ſpirale ſupérieure en ſens contraire, c'eſt-à-dire, en s'élargiſſant vers le centre.

Si l'on vouloit operer avec plus de préciſion, il faudroit rectifier le contour de la ſpirale, & le diviſer proportionellement aux parties de l'axe, auſquelles elle répond, ce qui eſt fort aiſé ; obſervant, par exemple, que cette ſpirale coupe trois fois le diametre 30ᵇ, 18 ; ſçavoir, au point 6, au point 18, & au point 30ᵇ. Ainſi puiſque la hauteur totale Q 30ˣ eſt diviſée en 30. parties, chaque demie révolution complette en doit contenir 12, leſquelles font enſemble 24 parties, à quoi ajoûtant le quart de révolution, qui doit en contenir ſix, on aura trente parties en circonference de ſpirale, comme on en a trente en hauteur donnée ſur la baſe pour la premiere Limace, qui monte en s'ouvrant.

Par la même raiſon la ſupérieure, qui monte en ſe reſſerrant, doit
être

être divisé en même nombre de parties, parce que toute la hauteur a été divisée arbitrairement en soixante.

Presentement, puisque les parties de la spirale sont rélatives à celles des hauteurs des lignes horisontales, menées par les divisions de l'axe droit, il est clair qu'en menant des paralleles à cet axe par les divisions de la spirale, correspondantes à celles de la hauteur, on aura par l'intersection de ces lignes les points de projection verticale de l'axe courbe de la Colonne torse; ainsi la verticale menée par le point 10 de la spirale, coupant l'horisontale menée par le point 10* de l'axe, donnera le point *y* de l'axe courbe; l'intersection de la verticale 20 *z* avec l'horisontale *z* 20* menée par le point 20* de l'axe droit, donnera le point *z* de la projection verticale de l'axe courbe de la Colonne torse, ainsi des autres.

De même la verticale abaissée de la spirale supérieure par le point 35 de sa division, qui est faite en continuation de celle de la spirale de la base, donnera par son intersection avec l'horisontale 35* Y, le point Y de l'axe courbe en projection verticale, celle qui vient de la division 50, coupant l'horisontale 50* X, donnera le point X de même axe, ainsi du reste.

La projection verticale de l'axe étant tracée par plusieurs points, comme on la voit à la fig. 211. on la repétera à part, comme à la fig. 210. puis avec le rayon donné DA pour la demie épaisseur de la Colonne, & d'autant de points que l'on voudra prendre sur l'axe courbe, comme en *c*, *c*, *c* près & à volonté, on décrira des cercles, ausquels on menera une courbe à la main, qui les touche sans les couper, tant d'un côté que de l'autre, & l'on aura l'élevation de la Colonne.

Presentement si l'on veut faire une Colonne torse réguliere un peu renflée vers le tiers de sa hauteur, il est visible qu'au lieu des intervales inégaux des circonvolutions, on doit diviser la Cathete en autant de parties égales qu'on veut de circonvolutions, ainsi l'opération devient plus simple, parce qu'on doit suprimer celle qui dépend du secteur de cercle Q 30 R : au reste on fera l'élevation de l'axe courbe de la même maniere, & les contours de la Colonne, comme nous venons de le dire, & non pas suivant le Trait de Vignole que voici : il divise le cercle de la base de la Colonne en huit parties égales, & la hauteur en quarante-huit, par chacune desquelles il mene des paralleles à la base comme E *p*, *e q*, CP, qui lui servent à trouver l'axe courbe de la Colonne de la même maniere que nous avons fait ci-devant, que nous suposons ici la courbe P *a n m c* S ; puis ayant déter-

miné son épaisseur, il en porte la moitié de part & d'autre, de l'axe courbe, comme en *m* E & *m p*, *n e* & *n q*, *o* E & *o* Q, &c. puis par les points trouvez E, *e*, E; *p*, *q*, Q, il trace les contours de la Colonne, qui sont parfaitement semblables à celui de l'axe courbe, ce qui ne convient pas à l'uniformité de l'épaisseur de la Colonne, comme on va le voir.

Démonstration de l'irrégularité de l'ancien Trait de la Colonne torse de Vignole.

Il est sans doute de la régularité de la Colonne torse qu'elle soit faite d'un corps rond d'épaisseur uniforme dans toutes ses parties; or la Colonne tracée suivant la construction de Vignole, change continuellement d'épaisseur d'une circonvolution à l'autre, donc elle n'est pas réguliere ni formée par un corps exactement rond dans toutes ses sections perpendiculaires aux tangentes de l'axe courbe.

Fig. 213. Pour prouver la mineure, soit une portion d'axe courbe K *a b c d* considerée comme composée d'une infinité de petites lignes droites différemment inclinées à l'horison, comme le sont en effet toutes les petites cordes d'une hélice projettée sur un plan vertical, ainsi la partie *a b* peut être considerée comme verticale, la partie *b c* comme inclinée à l'horison, par exemple, de 30 dégrez, & la partie *c d* de 60 plus ou moins.

Cela suposé, il est clair que la véritable épaisseur de la Colonne à la partie de l'axe *a b* verticale, sera l'épaisseur horisontale *e m*, & *m p*, & sur l'inclinée *b c*; l'épaisseur doit être prise sur l'inclinée FG perpendiculaire à *b c*, & égale à *e p*; mais par la construction de Vignole cette épaisseur est prise en E *b* & *b* P parallelement à *e p*, donc le point E est au dedans de l'épaisseur uniforme de la Colonne de la quantité FE: or suposant l'angle E *b c* de 30 dégrez, la longueur E *i* ne sera que la moitié de E *b*, laquelle hypotenuse E *b* est égale par la suposition à F *i*, donc dans ce cas la Colonne se trouve rétrecie en EP d'une moitié de l'épaisseur qu'on lui a donnée en *e p*; par conséquent si le corps de la Colonne est rond, c'est-à-dire si la section en *e p* est circulaire, la section en E *p* sera ovale, & si la section en *e p* n'est pas circulaire, la Colonne ne sera pas exactement ronde, *ce qu'il falloit démontrer.*

Il est donc visible à la seule inspection de la fig. 213. que l'ancien Trait qui donne le contour *e* E *e* d'un côté & *p* P *p* de l'autre, s'écarte

confiderablement des vrais contours *e F x e*, & *p y G*, qui font la Colonne torfe d'épaiffeur uniforme.

D'ou il fuit que les courbes hélicoïdes, cylindriques ou en Limace des côtez opofez de la projection verticale de la Colonne ne doivent pas être femblables à la courbe de fon axe, contre la pratique du Trait de Vignole, ce que nous avons déja démontré ailleurs en d'autres occafions, lorfque nous avons parlé de la Vis St. Giles ronde, où nous avons montré que les hélices compagnes, quoiqu'équidiftantes entre elles, ne font pas pour cela femblables, parce que celle qui aproche de l'axe droit vertical eft plus roide que celle qui s'en éloigne davantage, laquelle eft plus couchée, ainfi de fuite.

D'ou il fuit encore que l'axe courbe ne partage pas en deux également toutes les fections horifontales de la Colonne, car fupofant, ce qui eft poffible, les points *n* & *b* de la fig. 213. réünis en un feul, il eft clair que F *n* eft plus grand que E *b*, qui eft par la conftruction égale à *n o*, donc F *n* eft plus grande que *n o*, par conféquent le Trait de Vignole, qui porte des parties égales de part & d'autre du point de l'axe *n*, ne peut donner qu'un faux contour, *ce qu'il falloit démontrer.*

DONC pour corriger le Trait de Vignole, l'axe courbe étant tracé, il faut en venir au notre, en traçant une grande quantité de cercles ou d'arcs à droite & à gauche de cet axe, pour mener par leurs extrémitez une courbe tangente, qui eft un Epicycloïde différente de chaque côté.

ON pourroit auffi ce me femble faire encore une petite réforme au Trait de Vignole, qui feroit de faire les deux Limaces du bas & du haut un peu plus hautes, en leur faifant faire une circonvolution complete au lieu d'une moitié à chacune; ma raifon eft qu'étant ainfi plus alongées, elles fe joindroient plus infenfiblement à l'hélice cylindrique qui fait le corps de la Colonne.

ENFIN fi l'on veut lui donner du renflement, il en faut venir à notre premier Trait, fans cependant rehauffer ni rebaiffer les intervales des circonvolutions que d'une quantité peu fenfible à la vûë, ce que l'on peut faire en éloignant beaucoup le point R de l'axe droit Q 60.

Aplication du Trait fur la Pierre ou fur le Bois.

SI la Colonne torfe eft cylindrique, comme celle de Vignole, on commencera par former un rouleau du diametre & de la longueur de la Colonne, ou de la hauteur que la pierre pourra porter fi elle eft

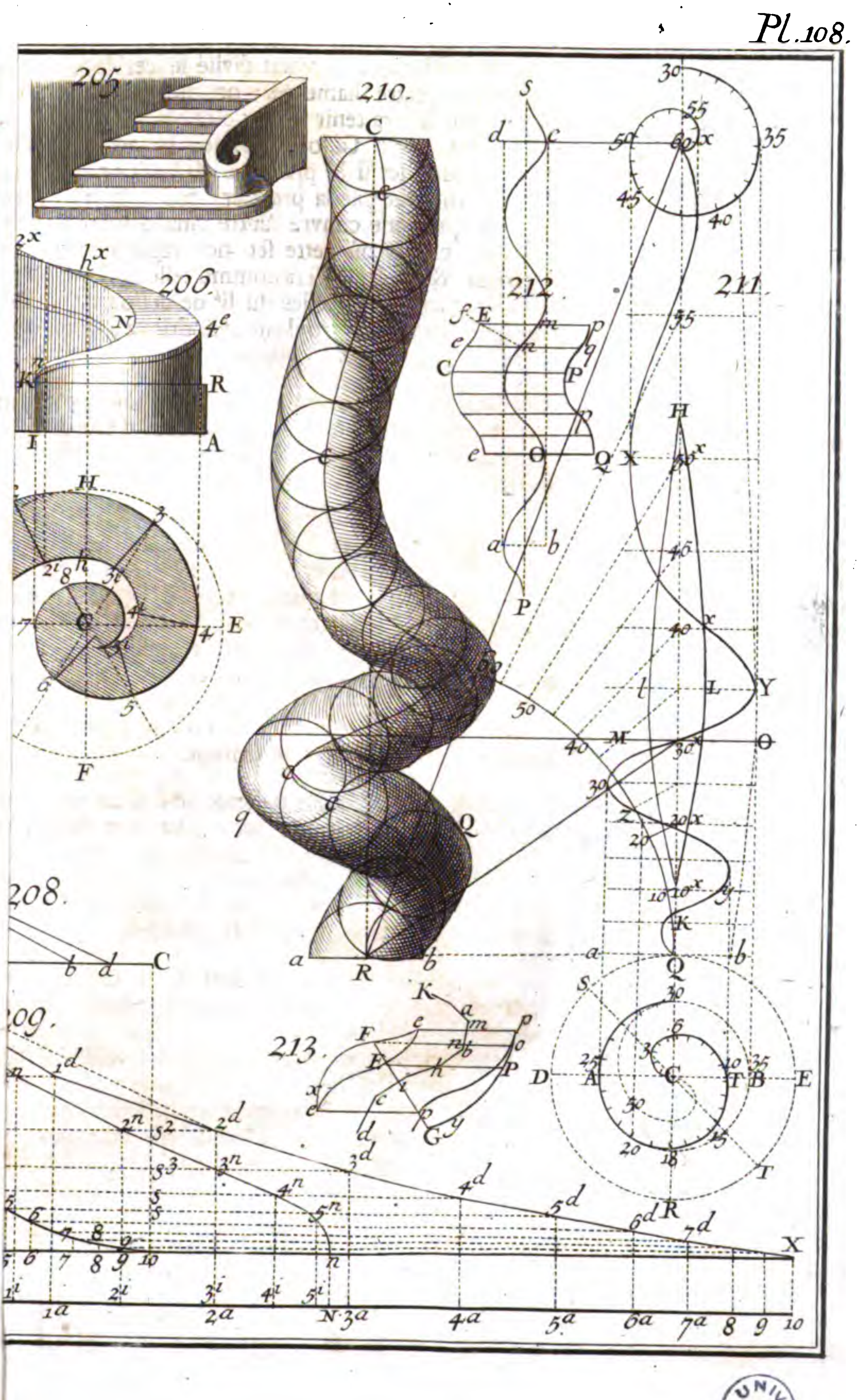
faite de tambours, & ayant divisé le cercle de la base en huit parties égales par quatre diametres, on mettra une regle sur un des diametres où on la fera tenir par quelqu'un, puis on en posera une autre à l'autre bout de la Colonne sur le centre de la base oposée, qui sera celle du sommet si la premiere est le lit de dessous, qu'on dégauchira en la borneyant par la premiere regle, la faisant tourner sur le centre, en sorte que l'une couvre l'autre sans la croiser, à la vûë on marquera les deux points où cette seconde regle coupe la circonférence du lit supérieur, & on la divisera comme celle du lit de dessous en huit parties, par lesquelles & par celles du lit de dessous, on tirera des lignes droites sur la surface du rouleau cylindrique, lesquelles seront des paralleles à l'axe droit ou Cathete.

On divisera chacune de ces lignes en 48 parties égales, & l'on menera de l'une à l'autre, en montant d'une partie, la ligne courbe, qui marquera la partie la plus saillante de chaque circonvolution de l'hélice.

Ensuite pour la creuser, on levera deux cerches oposées sur l'élevation que l'on a fait de la Colonne torse, avec lesquelles on creusera des plumées qui donneront le contour ondé vertical des côtez oposez, ayant soin de tenir le plan, j'entends la surface plane, de ces cerches par leur milieu dirigées à l'axe droit de la Colonne, sans quoi elles donneront de fausses plumées; les milieux de ces mêmes cerches un peu remontées ou rebaissées suivant les points donnez à la surface du rouleau, serviront à faire d'autres plumées sur les huit paralleles à l'axe droit, & par ce moyen on abattra la pierre de plumée en plumée assez près pour ne pas se tromper.

Quand je dis que les milieux de ces cerches serviront, étant posées un peu plus haut ou plus bas, pour faire de nouvelles plumées, j'entends seulement parler de la partie cylindrique, qui est comprise entre les deux demies circonvolutions qui sont en Limace, l'une à la base, l'autre au sommet, parce que les contours de ces deux extrémitez sont différens de ceux du fust cylindrique entre elles.

Presentement, si au lieu de la Colonne torse ordinaire, on en veut faire une à circonvolutions inégales & en Limaces, il faut commencer par faire un corps rond en fuseau émoussé par les deux bouts, semblable au fuseau du noyau vuide HLK *l*, ou pour en donner une idée plus nette, on fera une Colonne renflée, sur laquelle on tirera, comme à la précedente cylindrique, des lignes courbes qui ne seront pas paralleles à l'axe droit, mais qui seront dans le même plan de la section par cet axe.


205.
206.
208.
209.
210.
211.
212.
213.

On divisera ensuite ces lignes en parties inégales ; telles que les donne l'épure de la fig. 211. que nous prenons pour exemple, & on tirera d'une division à l'autre en montant les lignes hélicoïdes des parties les plus saillantes de la Colonne.

On levera ensuite des cerches des contours oposez, suivant lesquelles on fera deux plumées ; mais à cause de l'inégalité des circonvolutions, il faudra faire plusieurs élevations, par exemple, celle de la fig. 210. qui a été faite sur le diametre DE de la fig. 211. ne pourra servir que pour cette position, il en faudra faire une autre sur le diametre QR qui sera différente : ensuite une autre sur le diametre ſ T, ainsi de suite autant qu'on le jugera à propos ; pour faire de nouvelles plumées toujours dirigées à l'axe droit & de l'une à l'autre, on abattra la pierre ou le bois comme les plumées l'indiqueront, ce qui demande de l'adresse, & de l'attention pour bien évider la Colonne sans jarrets.



CHAPITRE DOUZIE'ME.

APENDICES CONCERNANT LE DISPOSITIF à la Construction des Voutes.

LES dispositions à la construction d'une Voute consistent en deux choses.

L'une à regler l'épaisseur des piédroits, qui est nécessaire pour leur donner une force capable de resister à sa *Poussée*, c'est-à-dire à l'effort qu'elle fait pour les écarter, & s'ouvrir.

L'autre à regler la force des cintres de Charpente, qui doivent soûtenir les Voussoirs pendant qu'on la bâtit, jusqu'à ce que la clef y soit mise, afin qu'ils puissent en soûtenir toute la charge sans en être écrasez.

I.

DE LA POUSSE'E DES VOUTES.

Quoique le détail de la construction des Voutes ne soit pas du sujet de cet ouvrage, les mesures que l'on doit prendre pour en établir solidement les suports, y paroissent tellement annexez, que les Auteurs qui ont traité de la coupe des pierres, ont cru devoir donner des regles pour déterminer l'épaisseur des *Piédroits*, afin qu'ils ne soient pas renversez par l'effort qu'elles font pour s'ouvrir; mais malheureusement ils n'en ont donné qu'une mauvaise, qui a sans doute eu beaucoup de part à ces facheux accidens de chutes prématurées, qui ont couvert les Architectes qui s'étoient fiez à cette regle, d'une honte qu'ils ne méritoient pas, car elle devoit leur servir d'excuse avant que de sçavans Mathématiciens en eussent démontré la fausseté, & donné de meilleures.

Cette regle dont je parle est celle du P. Deran, que Blondel & le P. Dechalles, qui étoient cependant Mathématiciens, ont suivi sans examen, & en dernier lieu M. de la Ruë, qui a ignoré aparemment que M. de la Hire en avoit donné une autre démontrée 16. ans avant qu'il eût publié son Livre.

M. *** Inspecteur & Directeur des Ponts & Chaussées, qui a eu

connoiſſance de cette regle, l'a rejettée pour en chercher une meilleure, ſans en comprendre ni la conſtruction ni la démonſtration, comme il le confeſſe ingenuëment dans ſa *Diſſertation ſur les Piles des Ponts* (pag. 4.) *M. de la Hire*, dit-il, *ce Sçavant du ſiécle prétend avoir démontré la Pouſſée des Voutes.*

A ce début on s'attend qu'il va découvrir quelque erreur; point du tout, il y trouve ſeulement à rédire (pag. 6.) qu'il n'a pû l'entendre, & par conſéquent que cette regle étant au deſſus de la portée des Ouvriers, elle leur eſt inutile. *Tant que nos penſées*, ajoûte-t'il, *ne ſeront pas aiſées à penétrer aux moins ſçavans, elles ne ſeront pas inſtructives, & par conſéquent deviennent inutiles à la poſterité* : mais, avec ſa permiſſion, ne ſuffit-il pas que nous puiſſions en profiter par la médiation des *plus ſçavans*, qui nous expliquent ce que nous n'entendons pas. Les ouvrages d'Euclide, d'Apollonius, d'Archimede, &c. ont-ils été inutiles à la poſterité, parce que les *moins ſçavans* n'entendent pas le Grec, & qu'ils contiennent des choſes difficiles à concevoir aux Ouvriers & à des plus ſçavans ; ce n'eſt pas une raiſon pour autoriſer les fauſſes regles qui peuvent être à leur portée, que de dire qu'ils ne ſont pas en état d'entendre celles qui ſont émanées du calcul Algebrique ; il ſuffit que ceux qui préſident à la conſtruction des Voutes ſoient aſſez dociles pour demander l'explication de ce qu'ils n'entendent pas.

NOTRE Auteur qui n'eſt pas un Artiſte ſans étude, & qui ſçait que les Mathématiciens n'avancent rien ſans preuve, auroit pû ſe faire expliquer ce que ſignifioient les expreſſions Algebriques de M. de la Hire, & il auroit vû que la hauteur des piédroits, l'épaiſſeur, & la charge de la Voute étoient néceſſairement compliquées dans la recherche de l'effort de ſa pouſſée, d'où il auroit conclu que la nouvelle regle qu'il avoit imaginé, n'entrant pour rien dans l'une ni dans l'autre de ces conſiderations, elle ne devoit pas être meilleure que celle du P. Deran qui a les mêmes défauts, & que ce qu'il prenoit pour une démonſtration de ſa prétenduë regle n'étoit qu'une pure illuſion.

IL pourra peut-être me dire que je demande plus de circonſpection qu'il n'eſt néceſſaire, puiſque dans un extrait de l'aſſemblée de l'Academie de Montpellier de l'année 1732. on trouve une nouvelle regle pour déterminer l'épaiſſeur des piédroits des Voutes, dans laquelle il eſt expreſſément dit qu'*on ne doit pas s'embarraſſer de la hauteur qu'ils doivent avoir.*

CE ſeroit faire tort à cette illuſtre Academie, que de croire que ce diſcours y ait été inſeré ſans correctif.

Le ſçavant Academicien qui donne cette regle s'eſt expliqué qu'il ne *la donnoit pas pour Géometrique*, mais ſeulement pour la commodité des Ouvriers, & qu'il ajoûtoit beaucoup à l'épaiſſeur néceſſaire au ſeul équilibre, & parce que les différences des hauteurs ordinaires dans la pratique n'augmentent pas les épaiſſeurs au de-là de celle qu'il a jugé néceſſaire, on peut par cette précaution ſe diſpenſer de faire attention à la hauteur des piédroits, mais non pas à l'épaiſſeur & à la charge de la Voute, à laquelle le P. Deran, ſes ſectateurs & M. Gautier n'ont eu aucun égard. On verra ci-après par un Probleme, que M. Daniſy m'a fait l'honneur de m'envoyer, les différences d'augmentations d'épaiſſeur de piédroits que produiſent leurs différentes hauteurs, preuve qu'il ne compte pas ces différences pour rien.

Des différentes Hypoteſes qui ont ſervi à la recherche de la Pouſſée des Voutes.

I.

Le premier Mathématicien qui ait travaillé à déterminer l'épaiſſeur que les piédroits des Voutes doivent avoir pour réſiſter à l'effort de leur Pouſſée, a été M. de la Hire de l'Academie des ſciences, qui joignoit à une profonde Théorie une grande connoiſſance des Arts, particuliérement de l'Architecture.

Ayant remarqué que la plûpart des Voutes, dont les piédroits avoient été trop foibles pour en ſoûtenir la Pouſſée, s'étoient fendues vers les milieux des Reins entre l'impoſte & la clef, il a conſideré la partie du ſommet compriſe entre ces deux fentes, comme un ſeul Vouſſoir en forme de coin, & les piédroits joins au quart de la Voute compris entre l'impoſte & la fente de chaque côté, comme ne faiſant qu'un ſeul corps avec cette partie; de ſorte qu'il conſidere dans une Voute en Berceau circulaire trois ſolides différens, l'un au milieu qui eſt une moitié de la Voute, & les deux autres qui en ſont des quarts comme étant joins aux piédroits, & ſur cette Hypoteſe il calcule l'effort que le coin du milieu fait pour écarter ſes deux apuis lateraux.

II.

Quoique cette premiere Hypoteſe fourniſſe une ſolution très ſûre pour la pratique, M. Couplet de la même Academie a jugé qu'on pouvoit trouver avec plus de préciſion l'effort de la Pouſſée des Voutes, en conſiderant en particulier chaque Vouſſoir, comme un coin qui faiſoit effort pour écarter ſes collateraux, & parce que ces coins peuvent

peuvent être considerez comme des corps polis, ou comme grenus & raboteux, il a examiné le résultat de chacune de ces suppositions, pour déterminer l'épaisseur des piédroits.

III.

M. Danisy de l'Academie de Montpellier, pour se délivrer de la necessité de toute hypotese, a consulté l'expérience en faisant faire des modeles de Voutes de différens cintres qu'il a chargé sur la clef, ou diminué la force des apuis de leurs piédroits au point où elles commencent à s'ouvrir pour voir ce qui arrivoit au moment de leur destruction, & en tirer des conséquences propres à déterminer l'épaisseur des piédroits, mais quoiqu'il ait donné une regle pour les Ouvriers, il n'a pas encore rendue publique celle qu'il a promise dans l'extrait de l'assemblée de l'Academie de Montpellier en 1732. Nous allons parler de chacune des solutions de ce Probleme.

PROBLEME I.

L'épaisseur d'une Voute cylindrique, sa charge, & la hauteur de ses piédroits étant donnez, trouver l'épaisseur qu'ils doivent avoir pour en soûtenir la Poussée.

Ce Probleme peut être résolu de plusieurs manieres différentes, comme nous venons de le dire.

Premiere Solution pour la premiere Hypotese d'un seul Coin, comprenant le quart de la Voute vers la clef.

En suivant la même Hypotese, on peut trouver l'épaisseur des piédroits demandée par deux manieres, ou par le calcul, ou par une *Construction* Géometrique.

Quant à la premiere, je n'ai rien à ajoûter à celle qu'a donné M. Belidor dans le Livre intitulé la *Science des Ingenieurs*, où il a trouvé une équation, dont il a fait une aplication à la pratique par le calcul d'une maniere très claire & très aisée pour toutes les Voutes cylindriques simples, & pour les platebandes.

Pour la seconde voye, qui est celle de la construction sans calcul, avec la regle & le compas, qui est plus commode & plus à la portée des Ouvriers, nous donnerons celle de M. de la Hire, que M. Gautier a regardé (pag. 6.) comme inintelligible, & l'on verra qu'elle n'est pas d'une exécution plus difficile qu'un grand nombre des Traits de la

coupe des pierres qu'on trouve dans les Livres du P. Deran & de M de la Ruë, dont les Apareilleurs font usage tous les jours.

Pour donner un exemple intéressant sur ce sujet, & apuyer ce que nous avons à dire par l'expérience, je proposerai ici un magasin à poudre d'une grandeur un peu au dessus de l'ordinaire, & des mêmes mesures que celui qui fut exécuté en 1732. dans une Ville de la frontiere, lequel par la foiblesse de ses piédroits s'écroula avant que d'être totalement décintré.

Pl. 109. Fig. 214. Soit (fig. 214) la figure AHED la moitié du profil d'un Bâtiment vouté en Berceau, dont la moitié du cintre à la doële est le quart de cercle BM*b*, & dont l'extrados est un égout de comble en ligne droite HA, passant à la distance LM de la doële où est sa moindre épaisseur.

Soit aussi la hauteur donnée BP du point B de la naissance de la Voute, au dessus du rez-de-chaussée PE, il faut trouver une ligne BX, qui détermine l'épaisseur du piédroit XBPy de force suffisante pour contre-balancer l'effort de la Voute qui tend à écarter le point B qu'elle pousse pour s'ouvrir & tomber.

Par le centre C du demi cintre BM*b* qu'on supose ici circulaire, ayant élevé la verticale CH parallele au piédroit BP, on divisera l'arc B*b* en deux également en M, par où on menera une seconde verticale MV, & l'horisontale indéfinie NW, qui coupera CH en F. On tirera du centre C par M la ligne CL, qui coupera AH en L.

On mesurera ensuite la surface mixte quadrilatere LH*b*M comprise par l'arc M*b* de la doële, & les trois lignes droites LH, H*b*, LM, en prenant tout le triangle LHC, dont on retranchera le secteur de cercle M*b*C, ce que l'on peut faire sans calcul avec la regle & le compas, comme nous allons l'enseigner pour la commodité des Ouvriers.

Ayant divisé la ligne LC en deux également en *m*, on menera par le point *m* la ligne *mk* parellele au côté LH, & par le point H une autre H*k* parallele à LC, qui coupera la précedente au point *k*; le rectangle L*k* sera égal au triangle rectangle CLH, dont il faut retrancher un secteur de cercle CM*b*.

On divisera l'arc M*b* en deux également au point 2, & l'on rectifiera l'arc *b* 2 qu'on portera en *bd* perpendiculairement sur CH, le rectangle C*d* sera égal au secteur CM*b*.

Il faut présentement retrancher ce rectangle C*d* du rectangle H*m*,

ce qui se fera en réduisant C *d* à même hauteur ou largeur que le parallelograme H *m*, (par la 44 du 1ᵉʳ Liv. d'Eucl.) sur BC prolongée, on prendra C *o* égal à C *m*, & l'on tirera par les points *o* & *b* la ligne *o x*, qui coupera *i d* prolongée en *x*; on portera la longueur *d x* en L *e* sur LH, & l'on tirera *e t* parallele à L *m*; le rectangle H *t* sera la valeur de la surface quadriligne mixte L *m b* H que l'on cherche.

On prendra ensuite la racine quarrée de cette surface en portant le côté *e t* en *e* K; puis ayant divisé KH en deux également en *c*, du point *c* pour centre, *c* K ou *c* H pour rayon, on fera un arc qui coupera *e t* en *y*; la ligne *e y* sera la racine quarrée que l'on cherche.

Presentement on portera cette racine quarrée du point M en *g* sur l'horisontale MF, & du même point M en G sur la verticale MV; par les points G & F, on menera GF, & par le point *g* la parallele *g* S, qui coupera MV en S.

On tirera ensuite par le point V, où la verticale MV coupe la ligne horisontale du rez-de-chaussée, la ligne VF, & par le point S, on lui menera une parallele SY, qui coupera MF en Y.

Par le point C, on tirera CT perpendiculaire à VF, qui coupera FMN au point T; on prendra ensuite la moitié de MY qu'on portera de T en N, puis en retrogradant on portera la distance PV de N en *u*; la longueur F *u* sera portée de l'autre côté en FW pour avoir le point W.

Du point M pour centre & pour rayon MY, on décrira le demi cercle Y *q* R, qui coupera MV en *q* & MN en R; du point W pour centre & de l'intervale WR pour rayon, on décrira l'arc RZ, qui coupera MV en Z; *la longueur Z q est celle que l'on cherche* pour déterminer l'épaisseur du piédroit en BX ou P *y*, parce que nous le suposons à plomb sans talud.

Résultat suivant des mesures données.

Suposant des mesures à ce Bâtiment telles qu'elles sont marquées par l'échelle au dessous de la fig. 214. on trouvera que le rayon ou demi diametre BC de la Voute en Berceau étant donné de 30 pieds, la moindre épaisseur LM aux reins de 3 pieds, celle à la clef H *b* de 10, & la hauteur du piédroit de 13 pieds & demi; l'épaisseur cherchée pour ce même piédroit a été trouvée par la construction de 11 pieds.

Observation sur l'expérience.

L'Experience a fait voir qu'un Bâtiment construit sur les mesures qu'on vient de détailler pour la hauteur des piédroits, la largeur du cintre, & la charge de son épaisseur aux différens endroits de la Voute, mais dont les piédroits n'avoient que 9 pieds d'épaisseur, n'a pû subsister, quoique apuyez par des contreforts de 4 pieds de queuë, & de 6 pieds d'épaisseur espacez de trois en trois toises, parce que la Poussée de la Voute a fait écarter les piédroits à l'imposte en les couchant en talud, de sorte que la Voute s'est aussi ouverte & enfoncée ; il est certain que si ces piédroits avoient eu deux pieds d'épaisseur de plus, comme le demande l'opération fondée sur l'hypotese de M. de la Hire, l'accident ne seroit pas arrivé, parce que dans l'état où les choses étoient, il est visible que les puissances de la Poussée de la Voute & de la résistance des piédroits aprochoient déja beaucoup de l'équilibre, puisque les parties décintrées dans la plus grande longueur de la Voute, ont subsisté quelques heures avant que de s'écrouler, de sorte que deux pieds d'épaisseur de plus auroient infailliblement fortifié les piédroits au-delà du nécessaire ; cependant suivant ces mesures, ils n'auroient encore été que dans l'état d'équilibre, auquel il n'est pas de la prudence de l'Architecte de se fixer ; il convient d'y ajoûter quelqu'épaisseur de plus, ou bien des contreforts.

On peut conclure de cette expérience que les regles du calcul & de l'opération, fondées sur l'hypotese de M. de la Hire, sont très sûres pour l'état d'équilibre entre la poussée de la Voute & la résistance des piédroits, & que si l'on y ajoûte quelque renfort, on se met hors de soupçon de fracture de la Voute.

Je ne dis rien de l'épaisseur de la maçonnerie qu'on peut épargner par le moyen des contreforts. M. Belidor en a donné le calcul ; cette construction expose le bâtiment à des fractures, si leurs queuës ne sont un peu épaisses & assises sur un fond très solide, & bâties d'une pierre de taille qui soit d'assez bonne consistance, comme il l'a lui-même fort judicieusement observé, parce que ce sont des apuis où se fait tout l'effort de la Poussée, lesquels s'enfoncent d'autant plus facilement dans le sol, qu'ils sont étroits & avancez au-delà du mur.

De la Poussée des Voutes en Cintres Elliptiques.

PREMIEREMENT,

Des surhaussez extradossez.

Dans l'exemple précedent, l'extrados étoit d'une nature différente de la doële, puisque la doële étoit circulaire, & l'extrados en ligne droite, ce qui formoit une épaisseur de Voute par-tout inégale ; ici nous suposons, ce qui est de plus ordinaire dans les bâtimens, que l'extrados est un arc concentrique ou équidistant de la doële, & que cet arc est Elliptique d'une Ellipse, dont le grand demi axe est vertical. Pour ne pas multiplier les figures, nous prendrons pour moitié du profil, celle de l'arc rampant de la fig. 217. que nous suposerons *Fig.* 217.
être telle en ARM *b e* sur la hauteur du piédroit donné AR.

Ayant divisé la moitié R *b* en deux également en M, on menera par ce point une tangente M *t* à l'arc Elliptique, par le Prob. III. du 2[e]. Liv. à laquelle on tirera une perpendiculaire MS*, qui coupera la verticale du milieu *b e* au point S*, duquel on fera usage comme du point C de la fig. 214.

Au reste l'opération sera en tout parfaitement égale, & même un peu plus simple à cause de l'uniformité de l'épaisseur de la Voute, par exemple, pour trouver la racine quarrée de la surface de la partie LM*b*H, on divisera l'épaisseur de la Voute LM en deux également en *m*, par où on menera l'arc *m n* équidistant de l'arc M *b*, & l'on portera cet arc moyen *m n* dans un endroit à part, comme à la fig. 215. où on l'étendra en ligne droite *m h*, à laquelle on ajoûtera la longueur *b* H, qui est l'épaisseur de la Voute de la fig. 217. pour faire sur la toute *m* H comme diametre, un demi cercle *m* XH, qui coupera *b* X perpendiculaire sur *m* H au point X ; la ligne *b* X sera la racine quarrée de la surface du profil d'une partie de la Voute LM *b* H, qu'on portera de M en *g* & de M en G, pour continuer l'opération de la même maniere que la fig. 214. laquelle donnera la longueur *q z* pour l'épaisseur du piédroit RX que l'on cherche.

SECONDEMENT,

Pour les Voutes Elliptiques surbaissées.

Soit (fig. 219.) le cintre surbaissé ponctué IE *d*, & son extrados *Fig.* 219.
i H 7. Ayant divisé l'arc IE en deux également en 2, on menera

par ce point 2 une tangente indéfinie (par le Prob. III. du 2e. Liv.) 2·3, à laquelle on tirera une perpendiculaire 2 S^x, qui coupera la verticale du milieu de la clef E *f*^x au point S^x au dessous de la ligne des impostes I *d*, duquel point on se servira comme du point C de la fig. 214. pour tirer une ligne *f*^x T à la ligne A *e*, qui coupera l'horisontale 2 T au point T, qui se trouve par cette construction beaucoup plus éloigné que le point Q provenu de la construction du plein cintre I *b d* de la même figure, d'où résulte une plus grande épaisseur de piédroit, au contraire de l'exemple précedent du cintre surbaussé, où le point S^x de la fig. 217. se trouve au dessus de la ligne des naissances XRC, d'où résulte que la perpendiculaire tirée de ce point S^x à la ligne FV, donne un point T de section avec l'horisontale MT beaucoup plus près de la ligne du milieu *b e*, que ne seroit celui qui proviendroit du plein ceintre, parce que le point G^x, d'où partiroit la perpendiculaire sur VF, est au dessous du point S^x.

On voit à la fig. 218. l'extraction de la racine quarrée de la surface.

On a rassemblé à la fig. 219. les deux constructions du plein cintre & du surbaissé pour en faire la comparaison, où l'on voit que leurs différences proviennent des différentes inclinaisons des tangentes L 4 & 2·3, qui ont été menées sur les milieux des arcs I L *b* & I 2 E, qui donnent les différentes hauteurs des points C & *f*^x.

Nous ne parlons pas ici des piédroits en talud, qui rendent l'opération beaucoup plus composée, parce qu'ils ne sont pas fort communs dans les bâtimens les plus usuels, comme les Magasins à poudre, &c. & que nous devons en parler sur une autre hypotese.

TROISIEMEMENT.

Pour les Arcs rampans.

Fig. 217. Si le cintre d'un Arc rampant est un composé de deux arcs de cercles, comme à la fig. 217. l'arc R *b* qui est composé de l'arc RM *i*, dont le centre est sur la ligne de l'imposte basse en C, & de l'arc *i b m* N, dont le centre est en *c* sur la ligne de niveau à l'imposte supérieure *c* N, il faudra chercher l'épaisseur du piédroit, qui convient à chaque partie de la Voute à droite & à gauche de la verticale HE abaissée du sommet *b* de l'arc rampant. Ainsi on divisera le petit arc supérieur *b m* N en deux également en *m*, par où on menera au centre *c* la ligne *m c*, qui coupera la verticale H *e* au point *c*; de même on divisera l'arc composé RM *i b* en deux également en M, par où

l'on tirera le rayon MC, qui coupera la verticale H *e* au point S* qui tiendra lieu du point C de la fig. 214.

On prendra aussi à part les moyennes proportionnelles entre les longueurs de l'arc de la moyenne épaisseur rectifié *m* K, & de l'épaisseur H *b*, comme on voit à la fig. 215. & entre l'arc moyen *k n* rectifié, & la même épaisseur H *b*, comme on voit à la fig. 216. pour avoir les racines quarrées *b* X, *n x* de la surface de chacune de ces moitiez de Voute, & en faire usage comme l'on a fait à la fig. 214. ce qui ne souffre aucune difficulté.

Si l'arc rampant est une courbe simple de quelqu'une des sections coniques, ayant cherché le point de sommité *b*, qui sera celui de l'atouchement d'une horisontale parallele à RC, on divisera comme dans tous les cas, le milieu de chaque arc entre l'imposte, & ce point en deux également, & l'on tirera par ces points M & *m* des tangentes, ausquelles on fera des perpendiculaires qui donneront les points *c* & *k*, comme l'on a fait pour les autres cintres Elliptiques, & l'on continuera l'opération comme à la fig. 214.

Comparaison & Remarque importante sur les regles des Auteurs qui ont traité de la Poussée des Voutes.

Si au lieu de la construction qui nous a donné les épaisseurs des piédroits, nous cherchions ces mêmes épaisseurs par les regles des Auteurs qui ont précedé M. de la Hire, nous trouverions qu'elles auroient été beaucoup moindres, & quelquefois de près de moitié de ce qui est nécessaire, suivant le plus ou le moins d'épaisseur, & de charge de la Voute & de hauteur des piédroits.

Par exemple à la fig. 214. suivant la méthode du P. Deran, qu'ont suivi Blondel, Dechalles & la Rue; ayant divisé l'arc B *b* en trois également au point 3, on doit tirer la droite 3 B 4, & faire B 4 égal à B 3 pour avoir le point 4, par lequel on tirera la verticale 4·5, laquelle selon eux détermineroit l'épaisseur du piédroit 5 B. Or il est visible que cette épaisseur étant moindre que XB d'une quantité considerable 5 X, qui est presque un tiers du tout XB, la Voute n'auroit pû subsister étant déja moindre de la quantité 6·5 que l'épaisseur 6 B qui n'a pas suffi; d'où il suit que la Voute bâtie sur de telles mesures auroit écrasé les Ouvriers qui l'auroient décintré.

La regle de M. Gautier dans cette circonstance aproche de la bonne épaisseur par un pur hazard, car si l'on aplique cette même regle

à la Voute de la fig. 217. on trouvera qu'elle ſe réduit à prendre pour l'épaiſſeur du piédroit la moitié de la corde Nb, laquelle étant portée en NG, tombe en dedans du point x qui eſt celui de la bonne épaiſſeur, par conſéquent qu'elle eſt trop foible en cette rencontre, & que la Voute culbutera en la décintrant.

Au contraire elle ſera plus forte au piédroit inférieur RX, ce qui fait voir qu'elle peut varier en trop ou en trop peu, ſuivant la charge de la Voute & la hauteur des piédroits.

Il eſt étonnant qu'aucun de ces faiſeurs de regle n'ait ſenti qu'il falloit plus d'effort pour ſoûtenir une grande charge qu'une petite, le diametre du cintre reſtant toujours le même, & qu'un piédroit fort élevé eſt plus facile à renverſer que celui qui eſt ſi court, qu'il n'eſt preſque pas diſtingué de la naiſſance.

Démonſtration de la Conſtruction.

La démonſtration de la ſolution du Probleme ſe trouve dans les memoires de l'Academie des Sciences, où M. de la Hire, qui n'ayant à parler qu'à des Sçavans du premier ordre, n'eſt pas entré dans un détail tel qu'il convient à des gens d'une claſſe beaucoup inférieure, ainſi il eſt à propos de l'expliquer.

Soit (fig. 219.) la portion de l'arc ſupérieur LMF $= ſſ$ la portion de l'arc inférieur ILM $= vv$. LE $= f$ CE $= e$; LA $= g$. IS $= b$. SA $= a$; TO $= b$ & HS largeur du piédroit $= y$, & par conſéquent TS $= \frac{1}{2} y$ dans la ſupoſition que la hauteur du piédroit ſoit égale à LA, il trouve cette équation

$$ſſeg - ſſfy - ſſfa = \frac{1}{2} yygf$$

Et poſant $ſſ = fm$, il la reduit à

$$meg - mfy - mfa = \frac{1}{2} yyg$$

& poſant encore $mf = ng$, & multipliant par 2 il trouve, $yy + 2ny = 2me - 2na$, qui lui donne la conſtruction que nous venons de décrire, dont la démonſtration ne ſe préſente pas aſſez facilement du premier abord pour qu'on l'aperçoive ſans méditation, lorſqu'on n'eſt pas beaucoup verſé dans le calcul, c'eſt pourquoi j'ai cru devoir y ſupléer en continuant la réduction de cette équation $yy + 2ny = 2me - 2na$, ſi l'on ajoûte à chaque terme nn, on aura $yy + 2ny + nn = nn + 2me - 2na$, & tirant la racine quarrée l'on a $y + n = \sqrt{nn + me - 2na}$, & retranchant n l'on aura $y = \sqrt{nn + 2me - 2na} - n$, dans laquelle on a la conſtruction qui donne $y =$ HS.

Pour

POUR découvrir les raisons pour lesquelles la grandeur $9 \cdot 8 = y = H$, il n'y a qu'à faire attention que les lignes de la construction donnent les Analogies suivantes.

A cause de EZ parallele à X 4, on aura

$LE\,(f) \,.\, LX\,(\sqrt{ff}) :: LZ\,(\sqrt{ff})\; L4\,(\frac{ff}{f} = \frac{fm}{f} = m$

à cause de AE parallele à 4 Y, on aura

$LA\,(g)\; L4\,(m) :: LE\,(f)\; LY\,(\frac{fm}{g} = \frac{ng}{g} = n$

& à cause des triangles semblables ALE, & QEC, on aura

$LE\,(f)\, LA\,(g) :: EC\,(c) \,.\, EQ\,(\frac{cg}{f})$ le reste de la construction est assez facile pour qu'on puisse la suivre sans autre explication.

PROBLEME II.

La hauteur des clavaux d'une plate-bande, & celle de leurs piédroits étant donnée, trouver, sans calcul, l'épaisseur des piédroits.

SOIT le rectangle ABEF, l'ouverture d'une baye fermée en plate-bande, dont la hauteur des clavaux est B *a*, & celle des piédroits AB; il faut trouver la longueur d'une ligne A *x*, qui détermine l'épaisseur des piédroits pour qu'ils soient d'une force capable de résister à l'effort que la plate-bande fait pour les écarter.

PAR la construction de l'épure ordinaire dans la coupe des pierres, on détermine l'inclinaison des lits des sommiers dans l'alignement BG du côté BC d'un triangle équilateral formé sur la plate-bande BE; en sorte que les trois lignes BE, BC & EC soient égales entre elles, & que les coupes GB, EK tendent au point commun C.

CELA supposé, ayant divisé la ligne DH en deux également en Q, & ayant mené QO parallele à BD, on portera la longueur QO en DY; & sur HY pour diametre, ayant décrit le demi cercle Y *m* H qui coupera BD au point *m*, on portera D *m* en BM, & on tirera AM du bas du piédroit par le point M, où on lui fera MP perpendiculaire, qui coupera le piédroit AB prolongé en P.

ENSUITE on portera la moitié de BD en DI, qui tombe ici tout près du point H; & sur CI comme diametre, ayant décrit le demi cercle C *n* I qui coupera BD en *n*, d'où l'on tirera la droite *n* C, à laquelle on fera *m x* parallele, qui coupera CI au point *x*.

On portera ensuite BP en DR pour tirer la ligne R ϰ, sur laquelle ayant pris R *d* égal à RD ou BP, le reste ϰ *d* sera la longueur de la ligne que l'on cherche, laquelle étant portée de B en X ou de A en ϰ, donnera l'épaisseur du piédroit qui doit soûtenir l'effort de la moitié de la plate-bande, de même que l'autre EF la moitié DK.

Ou *l'on doit encore remarquer l'erreur de la méthode de M. Gautier*, qui ne donne au piédroit que l'épaisseur B *e*, qu'il fait égale à BD moitié de la plate-bande ; cette méthode étoit très facile pour se faire entendre aux Ouvriers, c'est dommage qu'elle les expose à l'affront de voir leur ouvrage tomber en levant les étançons.

Remarque sur l'utilité de la Théorie prouvée par des Faits.

Quoique la Théorie de la Poussée des Voutes soit beaucoup mêlée de causes Physiques, l'expérience confirme cependant la justesse des regles qu'on en a tiré, puisque les Voutes qui étoient apuyées sur des piédroits plus foibles que ceux qu'elles donnent, se sont écroulées ; ainsi en suivant ces regles on ne court aucun risque de pareil accident, pourvû qu'on y ajoûte encore un peu d'épaisseur, parce qu'elles ne donnent que celles qui est nécessaire pour mettre la force de la résistance des piédroits en équilibre avec celle de la Poussée de la Voute ; or en cet état on s'expose de le voir rompu par le moindre accident ; sur quoi je raporterai un fait qui prouve la nécessité de cette précaution.

J'ai fait faire dans un ouvrage détaché une petite Chapelle Elliptique pour le détachement des soldats de garde, laquelle est inscrite dans un octogone alongé, couverte d'une simple Voussure couronnée d'un platfond, & n'ayant donné d'épaisseur au mur que celle qui résulte du calcul de la premiere hypotese ; je la fit décintrer aussi-tôt qu'elle fut achevée sans lui donner le tems de faire corps, elle subsista sans aucune fracture ; mais ayant eu trop de confiance à la belle saison, je ne me pressai pas de la faire couvrir, un orage avec une pluye abondante survint, laquelle remplissant d'eau les pores de la brique y ajoûta une nouvelle charge qui rompit l'équilibre ; il se fit quatre lézardes, une à chaque axe de l'Ellipse, qui n'ont pas eu d'autre suite depuis qu'elle a été couverte de son comble.

Sur quoi l'on doit faire trois réflexions utiles à la pratique ; la premiere, que l'on doit augmenter la force des piédroits au dessus de l'état de l'équilibre avec la Poussée, comme je viens de le dire.

La seconde, qu'on ne doit faire les Voutes qu'à couvert de, peur que la pluye ne les charge plus qu'elles ne doivent être.

La troisiéme, qu'on ne doit pas compter sur l'expérience des gens sans Théorie, quelques versez qu'ils puissent être dans la pratique, pour donner les mesures des épaisseurs des piédroits des bâtimens voutez dont ils n'ont pas d'exemple à imiter precisément, car en cela un vieux praticien est toujours un vieux ignorant; c'est une connoissance du ressort de la Théorie, que la pratique ne peut jamais leur donner; ils n'en peuvent tirer que des raisonnemens de comparaisons des ouvrages qu'ils voyent exécutez, dans lesquels ils sont sujets à se tromper pour peu que les cas varient; 46 ans de routine sans principe n'avoient pû instruire l'Architecte du magasin, dont on a parlé, du changement de mesure qui convenoit à sa grandeur & à sa charge, qui étoit un peu au dessus de l'ordinaire; il n'est pas le seul à qui pareille chose est arrivée par la même raison.

Ces évenemens ont fait injustement soupçonner d'honnêtes Gens de connivence sur la mauvaise construction, ou tout au moins de négligence à veiller à la solidité, & quoique l'examen de la qualité des materiaux les en ait justifié, le Public & bien des gens de considération, qui ne sçavoient pas qu'il fallût être Mathématicien pour donner de justes mesures des piédroits des Voutes, ont bien eu de la peine à revenir de ce faux jugement, & l'ont au moins rejetté sur la mauvaise qualité du sol de la fondation; mais les gens éclairez ont bien reconnu par l'inexécution des regles fondées sur la Méchanique, que celui qui avoit dirigé le bâtiment en question n'avoit peché que par un défaut de Théorie; suite naturelle & légitime du peu de cas qu'il a toujours affecté d'en faire, *spernit ignarus quod nequit assequi.*

Ce sont là, ce me semble, des argumens sans replique contre ceux qui méprisent la Théorie, & qui osent sans rougir avancer, comme Cartaud dans son septiéme préjugé, que les Mathématiques n'ont point contribué au progrès des Arts. En sçavoit-on autant avant l'année 1712? & faute de cette découverte combien d'autres Voutes sont tombées en pure perte pour ceux qui les ont élevé ou fait élever : je sçai de mon tems que cet accident est arrivé à trois magasins à poudre, à un grand Edifice élevé & vouté à trois étages pour la Chancelerie de Wirsbourg après avoir été achevé totalement; cependant ceux qui s'en sont mêlez étoient versez dans la pratique de l'Architecture; que répondre à cela? il faut donc avoüer que la Théorie en ces cas, est plus utile que la pratique dénuée des principes de Géométrie & de Méchanique.

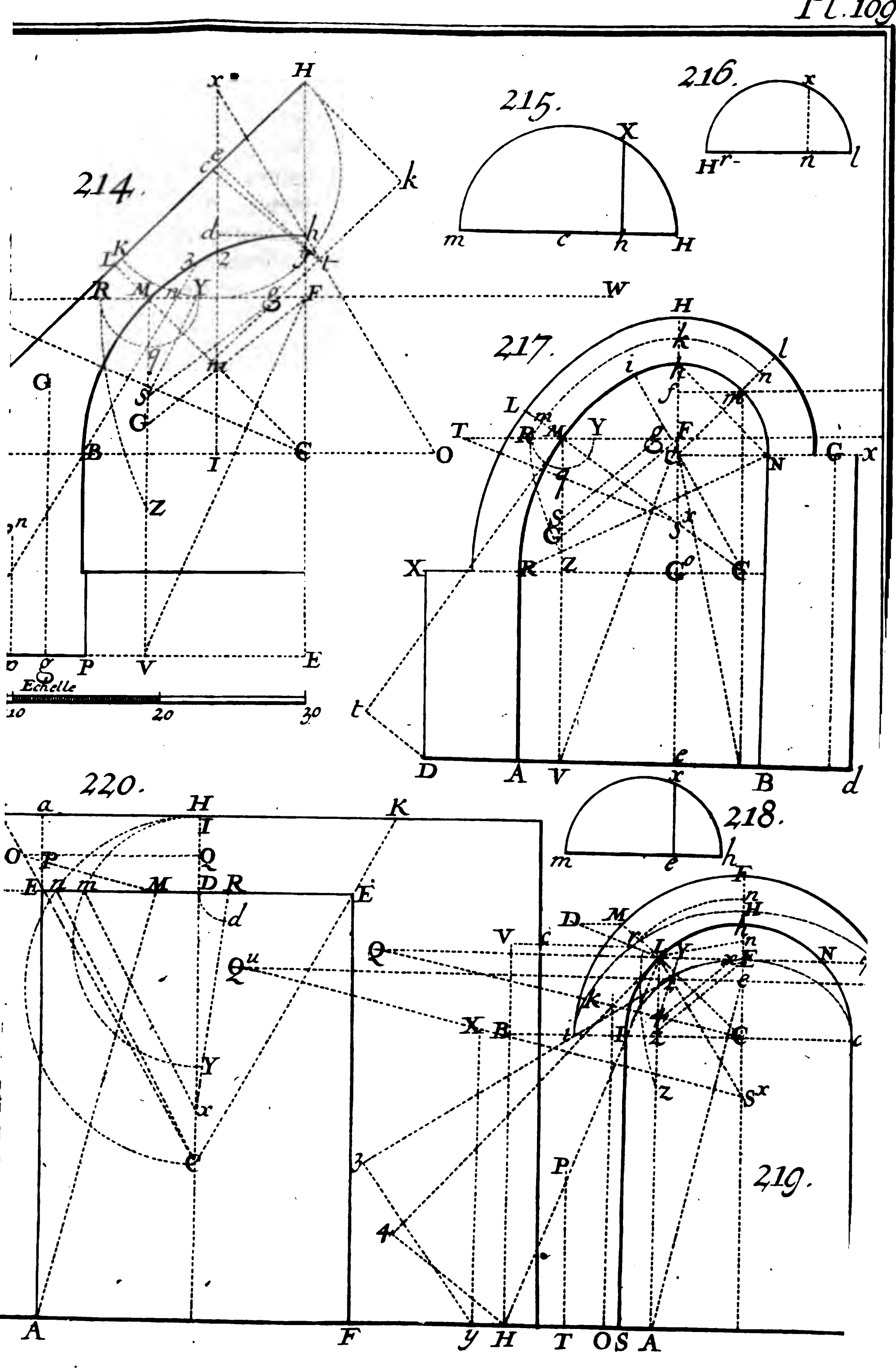
Ce sont encore des raisons pathétiques pour authoriser la préférence que l'on doit donner dans le choix des directions aux Ingenieurs qui possedent la Théorie des Arts, sur ceux qui n'ont uniquement que des services de guerres, parce qu'il s'y agit du bon employ des dépenses du Roi, & non pas des fonctions militaires. On doit sans doute récompenser les bons Officiers qui ont utilement exposez leur vie, par des graces & des honneurs, & les préferer à ceux qui ont moins de services, lorsqu'ils sont aussi propres à la construction qu'à la guerre, mais s'ils ne sont recommandables que par cette derniere partie sans genie & sans aucune science, comme il s'en trouve, il est évident qu'ils n'ont que la moindre partie des qualitez nécessaires à un Directeur, & qu'il importe au bien du service qu'on leur préfere ceux qui en ont d'essentielles à la construction. Si l'on avoit toujours fait cette attention, le Roi auroit épargné bien des sommes mal employées.

Seconde Hypotese

Pour la recherche de la Poussée des Voutes.

Dans la précedente Hypotese, on a consideré la Voute en Berceau comme un massif de maçonnerie qui avoit fait corps, mais que la poussée avoit fait fendre le long des Reins à la hauteur de 45 dégrez; ici nous la considererons comme un assemblage de Voussoirs polis sans liaison, qui se poussent mutuellement les uns les autres, en agissant par leur pésanteur suivant les différentes inclinaisons de leurs lits. C'est ainsi que M. Couplet les avoit consideré dans son mémoire inseré dans ceux de l'Academie des Sciences de l'année 1729. sur laquelle hypotese il a établi plusieurs Théoremes & Problemes curieux & utiles pour la poussée des Voutes; mais comme le calcul en est long & fort composé, j'ai cru que je rendrois service au Public si je lui procurois une solution plus simple & plus propre à la pratique : dans cette idée considerons avec raison M. Bernoulli comme un des Géometres de l'Europe le plus capable de la trouver; je l'ai prié d'y donner quelques heures de son tems qu'il a bien voulu m'accorder, quoiqu'il fut incommodé, en quoi il m'a donné une marque d'amitié dont je suis très reconnoissant.

Mais comme cette solution supose une connoissance de sa Regle d'Energie par les vitesses virtuelles, il a eu la bonté de me faire part d'une Lettre qu'il écrivit à M. Varignon en 1715. touchant cette regle, dont je vais faire un extrait avant que d'entrer en matiere; il commence par établir ce principe, que *Dans chaque équilibre il y a une égalité d'énergie des forces absoluës par les vitesses virtuelles.*


Pl.109
214.
215.
216.
217.
218.
219.
220.
Echelle
10
20
30

Pour concevoir ce principe, & en faire uſage dans la ſtatique, il faut ſe repréſenter pluſieurs forces différentes, qui agiſſent ſuivant différentes tendances ou directions pour tenir en équilibre un point, une ligne, une ſurface & un corps ; ſi l'on imprime à tout le ſyſteme de ces forces un petit mouvement, ſoit parallele à ſoi-même ſuivant une direction quelconque, ſoit autour d'un point fixe quelconque, il ſera facile de comprendre que par ce mouvement chacune de ces forces avancera ou reculera dans ſa direction, à moins que quelqu'une ou pluſieurs des forces n'ayent leurs tendances perpendiculaires à la direction du petit mouvement, auquel cas cette force ou ces forces n'avancent ni ne reculent de rien, car ces avancemens ou reculemens que M. Bernoulli apelle *viteſſes virtuelles*, ne ſont autre choſe que ce dont chaque ligne de tendance augmente ou diminuë par le petit mouvement, & ces augmentations ou diminutions ſe trouvent par le moyen d'une perpendiculaire que l'on doit tirer à l'extrémité de la ligne de tendance de quelque force, pour retrancher de la même ligne de tendance miſe dans la ſituation voiſine par le petit mouvement, une partie qui ſera *la meſure de la viteſſe virtuelle* de cette force.

Soit par exemple P, un point quelconque dans le ſyſteme des forces qui ſe ſoûtiennent en équilibre, F une de ces forces qui pouſſe ou qui tire le point P, ſuivant la direction FP ou PF ; P *p* une petite ligne droite que décrit le point P par un petit mouvement, par lequel la tendance FP prend la ſituation *f p*, qui ſera ou exactement parallele à FP, ſi le petit mouvement du ſyſteme ſe fait en toutes ſes parties parallelement à une droite donnée de poſition, où elle fera avec FP, étant prolongée, un angle infiniment petit, ſi le petit mouvement du ſyſteme ſe fait autour d'un point fixe ; ſi l'on tire donc P *c* perpendiculaire ſur *f p*, on aura *c p* pour la *viteſſe virtuelle* de la force F, en ſorte que F × *c p* fait ce que M. Bernoulli apelle l'*Energie*. Pl. 110. Fig. 221.

Il faut remarquer que *c p* eſt ou affirmatif ou négatif par raport aux autres ; il eſt affirmatif ſi le point P eſt pouſſé par la force F, & que l'angle FP *p* ſoit obtus ; il eſt négatif ſi l'angle FP *p* eſt aigu : mais au contraire ſi le point *p* eſt tiré, *c p* ſera négatif lorſque l'angle FP *p* eſt obtus, & affirmatif lorſqu'il eſt aigu : tout cela étant bien entendu, M. Bernoulli forme cette propoſition générale.

LEMME.

En tout équilibre les forces quelconques en quelque maniere qu'elles ſoient appliquées, & ſuivant quelque direction qu'elles agiſſent les unes ſur les autres, ou médiatement ou immédiatement, la ſomme des énergies affirmatives ſera égale à la ſomme des énergies négatives priſes affirmativement.

Cette proposition fournit une regle admirable pour déterminer sans aucune peine, le rapport des forces absoluës dans les équilibres, & des forces mouvantes dans les machines.

L'Application en est intéressante dans l'examen des forces du levier de la poulie des poids suspendus sur des plans inclinez ou tirez par plusieurs cordes ; mais comme ces choses ne sont pas de notre sujet, il suffit de nous arrêter à ce qui est nécessaire pour venir à la solution du Probleme de la Poussée des Voutes, pour laquelle je dois seulement faire préceder le suivant.

PROBLEME III.

Un poid sphérique comme une boule B *étant soûtenu par deux plans* AC, DC, *trouver l'impression que chacun reçoit de la pésanteur de la boule.*

Fig. 222. Imaginons que toute la machine ou le systeme BACD fasse un petit mouvement suivant la direction d'un plan AC, pour prendre la situation *b a c d*.

Si l'on tire C *n* verticale, *c n* horisontale & C *e* perpendiculaire sur *c d*, la vitesse virtuelle du point B sera exprimée par C *n*, parce que la boule B étant parvenuë en *b*, on aura B *b* ou A *a* = C *c*, & par conséquent la verticale C *n* marque de combien est descendu le poid B sur sa tendance naturelle, & la vitesse virtuelle de la résistance que fait le plan CD en soûtenant la boule B, est exprimée par C *e* ou D *f*, parce que c'est dans cette direction qu se fait cette résistance, & que c'est de la quantité de la même D *f* que recule le plan CD dans le tems que la boule B descend en B.

Apellant donc R la résistance, ou ce qui est la même chose, l'impression que reçoit le plan CD par le poid B, & P le poid absolu de la boule B, on aura P × C *n* = R × C *c*; donc P . R : : C *c*. C *n* : : sinus C *c e* (ACD) : sinus C *c n*, c'est-à-dire que le poid absolu de la boule est à l'impression qu'il fait sur l'un des plans, comme le sinus de l'angle que font les deux plans ensemble, au sinus de l'inclinaison de l'autre plan.

Si l'un des plans comme CD étoit vertical, pour trouver l'impression qu'il souffre, il n'y auroit qu'à dire, comme le sinus de l'angle des deux plans est au sinus de son complément, ainsi le poid absolu de la boule est à l'impression cherchée.

Si l'on vouloit déterminer immédiatement la proportion des deux impressions que reçoivent les deux plans sans en chercher le raport

qu'elles ont avec le poid absolu de la boule, il n'y auroit qu'à faire mouvoir le systeme BACD suivant la direction horisontale, alors on verra que le chemin que fait le plan AC en avançant perpendiculairement, est au chemin que fait en même tems le plan DC en reculant perpendiculairement, comme le sinus de l'inclinaison du plan AC est au sinus de l'inclinaison du plan DC.

D'ou il suit immédiatement que les deux impressions faites sur les deux plans sont en raison réciproque des sinus de leurs inclinaisons.

Seconde Solution du premier Probleme.

Si l'on suposoit la Voute toute d'une piece, les parties seroient sans doute en équilibre, & il n'y auroit point d'autre poussée que celle que la Voute causeroit sur les piédroits en faisant effort pour les renverser, suposé que les lits des coussinets fussent obliques à l'horison, & s'ils étoient horisontaux il n'y auroit point de poussée du tout: mais comme les Voutes sont composées de Voussoirs détachez, les Voussoirs n'ont pas une direction commune verticale pour descendre, chacun en a une particuliere & oblique.

On doit considerer ces Voussoirs comme des coins extrémement polis, qui sont empêchez de glisser le long des plans des lits entre lesquels ils se trouvent par la pression mutuelle qu'ils exercent les uns sur les autres, & qui doit par-tout être la même, comme nous vérrons dans la suite.

Examinons présentement la Voute ABCDEFG soûtenuë par les piédroits HS, JT composée de Voussoirs en forme de coins tronquez, desquels chacun, comme par exemple EFPO, étant empêché par ses voisins de descendre verticalement, conserve pourtant un effort oblique pour descendre le long de ses joins EO, FP, & pour repousser par conséquent ses deux voisins DEON, FGJP en sens contraire, & il descendroit effectivement si ces deux mêmes Voussoirs voisins ne le repoussoient aussi en contre-sens avec un pareil effort, en tachant de glisser le long de leurs joins, car on fait abstraction du mortier & des inégalitez ou des engrainemens des joins; & en effet pourquoi feroit-on attention à ces engrainemens, puisque pouvant être plus ou moins considerables, leur effet pour empêcher le Voussoir de glisser, n'est point ni ne sçauroit être déterminé. D'ailleurs le plus sûr est toujours de construire les Voutes de telles manieres, qu'elles se soûtiennent indépendamment du ciment & de ces engrainemens, quand mê- *Fig.* 223.

me les Vouſſoirs ne ſeroient que des boules parfaitement rondes, qui par conſéquent ne ſe touchaſſent qu'en un ſeul point.

Dès-lors donc que l'effort d'un Vouſſoir, pour gliſſer en bas ſuivant la direction de ſes joins, ſurpaſſe l'effort que ſes voiſins exercent pour le repouſſer en ſens contraire, il n'y aura plus d'équilibre, le Vouſſoir gliſſera effectivement, en faiſant monter les plus foibles voiſins, & puis les autres gliſſeront, & toute la Voute croulera & tombera en ruine ſans que les piedroits quelques forts qu'ils ſoient puiſſent l'en empêcher, parce que la pouſſée de toute la Voute n'eſt pas exercée ſur les piédroits ſeuls.

Pour donc que les piédroits ſouffrent la pouſſée de toute la Voute, afin de pouvoir calculer la force de cette pouſſée, & lui en opoſer une égale ou plus grande, en donnant aux piédroits la largeur requiſe, il faut abſolument que les Vouſſoirs de la Voute ſoient en équilibre, c'eſt-à-dire que les efforts avec leſquels les Vouſſoirs tendent à gliſſer le long de leurs joins, ſoient contrebalancez mutuellement les uns par les autres : or cela ſe peut toujours effectuer, car puiſque cet effort dépend en partie de la direction plus ou moins verticale des joins, & en partie de la maſſe ou du poid des Vouſſoirs, & que ce poid peut être augmenté ou diminué à volonté, on n'a qu'à donner aux poids des Vouſſoirs la juſte proportion que demande l'obliquité de leurs joins, pour qu'ils demeurent tous dans un équilibre parfait.

Calculons donc d'abord généralement l'effort d'un Vouſſoir, ou d'un coin, ou bien d'un poid quelconque qui ſe trouve entre deux plans inclinez, & qui tend à gliſſer le long de ces plans, car il faut conſiderer les joins ou lits comme ſi ce devoit être des plans immobiles; d'où nous déterminerons enſuite aiſément en quelle raiſon des obliquitez de ces plans, le poid de chaque Vouſſoir doit être, pour que tous les Vouſſoirs ſe ſoûtiennent dans un mutuel équilibre entre eux.

Fig. 224. Soit P le corps repréſentant un Vouſſoir, & qu'il ſe trouve entre les plans AC, BC, qui repréſenteront les joins prolongez des Vouſſoirs.

Soient de plus le ſinus de l'angle ACB $= m$, le ſinus de l'angle ACD, (c'eſt-à-dire de l'inclinaiſon du plan ſupérieur à l'horiſontale CD) $= r$; le ſinus de l'angle BCD (ou de l'inclinaiſon du plan inférieur à l'horiſontale CD) $= ſ$; le poid du corps P $= p$.

D'abord il eſt viſible que le poid P ſerré entre les deux plans AC, BC,

BC, cherche à les écarter en preſſant chacun perpendiculairement à la direction ; ſçavoir le ſupérieur AC de bas en haut, & l'inférieur BC de haut en bas ; ainſi nous aurons en vertus du principe de M. Bernoulli, expliqué dans ſa lettre à M. Varignon, la preſſion du poid ſur le plan ſupérieur $= \frac{sp}{m}$ car en concevant que le point P ait gliſſé tant ſoit peu ſur le plan inférieur conſideré comme immobile, en ſorte que le point C ſoit venu en V, & le plan AC reculé parallelement en AV, la petite ligne CI perpendiculaire ſur a V marquera la viteſſe virtuelle de la preſſion ſur le plan ſupérieur, & CG marquera la viteſſe virtuelle du poid, ſuivant ſa direction naturelle qui eſt la verticale ; par conſéquent CI eſt à CG (ou en prenant CV pour le ſinus total, le ſinus de l'angle des plans eſt au ſinus de l'inclinaiſon du plan inférieur, c'eſt-à-dire) $m . s :: p . \frac{ps}{m}$ qui ſera = à la preſſion que le poid exerce ſur le plan ſupérieur ; pareillement nous trouverons la preſſion du poid ſur le plan inférieur $= \frac{pr}{m}$ en ſupoſant que le plan AC eſt immobile, & que l'autre BC recule un peu dans la ſituation parallele bK, & tirant enſuite la verticale CF ſur l'horiſontale KE, & la perpendiculaire CH ſur bK.

CONSIDERONS maintenant trois plans AD, BD, CD, renfermant deux poids ou Vouſſoirs P π, & voyons quelle raiſon ces poids doivent avoir avec l'inclinaiſon des plans pour demeurer en équilibre. *Fig.* 225.

SOIENT nommez le ſinus de l'angle ADB que fait le plan ſupérieur avec celui du milieu $= m$; le ſinus de l'angle BDC que fait le plan du milieu avec l'inférieur $= n$, le ſinus de l'angle ADE (DE étant ſupoſée horiſontale) $= r$, le ſinus de l'angle BDE $= s$, le ſinus de l'angle CDE $= t$; le poid du corps ſupérieur $= p$, le poid du corps inférieur $= \pi$.

LA preſſion exercée par le poid ſupérieur p ſur le plan du milieu BD, ſera ainſi que nous venons de voir $\frac{pr}{m}$ & la preſſion exercée par le poid inférieur π ſur le même plan BD de bas en haut $= \frac{\pi t}{n}$: or il faut que les preſſions contraires exercées de part & d'autre ſur le plan du milieu BD, ſoient égales entre elles, c'eſt-à-dire que $\frac{rp}{m} = \frac{t\pi}{n}$; d'où l'on tire cette analogie qui exprime le raport des poids $p . \pi :: mt . nr :: mst . nrs :: \frac{m}{rs} . \frac{n}{st}$, d'où l'on voit qu'il faut que les poids des Vouſſoirs ſoient entre eux directement comme les ſinus des

angles des plans qui les renferment, & réciproquement comme les rectangles des sinus de l'inclinaison de ces plans ou des joins.

Fig. 225. Si les poids p, π, &c. sont conçûs infiniment petits de même que les angles ADB, BDC, &c. il est clair que les trois angles consécutifs ADE, BDE, CDE finis ne differeront entre eux que d'une quantité infiniment petite, & que par conséquent le sinus r de celui du milieu BDE comparé à CDE, doit être compté égal au sinus de celui-ci; mais que le même angle du milieu BDE comparé à ADE, donnera le sinus de celui-là égal au sinus de celui-ci, c'est-à-dire que $\frac{m}{rs}$ passe pour $\frac{m}{rr}$, & $\frac{n}{st}$ pour $\frac{n}{tt}$.

Donc en ce cas les poids des Voussoirs seront simplement entre eux en raison directe des sinus de l'angle de leurs joins, & en raison doublée inverse des sinus de l'inclinaison de ces mêmes joins.

Or cela même est aussi une proprieté essentielle de la Chainette ou de la courbure d'une chaine parfaitement fléxible suspendue par les deux bouts, ce qui fait voir que si l'on vouloit construire une Voute composée de boules infiniment petites & parfaitement polies, qui se soûtinssent d'elles-mêmes en équilibre, il faudroit que la courbe qui passeroit par les centres de toutes ces boules eût la figure d'une chainette renversée.

Les poids des Voussoirs ayant donc entre eux le raport que nous venons de trouver, la Voute fera le même effet que si elle n'étoit que d'une piece; il n'y aura plus d'autre poussée à considerer que celle qui s'exerce sur les piédroits, & de la même maniere que nous avons déterminé ci-dessus, la force de la pression que chaque Voussoir exerce sur le suivant dans la direction perpendiculaire au joint qui est entre deux; nous déterminerons aussi la force de la pression de toute la Voute sur chacun des piédroits dans la direction perpendiculaire au premier joint: nous n'avons pour cela qu'à considerer toute la Voute comme un seul Voussoir, ou bien ce qui revient au même, nous n'avons qu'à chercher la force de la pression du coussinet (en concevant le reste de la Voute comme immobile, ce qu'il est permis de faire, puisque tout est en équilibre, & par conséquent comme immobile) sur le piédroit consideré comme un Voussoir suivant.

Fig. 226. Soit donc la Voute rampante ABCDE, (je la supose rampante pour plus de généralité) sur les piédroits ADGF, ECTH; le poid de tous les Voussoirs ensemble $= P$; le sinus de l'angle AKC que les deux joins extrémes AD, CE prolongez font entre eux $= m$; le sinus de l'angle que le joint AD fait avec l'horisontale $= s$, & le sinus

de l'angle que le joint CE fait avec l'horisontale $= r$: nous aurons en vertu de ce que nous avons dit ci-dessus $\frac{rP}{m}$ pour la force de la pression de la Voute sur le piédroit ADGF, suivant la perpendiculaire au joint AD ; mais cette pression n'est pas toute employée à faire effort pour renverser ou pour faire tourner le piédroit au tour du point F consideré comme le point d'apui, parce qu'elle n'est pas perpendiculaire, mais oblique à la ligne AF. Pour connoître donc le moment de cette force pour renverser le piédroit, il faut concevoir toute la force $\frac{rP}{m}$ comme apliquée au point L (où je suposé être le centre de gravité de la base du joint dont la section est la ligne AD) & agissant suivant la direction LO perpendiculaire à AD, tirant ensuite FO normale à LO. Cette FO représentera le bras du levier coudé OF u dont F est le point d'apui, & l'autre bras F u sous-centrique du piédroit.

Il faut donc suivant les premiers élemens de Méchanique multiplier la longueur du bras FO par la force $\frac{rP}{m}$ apliquée au point L, & dirigée au point O ; ce produit sera le moment cherché.

Maintenant pour que le piédroit ne soit pas renversé en effet, il faut que le moment de la résistance, c'est-à-dire en nommant le poid du piédroit $= \pi$, multiplié par la souscentrique F u, soit égal ou plus grand que $\frac{rP}{m}$ multiplié par la sous-centrique OF : je raisonne de la même maniere à l'égard de l'autre piédroit.

D'ou il suit que si la base FG du piédroit est assez large pour que le point O se confonde avec le point F, ou qu'il vienne de l'autre côté de ce point, la poussée sera nulle ou même négative, & que dans ce cas-là le piédroit soûtiendroit la Voute quand même il n'auroit aucune pésanteur.

On a suposé ici que le point d'apui étoit donné, parce qu'on peut le trouver par un Probleme Algébrique, qui est simple pour ceux qui sont versez dant ce calcul, & que nous joindrons ci-après à la suite d'une seconde solution sur le même principe : mais auparavant nous croyons devoir faire une aplication de la précedente à la recherche de l'épaisseur des piédroits du magasin proposé ci-devant à la fig. 214. Pl. 109. Fig. 214.

Suposant les joins extrémes suivant la premiere hypotese à 45 degrez de hauteur, le profil de la partie de Voute comprise entre ces deux joins, donne pour la surface mixte 296 pieds quarrez, & lui donnant un pied d'épaisseur on aura P $=$ 296 pieds cubes.

Le sinus de l'angle que font entre eux ces joins extrémes apellé m, sera le sinus total ainsi $m = 100000$.

Le sinus de chacun des joins extrémes avec l'horison apellé f ou r, sera de 45 dégrez, ainsi $f = 70710$. donc $\frac{fp}{m} = \frac{21071580}{100000} = 210 \frac{71580}{100000}$ négligeant la fraction, $\frac{fp}{m} = 210 \times FO = 9$, donnera pour la pression ou poussée de la Voute 1890.

Considerant le piédroit comme composé de la partie de la Voute comprise depuis l'imposte jusqu'au joint de 45 dégrez, & du piédroit proprement dit, il faut compter le profil de cette partie qui donne . . . . 147. pds cub.

Le profil du piédroit au dessous de 14 pieds de haut, multiplié par la largeur de sa base 12, donne	168.
total du piédroit	315.
lequel doit être multiplié par la demie largeur de sa base,	6.
donc $p = 315 \times Fu = 6$, donne	1890.

Laquelle somme est égale à celle de la poussée trouvée ci-dessus, par conséquent il y auroit eu équilibre entre cette poussée & la résistance du piédroit dans l'hypotese que les Voussoirs sont des corps infiniment polis, si l'on avoit donné 12 pieds d'épaisseur à la base des piédroits, ce qui paroit très conforme à l'expérience.

Je ne propose pas d'ajoûter ici quelqu'épaisseur de plus aux piédroits, quoiqu'ils ne soient que dans un état d'équilibre. 1°. Parce que les Voussoirs n'étant pas des corps polis, comme on les a supposé pour le raisonnement, le frotement de leurs lits doit empêcher une partie de leur effort pour glisser les uns sur les autres.

Secondement, parce que nous n'avons pris le centre de gravité du piédroit qu'au milieu de la partie comprise au dessus de la fondation jusqu'à l'imposte : or cette partie ne comprend pas tout le piédroit, puisque celle de la Voute depuis l'imposte jusqu'au lit du joint extréme, lui doit être ajoûtée suivant notre hypotese, & comme celle-ci a son centre de gravité en G, qui répond au point g de la base sur lequel tombe la verticale venant du point G, elle pese sur un bras de levier D g souscentrique plus long que le premier D p, par conséquent elle rompt l'équilibre en faveur du piédroit qu'elle fortifie, d'où il suit que la Voute n'aura plus assez de force pour l'écarter, donc elle subsistera ainsi qu'on se le propose.

Troisiéme Solution.

Autre maniere tirée du même Principe.

Si l'on fait un Berceau circulaire, on sçait que les directions de tous les lits tendent au même centre par lequel passe l'axe du cylindre, & si le berceau n'est pas circulaire mais Elliptique, on dirige encore tous les plans des lits à l'axe du cylindre comme nous l'avons dit au tome précedent, en parlant des berceaux biais de face en plein ceintre qui ont pour arc-Droit un cintre surhaussé, au centre duquel tous les lits s'entrecoupent, & enfin de quelque courbe que soit le cintre d'un berceau, il est clair qu'on peut toujours diriger les lits à un axe, & par conséquent supofer les joins de tête convergens à un même point placé un peu au dessous des deux joins extrémes qui sont au dessus du Coussinet, en sorte que ces joins prolongez fassent entre eux un angle qui sera plus ou moins ouvert selon que les joins extrémes seront plus ou moins élevez au dessus du centre.

On divisera cet angle en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Voussoirs sur les coussinets, & alors tous les joins sont determinez.

Soit maintenant (fig. 227.) l'arc ADF, qui passe par les centres de-gravité de tous les Voussoirs; considerons deux de ces Voussoirs contigus FH, HD, dont les charges soient m & n, & que leurs joins prolongez aboutissent au centre C, suivant le rayon HC, ainsi que tous les autres joins suivant FC, DC, &c. de sorte que les angles FCH, HCD, &c. soient tous égaux, & chacun de leur sinus $= r$, soit le point A le centre de gravité de la clef posée à plomb ou verticalement au dessus du centre C du cercle ADF, tirons l'horisontale CG & les perpendiculaires FG, DE que je nomme p, q, elles seront le sinus des angles FCG, DCE, en prenant l'unité pour le rayon AC. *Fig. 227.*

On a vû par le Lemme de l'article précedent que la pression du Voussoir m sur le joint HC, est à celle du Voussoir n sur le même joint, comme mp est à nq, car $\frac{mp}{r}$ & $\frac{nq}{r}$ sont les pressions elles-mêmes; or ces deux pressions oposées doivent être égales à cause de leur équilibre, donc $mp = nq$ & partant $m . n = q . p = \frac{1}{p} . \frac{1}{q}$ (en prolongeant CF, CH, CD jusqu'à la tangente AT) $\frac{CT}{CA} . \frac{CR}{CA}$ :: CT. CR, mais parce que l'angle TCR est coupé également par la ligne Cu, on aura (en vertu d'un théoreme démontré en plusieurs Liv es particulierement dans la Méchanique de M. de la Hire à la prop. 125.)

CT . CR : : $Tn . nR$; donc $m . n : : Tn . nR$, c'eſt-à-dire que les charges des Vouſſoirs m, n, &c. ſont par-tout proportionnelles aux différences des tangentes des arcs AF, AH, AD, &c. ainſi, par exemple, ſi chacun des angles FCH, HCD, &c. eſt de 10 dégrez, & que la charge ou le poid du plus haut des Vouſſoirs SL, nommé la clef, ſoit de 50 livres, on trouvera le poid de tel autre Vouſſoir que l'on voudra, par exemple, celui de FH qui fait le cinquiéme après la clef SL.

Les arcs SF, SH, SD, ſeront de 50, 40, 30 dégrez, & les arcs AF, AH, AD, de 55, 45, 35 dégrez.

Il faut donc faire cette Analogie, comme SL le double de la tangente de l'arc AS ou de 5 dégrez, eſt à [illegible], ou à la différence des tangentes de 55 & de 45 dégrez; ainſi le poid de la clef ou de 50 liv. à un quatriéme nombre, qui donnera en livres le poid du cinquiéme Vouſſoir après la clef.

Si l'on ſupoſe maintenant que le Vouſſoir FH eſt celui qui eſt contigu au piédroit, & que l'on veüille trouver la preſſion avec laquelle il le pouſſe ſuivant la tangente en F, qui eſt donnée de poſition, il n'y a qu'à tirer la perpendiculaire HN que je nomme $ſ$, & qui ſera ici le ſinus de 45 dégrez, on aura la preſſion ſur FG, & ſur le piédroit $= \frac{mſ}{r}$, c'eſt-à-dire $r . ſ : : m$. à la preſſion, ou ici comme le ſinus de 10 dégrez eſt au ſinus de 45, ainſi le poid trouvé de m eſt la preſſion cherchée ; *ce qu'il falloit trouver.*

Conſtruction du Cintre en Courbe de Chainette, pour trouver la Pouſſée d'une Voute formée ſur cette Courbe.

On vient de voir dans le diſcours précedent, que ſi l'on vouloit compoſer une Voute de Vouſſoirs égaux, même parfaitement polis, il faudroit que la courbure du cintre ſur lequel on les arangeroit, fût celle de la Chainette renverſée, afin qu'ils ſe ſoûtinſſent en équilibre; auquel cas la Voute ſubſiſteroit, quand même les Vouſſoirs ſeroient ſans coupe, & ne ſe toucheroient qu'en un point comme des boules.

Une proprieté ſi ſinguliere & ſi avantageuſe de cette Courbe merite bien qu'on en donne la conſtruction, & le moyen de trouver la direction des coupes qui conviennent aux diviſions de ce cintre en Vouſſoirs.

LORSQU'ON a une chaine bien faite, ou une corde d'égale épaiſſeur & également fléxible, rien n'eſt plus aiſé que de tracer la courbe en queſtion ; car les points de ſuſpenſion, qui ſeront ceux des impoſtes *Fig.* 230. de la Voute, & le ſommet S pour le milieu de la clef étant donné, il n'y a qu'à les placer dans leur diſtance ſur un mur à plomb, & y ſuſpendre une chaine qu'on tendra ou qu'on lâchera juſqu'à ce que ſon milieu s'aplique au point S renverſé autant au deſſous des points A & B qu'il doit être au deſſus en Voute, & ſuivre avec un crayon le contour de la courbure de la chaine qu'il ne s'agit plus que de renverſer.

MAIS ſupoſant qu'on n'ait pas à ſa diſpoſition une chaine de longueur convenable, ni une corde des conditions requiſes pour ſe plier également, il eſt bon de ſçavoir comment on pourroit trouver autant de points que l'on voudra de cette courbe.

SOIT donnée (fig. 230.) la ligne des impoſtes ou naiſſances de la Voute AB, & le milieu de ſa clef en S.

AYANT diviſé cette ligne AB en deux également en *m*, on y élevera la verticale indéfinie *m* P, qui paſſera par le point S, par où on menera SD parallele à BA.

ON portera la longueur *m* B de *m* en C, d'où, comme centre avec C *m* pour rayon, on décrira un arc qui coupera DS au point E ; la ligne SE ſera le *Parametre* de la courbe qu'on portera en SP.

PAR le point P on menera HI parallele à AB, & l'on tirera par les points A & B des paralleles indéfinies à la verticale P *m*, qui couperont HI aux points H & I.

DU point P pour centre, & P *m* pour rayon, on décrira un arc qui coupera l'horiſontale DS au point D, d'où l'on portera l'intervale DS ſur DP en D *ſ*, qui donnera leur différence *ſ* P, qu'on portera ſur IB en IL.

PAR le moyen des deux lignes données IL & PS, on décrira la *Courbe Logarithmique* LOS *g* R, qui ſervira à trouver autant de points que l'on voudra de la courbe de la chainette, comme on le dira ci-après.

POUR décrire cette Logarithmique, on cherchera une moyenne proportionnelle entre les lignes données IL & PS qu'on placera en KO ſur le mileu K de la diſtance PI.

On cherchera enſuite une troiſiéme proportionnelle G g aux lignes KO & PS, qu'on placera en G, faiſant PG égal à PK. On continuera de même en cherchant des moyennes & des troiſiémes proportionnelles aux lignes trouvées, & l'on aura autant de points que l'on voudra de la courbe Logarithmique LOS g R, laquelle étant tracée, il n'eſt rien de ſi aiſé que de trouver auſſi autant de points que l'on voudra de la chainette.

On ajoûtera, par exemple, les lignes KO & G g qui ſont équidiſtantes du parametre PS, & l'on prendra la moitié de leur ſomme qu'on portera ſur les mêmes lignes en K x & G y; les points x & y ſeront ceux que l'on cherche à la circonférence de la chainette.

De même pour trouver les points A & B, s'ils n'étoient pas donnez, on ajoûteroit HR & IL, & l'on porteroit la moitié de leur ſomme ſur les mêmes lignes prolongées, s'il le faut, en HA & IB, ainſi de tous les autres points qu'on peut chercher entre A & y & S & y, ou entre B & x & S & x; & par tous les points trouvez on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe A y S x B, qui eſt celle de la chainette que l'on cherche.

Presentement il faut trouver la maniere de *tracer les coupes des joins de lit des Vouſſoirs de la Voute formée ſur le cintre de la chainette.*

Ce moyen ſe réduit, comme nous l'avons dit au 2[e] Livre, à en trouver les tangentes aux points des diviſions des joins, parce qu'ils leur doivent être perpendiculaires; par ce moyen on trouvera les joins extrémes néceſſaires pour le calcul de la Pouſſée de la Voute.

Par un point donné à la circonférence de la chainette, lui mener une tangente.

Si l'on ſupoſe que la courbe de la chainette a été décrite méchaniquement, & qu'on veüille lui mener une tangente par un point donné, par exemple B, pour avoir la coupe du joint extréme, il faudroit prendre la moitié S x B de la chaine qui auroit ſervi à décrire cette courbe, & l'étendre en ligne droite ſur la ligne SD du point S en D où tombera le bout; puis ayant tiré la droite m D, on fera l'angle m DP égal à l'angle P m D, qui donnera le côté DP, lequel forme avec la ligne DS l'angle PDS; ſi l'on fait ſur la ligne m B l'angle m BT égal à l'angle PDS, la ligne BT ſera la tangente que l'on cherche.

Si la chainette a été décrite géometriquement, comme nous l'avons enſeigné, on aura ſon parametre SP, auquel, étant prolongé, on menera par le point donné B une perpendiculaire B m, qui donnera le

le point m : si de l'intervale P m pour rayon on décrit un arc m D, il coupera la ligne SD, perpendiculaire au même parametre, au point D, & l'on achevera, comme on vient de le dire, en faisant l'angle m BT égal à l'angle PDS ; la ligne BT sera la tangente demandée.

Il ne reste plus qu'à lui mener une perpendiculaire QZ par le point B donné, laquelle donnera la coupe QZ du joint de tête des Voussoirs qui se termineront à ce point, & si c'est le lit de dessous du premier, QZ sera ce point extréme dont il faut avoir la position pour chercher la poussée de la Voute, & *l'épaisseur de ses piédroits*, comme il a été dit aux solutions & constructions précedentes.

PROBLEME IV.

La direction de la Poussée d'une Voute, sa pression ou poussée, & la hauteur du piédroit étant donnez, trouver son épaisseur.

Soit (fig. 228.) ADGFC le piédroit, la tangente LT perpendiculaire au milieu du premier joint AD $=$ b Fig. 228.
La verticale LK abaissée du milieu du joint AD $=$ a
La distance horisontale TK $=$ $=$ c
DJ $=$ KG $=$ d
on trouvera KG par cette Analogie LT. (b) LK (a) : : LD (qui est connuë, parce que c'est la demie épaisseur de la Voute). JD $=$ KG $= \frac{e}{b}$.

Soit aussi FG $=$ x
FO perpendiculaire sur LT $=$ y
FK sera $= x - d$. cela suposé, on aura $-$ LT (b). LK (a) : : AF ($c + d - x$. FO (y) $= \frac{ac + ad - ax}{b}$.

Or nommant, comme ci-devant, la poussée P, & la pésanteur du piédroit p, on doit avoir par le Probleme précedent P $y = \frac{1}{2} p x$, c'est-à-dire $\frac{ac + ad - ax}{b}$ P $= \frac{1}{2} xp$, d'où l'on tire $x = \frac{2ac + 2ad}{2aP + bp}$ P, *ce qu'il falloit trouver.*

Dans cette équation il se trouve une quantité p qui n'est pas directement connuë, mais qui peut l'être, parce qu'elle est une *fonction* de x, c'est-à-dire que sa valeur sera exprimée en x, & en quantitez purement connuës, car le poid du piédroit dépend de la pesanteur spéci-

fique de la matiere dont il est construit, & de ses trois dimentions; or trois de ces choses sont données, & la quatriéme est notre x, qui est la largeur du piédroit; l'équation ne renferme donc que des x, & des quantitez connuës, elle devient seulement quarrée, ce qui n'empêche pas qu'on n'en puisse tirer la valeur de x, ce que l'on va montrer par un exemple.

Soit la hauteur du piédroit, & la partie de Voute au dessus jusqu'au milieu du joint extréme (a) $= 16$ pieds, $b = 20$, $c = 12$, $d = 1$ pied. Soit la force de la poussée P représentée par un poid de 288000 liv. Suposons qu'un piédroit de pareille matiere que le notre, par exemple, de marbre, & qui ait la même hauteur & la même épaisseur, mais qui n'ait qu'un pied de largeur, pese 3200 liv. le notre en pesera $3200x$, c'est-à-dire que p sera $= 3200x$ liv.

Substituant toutes ces valeurs dans notre équation, elle se changera en celle-ci $x = \frac{384 + 82}{9216000 + 64000x} \times 288000 = \frac{572}{144 + x}$, par conséquent $xx + 144x = 572$, & $x = -72 + 84 = 12$, c'est-à-dire que dans notre supofition le piédroit devra être large de 12 pieds.

Autre Solution du même Probleme.

Le défaut d'explication de ce qu'on avoit avancé dans l'extrait de l'Assemblée de l'Academie de Montpellier de 1732. *qu'il ne falloit pas s'embarrasser de la hauteur des piédroits pour trouver leur épaisseur par la regle* de M. Dauisy, m'ayant donné occasion d'en marquer ma surprise; le sçavant Academicien m'a fait l'honneur de m'écrire dans quel sens il l'avoit entendu, & pour me faire voir qu'il étoit en quelque façon fondé à négliger les différences d'épaisseurs qui résultoient des différences de hauteurs, il m'a fait connoître que par l'augmentation de celle qu'il donnoit à son piédroit, il comprenoit celles que le calcul pouvoit donner, & afin de m'en convaincre, il m'a envoyé le Probleme suivant, dont il ne sera pas faché que je fasse part au Public. Je crois même en cela lui rendre un service pour détourner la mauvaise idée que cette circonstance pourroit donner de sa regle de pratique.

Pl. III. Fig. 243. Soit (fig. 243.) la hauteur du piédroit DF $= e$
Soit la valeur de la poussée $= P$
Sa direction PF
ED épaisseur du piédroit $= 2x$
FP ligne de direction de la puissance comprise entre l'extrémité F du piédroit, & la rencontre de la base

ED prolongée vers P $= a$
Soit DP $= b$
donc PE $= b - 2x$, & à cause des triangles — semblables PGE, PFD, on aura PF, FD : : PE, EG, c'est-à-dire $a . c : : b - 2x$. EG $= \frac{cb - 2cx}{a}$.

La pesanteur du piédroit étant représentée par le rectangle EF, cette pesanteur égalera $2xc$, & la moitié EH de la base sera x.

Maintenant dans l'état d'équilibre, on aura cette équation $2xxc = \frac{Pbc - 2Pxc}{a}$

donc $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a} + \frac{PP}{4aa}} - \frac{P}{2a} =$ EH moitié de l'épaisseur ED.

Si l'on double les côtez du triangle PFD, la hauteur c deviendra double ; si on triple les côtez du même triangle, la hauteur c deviendra triple, &c. à l'infini, ou la hauteur c deviendra infinie de même que les autres côtez ; donc dans la formule $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a} + \frac{PP}{4aa}} - \frac{P}{2a}$ à la place de a & de b, on pourra substituer $2a$, $2b$; $3a$, $3b$, &c. ∞a, ∞b, donc à une hauteur infinie la formule sera $x = \sqrt{\frac{\infty Pb}{2\infty a} + \frac{PP}{4\infty^2 aa}} - \frac{P}{2\infty a}$, & négligeant l'infiniment petit du premier ordre $\frac{P}{2\infty a}$, & l'infiniment petit du second ordre $\frac{PP}{4\infty^2 aa}$, on aura $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a}}$

En apliquant des nombres à ces deux formules si P $= 100$. $c = 16$ pieds, $b = 12$, $a = 20$, on aura par la formule dans l'état d'équilibre, une base eD de 7 pieds.

Mais si la direction de la poussée avoit toujours été 100, & que la hauteur c eût été suposée infinie, on auroit trouvé pour la valeur de la base 10 pieds 10 pouces; ainsi avec une augmentation de 3 pieds 10 pouces ; on est assuré que quelque grande que fût la hauteur du piédroit, il ne seroit point renversé par la poussée.

Si la base ED avoit été donnée, & qu'elle fût $2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}$, & qu'on eût cherché la hauteur du piédroit, on auroit trouvé pour la valeur de la hauteur $c = \frac{by - by}{2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}}$
donc $c = \frac{o}{2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}}$ d'où $c = \infty$

Si l'on cherche le raport entre l'épaisseur ED, qui convient à une hauteur infinie, & l'épaisseur ϵ D qui convient à une hauteur déterminée DF, on trouvera que $\overline{ED}^2 . \overline{\epsilon D}^2 :: EK . EJ$ partie de la hauteur comprise entre le point d'apui E du piédroit élevé à l'infini, & la section en J de la direction FP de la puissance P.

D'ou il suit que connoissant l'épaisseur du piédroit supofé être élevé à une hauteur infinie, on trouvera aisément toutes les épaisseurs qui conviennent à des hauteurs déterminées dans l'état d'équilibre en cette maniere.

Decrivez une parabole $\iota\mu\beta\theta$ E, dont l'axe soit la ligne PE, & le sommet soit E; soit pris ensuite l'ordomée $\delta\iota$ = DE; du point K extrémité de la hauteur EK déterminée, soit menée la ligne δ K du point J, où la direction de la poussée rencontre la ligne EK; soit mené J ξ parallele à δ K; & du point ξ, menant l'ordonnée $\xi\beta$, on fera D ϵ = $\xi\beta$, & pour lors D ϵ sera l'épaisseur qu'il falloit donner
» au piédroit dans l'état d'équilibre, & toutes les ordonnées qui seront
» comprises entre β & ι, seront les épaisseurs qui conviendront depuis
» la hauteur EK jusqu'à la hauteur infinie; * & toutes les ordonnées
» $\theta\omega$, comprises entre β & E, seront celles qui conviendront à une
» hauteur moindre que EK.

Troisiéme Hypotese.

Que les Voussoirs sont des coins grenus qui ne peuvent glisser les uns sur les autres, mais qui tendent seulement à rouler.

L'Hypotese que les Voussoirs sont des corps polis, n'étant pas exactement vraye, M. Couplet qui avoit examiné ce qui devoit arriver suivant cette supofition dans son premier memoire, en établit une autre dans le second de l'année 1730. que les surfaces des Voussoirs sont tellement grenuës & raboteuses, qu'elles ne peuvent glisser les unes sur les autres, mais seulement rouler au tour de leur apui, ce qui n'est pas non plus conforme à la réalité, car elles peuvent aussi glisser; mais on ne peut se passer de quelque supofition pour établir un rai-

* Puisqu'il est constant que le raport de EK à EJ varie suivant les différentes hauteurs, & que la parabole qui exprime ce raport devient infinie, lorsqu'on supose la hauteur du piédroit telle: il n'est pas clair ni facile à connoître pourquoi M. Danisy en a fixé les limites entre β & ι, pour toutes les épaisseurs qui conviennent depuis EK jusqu'à celles qui seront infinies, étant certain que supofant la poussée de la Voute constante, l'intersection EJ qui donne sa direction, varie & augmente toujours.

sonnement, il faut qu'il y ait quelque chose de connu ou de donné pour en tirer des conséquences.

SUPOSANT donc que les Voussoirs supérieurs font seulement effort pour renverser les inférieurs, & pousser les piédroits en dehors : M. Couplet résout deux Problemes, l'un touchant la poussée horisontale d'une Voute donnée, l'autre touchant la direction de l'effort total des Voussoirs à un point de la base de chaque piédroit.

COMME ces deux Problemes servent à trouver l'épaisseur nécessaire aux piédroits pour résister à la poussée des Voutes, je crois devoir en faire mention, & pour ne pas copier le mémoire de M. Couplet qui est un peu long, & dont l'aplication à l'usage est assez difficile par le calcul des chiffres qui résulte de celui du calcul Algebrique, à cause qu'il est chargé d'une grande quantité de signes radicaux, qui laissent ordinairement beaucoup de restes & de fractions, lorsqu'on en exprime la valeur en chiffres : j'en donnerai la construction par le seul moyen de la regle & du compas, qui est à la portée de tout le monde, & exempte de tous ces embarras de calcul.

Quatriéme Solution.

PROBLEME V.

Déterminer la Poussée horisontale d'une Voute, dont l'intrados & l'extrados sont circulaires & concentriques, sans calcul, avec la regle & le compas.

DANS la suposition que les Voussoirs sont trop greuus pour glisser les uns sur les autres.

SOIT (fig. 229.) la portion de Couronne de cercle BA *b n* MN, le profil d'une Voute en Berceau en plein ceintre, dont le centre est en C, par où soit élevée la verticale CA par le milieu de la clef, soient les lignes tirées de ce même centre NB & *n b*, les coupes des coussinets, & l'horisontale N *n* menée par les points de ces coupes à la doële, qui coupera la verticale CA au point O. Pl. 110. Fig. 229.

PAR le point S, milieu de l'épaisseur de la Voute à la clef, on tracera un arc SX concentrique à celui de la doële, qui coupera le joint de lit NB au point X.

PAR le point M, milieu de la clef à la doële, on menera l'horisontale M *u*, qu'on fera égale à l'arc SX rectifié, & l'on tirera O *u*; par le même point S, on tirera l'horisontale indéfinie SZ.

Soit le centre de gravité de la demie Voute AMNB en P, on menera par ce point la verticale LR, qui coupera l'horisontale SZ au point L, par lequel on menera au point X la ligne LX : la même verticale LR coupera l'horisontale menée par le point X au point R.

On portera donc RX de O en d, par où on tirera d parallele à M n.

2°. On prendra l'épaisseur AM de la Voute, avec laquelle pour rayon, & du point B pour centre, on décrira un arc qui coupera l'arc XS au point i par où on tirera i C, & par le point X, on menera une parallele à B i, qui coupera i C au point y.

3°. On portera sur la base horisontale E e la longueur de l'arc MN rectifié de Y en k, & l'on tirera k X ; ensuite on portera la ligne X y de Y en d, & l'on tirera d z parallele à k X, qui coupera XY en z ; la ligne z Y sera une 4ᵉ proportionnelle à la hauteur du piedroit, à l'arc MN & à la ligne Y d.

Fig. 232. 4°. On portera dans une figure à part la ligne ZY en l, & l'épaisseur de la Voûte AM en m, & l'on décrira le demi cercle, dans lequel on aura la moyenne proportionnelle t.

5°. On trouvera de même une moyenne proportionnelle q entre la ligne d t, & le double de l'épaisseur m.

6°. On fera dans une figure aussi à part un triangle rectangle, dont un des côtez sera la ligne q, & l'autre la ligne t ; on tirera l'hypotenuse sur laquelle on fera un second triangle rectangle, qui aura pour côté la ligne trouvée l ; l'hypotenuse x sera l'épaisseur du piédroit que l'on cherche.

6°. Enfin on tirera la racine de la somme des quarrez l^2, t^2, q^2, en faisant deux triangles rectangles, comme l'on voit à la fig. 135. de laquelle, en ôtant la ligne l, on aura l'épaisseur du piédroit qu'il falloit trouver.

Démonstration.

On menera LX au milieu du coussinet, & par le point X la ligne XR parallele à LT, & enfin RT parallele à LX. Cette préparation étant faite, M. Couplet termine sa recherche par cette proposition : *La pésanteur de la demie Voute est à l'effort horisontal, comme* LR est à RX, par le moyen de laquelle il trouve en termes Analitiques l'effort horisontal qui se fait suivant RX $= \frac{2arm + am^2}{2dr} \times \sqrt{2dr - d^2} - \frac{6m^2\ 6m^2 \cdot 2ad}{6r - 3m}$

dont je cherche une expression abregée pour la construire; pour cet effet soit fait $r \, . \, \frac{r+m}{2} :: \sqrt{2dr-d^2} \, . \, \frac{2r+m}{2r} \times \sqrt{2dr-d^2}$,

c'est-à-dire NC . CX :: NO . QX,

parce que NO est moyen proportionnel entre le rayon prolongé plus OC, & la fléche MO, c'est-à-dire entre $2r+d$ & d; ainsi QX $= \frac{2r+m}{2r} \times \sqrt{2dr-d^2}$, & si de QX on retranche RQ = Pp = $\frac{6dr^2+6drm+2dm^2}{6ar+3am}$ on aura RX $= \frac{2r+m}{2r} \times \sqrt{2dr-d^2} - \frac{6dr^2-6drm+2dm^2}{6ar+3am}$, que j'apelle b pour abreger, & multipliant b & sa valeur par $\frac{am}{d}$ on aura $\frac{amb}{d} = \frac{2arm+am^2}{2dr} \times \sqrt{2dr-d^2} - \frac{6mr^2-6rm^2-2m^3}{6r+3m}$ qui est la poussée horisontale cherchée.

Il faut donc exprimer $\frac{amb}{d}$, pour cela il faut faire le triangle MOu, dans lequel MO $= d$, Mu = à l'arc AN $= a$. On portera de O en d la grandeur RX $= b$, & par le point d on tirera dt parallele à Mu; la ligne dt sera $= \frac{ab}{d}$ car MO . Mu :: pO ou RX . pt.

$d \, . \, a :: b \, . \, \frac{ab}{d}$ que je nomme s;

cette valeur de S × m suffit pour la construction du Probleme suivant.

PROBLEME VI.

Dans l'hypotese des Voussoirs grenus, trouver sans calcul la base EF *du piédroit telle que l'effort composé de la pésanteur de la Voute, de la Poussée horisontale, & de la pésanteur du même piédroit, soit dirigée vers un point quelconque, donné* H *de ladite base* EF.

M. Couplet régarde le trapeze BIFN comme un parallelograme, dont la hauteur est GV moyenne entre BI & NF, non seulement pour abreger le calcul, mais encore pour d'autres raisons.

Soit donc la hauteur moyenne VG du piédroit	$= p$
la base IF du trapeze	$= q$
le trapeze étant regardé comme parallelograme, sera	$= pq$
soit la base entiere EF du piédroit	$= x$
la base EI de son talud sera	$= x-q$

Si l'on fait la hauteur BI = VG $= p$, on aura la surface du talud

BHE $= \frac{px - pq}{2}$: ces deux ſurfaces, celle du parallelograme, & celle du talud, exprimeront la péſanteur du piédroit.

Maintenant, ſoit le point d'apui H placé de maniere que l'on ait EF . EH : : f . g, l'on aura EH $= \frac{gx}{f}$; comme la péſanteur du parallelograme eſt réünie à ſon centre de gravité ou ſon milieu K ; elle eſt apliquée au bras du levier HG $= x - \frac{q}{2} - \frac{gx}{f}$, ainſi $pq \times x - \frac{q}{2} - \frac{gx}{f}$ ſera l'énergie de cette partie du piédroit, de même ſi l'on multiplie la péſanteur $\frac{px - pq}{2}$ par ſon bras de levier HZ $=$ EZ $-$ EH $= \frac{2x - 2q}{3} - \frac{gx}{f}$, le produit ſera l'énergie de l'autre partie ; & ſi l'on ajoûte enſemble l'énergie de l'une & l'autre partie, leur ſomme abregée & réduite $\frac{2px^2 + 2pqx - pq^2}{6} - \frac{pqgx - pgx^2}{f}$, ſera l'énergie du piédroit entier ſur le point d'apui H.

L'Energie de l'effort vertical de la Voute eſt égale au produit de la péſanteur de la Voute par ſon bras de levier HY $=$ HF $-$ YF, mais HF $=$ EF $-$ EH $= x - \frac{gx}{f}$, & l'on peut pour abreger faire YF $= \frac{m}{2}$, donc le levier HY $= x - \frac{gx}{f} - \frac{m}{2}$, & la péſanteur de la Voute $= \frac{2amr + am^2}{2r}$, pour en abreger l'expreſſion, on peut faire $r . r + \frac{m}{2}$: : $m . \frac{2rm + m^2}{2r}$ que je nomme c, par conſéquent $ac = \frac{2amr + am^2}{2r}$ lequel multiplié par $x - \frac{gx}{f} - \frac{m}{2}$, donne $acx - \frac{acgx}{f} - \frac{acm}{2}$ pour l'énergie de l'effort vertical.

Si l'on multiplie l'effort horiſontal de la Voute que nous avons trouvé dans le Probleme précedent $= ms$ par ſon bras de levier p, mps exprimera l'énergie de l'effort horiſontal, & comme l'effort vertical ſert à affermir le piédroit, & que l'effort horiſontal tend à le renverſer. Si l'on retranche l'énergie de l'effort vertical de la Voute, de celle de ſon effort horiſontal, le reſte ſera la veritable énergie que la Voute employe pour renverſer le piédroit ſur ſon point d'apui H, & ce reſte $mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$, qui doit être égale à l'énergie du piédroit ſur ce point d'apui pour faire équilibre, on a donc cette équation

$$\frac{2px^2 + 2pgx - pq^2}{6} - \frac{pqgx - pgx^2}{2f} = mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$$

dans

dans laquelle si l'on substituoit à la place de s & de a leur valeur, on auroit la même équation que celle de M. Couplet, qui ne paroit pas si commode à construire que celle-ci.

PRENANT donc l'équation $2px^2 + 2pqx - pq^2 - \frac{pqgx - pgx^2}{2f} = mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$, multipliant l'un & l'autre membre par $6f$, elle devient

$$2fpx^2 + 2fpqx - fpq^2 - 3pqgx - 3pgx^2 =$$
$$= 6fmps - 6acfx + 6acgx + \frac{3afcm}{2}$$

supposant $g = 0$, & alors le point d'apui est à l'extrémité E ; elle se reduit à

$$2px^2 + 2pqx - pq^2 = 6mps - 6acx + 3acm$$

Ordonnant l'équation on a

$$\begin{array}{l} 2px^2 + 2pqx - pq^2 \\ \quad + 6acx - 6mps = 0 \\ \qquad - 3acm \end{array}$$

Divisant par $2p$ elle est

$$\begin{array}{l} x^2 + qx - \frac{q^2}{2} \\ \quad + \frac{3acx}{p} - \frac{3acm}{2p} = 0 \\ \qquad - 3ms \end{array}$$

Faisant $\frac{5}{3}p \quad c = a$, $\frac{3as}{p} = l$ (fig. 235.) elle devient

$$\begin{array}{l} x^2 + qx - \frac{q^2}{2} \\ \quad + lx - 3ms = 0 \\ \qquad - \frac{3lm}{2} \end{array}$$

ce qui donne en faisant $q + l = n$

$$\begin{array}{l} x^2 + nx - \frac{q^2}{2} = 0 \\ \qquad - 3ms \\ \qquad - \frac{3lm}{2} \end{array}$$

Ajoutant de part & d'autre le quarré de la moitié du coefficient du second terme, & transposant

$$x^2 + nx + \frac{n^2}{4} = \frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}$$

extrayant la racine quarrée de part & d'autre

$$x + \frac{n}{2} = \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}},$$ & enfin

$$x = \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms} + \frac{3lm}{2} - \frac{n}{2}$$

Dont la conſtruction ſe fait en cherchant entre $3m$ & s, une moyenne proportionnelle AC (fig. 232.) une autre moyenne proportionnelle AB entre $3m$ & $\frac{l}{2}$ (même figure.)

Si l'on porte la ligne AB de A en D, la ligne CD ſera $= \sqrt{3ms + \frac{3ml}{2}}$ enſuite ſi l'on éleve de D en H, la perpendiculaire DH $= \sqrt{\frac{q^2}{2}}$, on tirera CH qui ſera $= \sqrt{\frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}}$, on tirera de plus ſur le point H la perpendiculaire HI $= \frac{n}{2} = \frac{l+q}{2}$, la ligne CI ſera égale à $\sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}}$, ſi l'on rétranche IH de CI, le reſte CK ſera $= x$ *que l'on cherche.*

Fig. 229. Pour ſuivre le Probleme, & diriger l'effort composé de la Voute vers le point H de la baſe, reprenons l'équation $2fpx^2 + 2fpqx - fpq^2 - 3pqgx - 3pgx^2 = bfmps - bacfx + bacgx + 3acfm$; ordonnant l'équation par raport à $2fpx^2$, parce que je ſupoſe $f > g$, par exemple,

$f = 3 \,.\, g = 1$ elle eſt

$$\begin{array}{l} 2fpx^2 + 2fpqx - fpq^2 \\ -3pgx^2 - 3pqgx - 6fmps = 0 \\ \qquad\qquad + 6acfx - 3acfm \\ \qquad\qquad - 6acgx \end{array}$$

Mettant à la place de f & g leur valeur, elle devient

$$\begin{array}{l} 3px^2 + 3pqx - 3pq^2 \\ \qquad + 12acx - 18mps = 0 \\ \qquad\qquad\qquad - 9acm \end{array}$$

Diviſant par $3p$, elle eſt

$$\begin{array}{l} x^2 + qx - q^2 \\ \quad + \frac{4acx}{p} - 6ms = 0 \\ \qquad\quad - \frac{3acm}{p} \end{array}$$

qui ne differe que très peu de la précedente, & dont la conſtruction eſt preſque la même ; c'eſt pourquoi il ſuffit d'en indiquer la maniere : faiſant donc $p \,.\, a :: c \,.\, \frac{ac}{p} = l$

on aura $\begin{array}{l} x^2 + qx - q^2 \\ \quad + 4lx - 6ms = 0 \\ \quad\quad - 3lm \end{array}$

faisant encore $q + 4l = n$, elle se réduit à

$$\begin{array}{l} x^2 + nx - q^2 \\ \quad - 6ms = 0 \\ \quad\quad 3lm \end{array}$$

ajoûtant de part & d'autre $\frac{n^2}{4}$, & transposant

$x^2 + nx + \frac{n^2}{4} = q^2 + 6ms + 3lm + \frac{n^2}{4}$

tirant la racine quarrée $x + \frac{n}{2} = \sqrt{q^2 + 6ms + 3lm + \frac{n^2}{4}}$

transposant: $x = \sqrt{q^2 - 6ms + 3lm + \frac{n^2}{4}} - \frac{n}{2}$.

Pour exprimer cette racine, il faut chercher une moyenne proportionnelle entre $6m$ & s, une autre entre $3m$ & l, & tirer la racine de la somme de ces quarrez en retranchant $\frac{n}{2}$, le reste sera la valeur de x *que l'on cherche.*

Si l'on vouloit conserver les grandeurs f & g données, il faudroit suivre la même voye, ce qui est très facile.

Enfin si l'on vouloit que le piédroit fût sans talud, & que l'effort de la Voute fût dirigé vers l'extrémité E, alors la pésanteur du piédroit exprimée par son profil, c'est-à-dire par la surface de sa coupe, seroit le trapeze E 7 NF égale à sa hauteur, multipliée par sa base $= px$, & l'énergie du piédroit, pour résister à l'effort de la Voute, seroit px multipliée par la moitié de la base EF $= \frac{1}{2} px^2$.

L'Energie de l'effort horisontal seroit toujours $= mps$; l'énergie de l'effort vertical égale au produit de la pésanteur de la Voute par son bras de levier, qui seroit alors EF — YF $= x - \frac{m}{2}$ seroit $= acx - \frac{acm}{2}$ & l'équation seroit $\frac{1}{2} px^2 = mps - acx + \frac{acm}{2}$, multipliant l'un & l'autre membre par 2, & divisant par p, elle devient $x^2 = 2ms - \frac{2acx}{p} + \frac{acm}{p}$ & l'ordonnant elle est $x^2 + \frac{2acx}{p} = 2ms + \frac{acm}{p}$ faisant $p . a :: c$ $\frac{ac}{p}$ que je nomme l, elle se réduit à $x_2 + 2lx = 2ms + lm$

ajoûtant l^2 de part & d'autre on a

$f_2 + 2lx + l^2 = l^2 + 2ms + lm$, dont la racine est

$x + l = \sqrt{l^2 + 2ml + lm}$, & enfin

$x = \sqrt{l^2 + 2ml + lm} - l$

Cette formule donne la construction décrite ci-devant.

RECHERCHES

Pour une nouvelle Solution sans aucune Hypotese, mais seulement par des consequences tirées de l'expérience des fractures de Voutes composées de Voussoirs assemblez sans aucune liaison que celle de leur coupe, posées sur des piédroits trop foibles.

On a dit ci-devant que l'expérience des fractures des Voutes de maçonnerie de moilons ou de briques qui ont fait corps, nous faisoit voir qu'elles se fendoient ordinairement vers le milieu des Reins, lorsque les piédroits étoient trop foibles ; il n'en est pas de même des Voutes de pierres de taille, dont les Voussoirs sont sans liaison. M. Danisy a fait sur cela plusieurs expériences avec des modeles de petites Voutes, pour connoître où se font les ouvertures des fractions des Voutes au moment de leur destruction, lorsque les piédroits cedent à l'effort de leur *Poussée* par trop de foiblesse, ou lorsqu'étant de force suffisante pour y résister, on charge la Voute de quelque nouveau poid, qui en augmente la poussée au point de renverser les piédroits : comme ces expériences sont curieuses, & qu'elles peuvent être utiles pour la recherche de la solution du Probleme dont il est question, je vais les raporter telles qu'elles sont dans l'Extrait de l'Assemblée publique de l'Academie de Montpellier en 1732.

1°. Il fit faire une petite Voute de plâtre en plein ceintre composée de sept Voussoirs, telle qu'elle est représentée à la fig. 235. dont la base des piédroits LM, *l m* n'étoit guére plus grande que celle qu'ils auroient dû avoir dans l'état d'équilibre ; ayant chargé la clef d'un petit poid, la Voute se fendoit aux deux joins GI, *g i* vers l'intrados, & aux joins EF, *e f* des premiers Voussoirs de la retombée ; tandis que les deux autres Voussoirs BC & *b c* étoient serrez les uns contre les autres, comme s'ils n'avoient été que d'une seule piece de même que les piédrois H, *h* aves les retombées A, *a*. Fig. 235.

De cette expérience, il a tiré le moyen de trouver la quantité de Voussoirs qui demeurent comme colez ensemble, en menant du sommet du joint de la clef G ou *g*, une tangente à l'arc de la doële GF, ou *g f*, tous les Voussoirs qu'elle traverse ne se séparent point au moment des fractures.

223. 224. 225. 227. 228. 229. 230. 233. 234. 235.

La raison en est sans doute qu'il n'y a point d'interruption de vuide entre le point d'apui supérieur G, & l'inférieur F.

C'est ainsi que M. Couplet a démontré au mémoire de 1730. dont on a parlé ci-devant ; qu'en suposant que les Voussoirs ne puissent point glisser les uns contre les autres, la Voute ne cassera point si la corde AB de la moitié de l'extrados ne coupe point l'intrados, mais qu'elle se trouve dans l'épaisseur de la Voute, comme à la fig. 241. *Fig. 241.*

La raison est que la charge du sommet A, telle qu'elle puisse être, communiquera directement sans interruption au coussinet B, suivant la ligne droite AFB qui se trouve dans l'épaisseur de la Voute.

Mais s'il y a de l'interruption dans la direction, comme si l'arc de doële passoit en D, il est clair que la charge A poussant en AD, & la résistance du piédroit en BD, l'angle ADB peut s'ouvrir, par conséquent il peut s'y faire une fraction.

La même raison prouve qu'il ne pourra s'en faire entre les points A & D, B & D, parce que la communication de la charge au point de résistance est directe ; de sorte que les Voussoirs qui sont entre deux ne doivent pas se séparer.

D'ou je tire une conséquence que le point d'apui L du piédroit étant donné, on peut déterminer quelle est la quantité de Voussoirs des premieres rétombées qui demeureront collées au piédroit au moment de la fraction, car si l'on tire du point L une tangente à l'arc de la doële, si elle le touche en F, il ne se fera point de fraction dans l'intervale LF, par conséquent le Voussoir A, & plusieurs autres s'il y en a, resteront colez au piédroit H. *Fig. 235.*

La seconde expérience de M. Danisy, qui est du nombre de celles qu'il fit voir à l'Assemblée publique en 1732. se fit sur cinq petits modeles d'Arceaux, dont l'un étoit en plein ceintre composé de quinze Voussoirs, tel qu'on l'a représenté à moitié à la fig. 236. l'ayant chargé sur la clef, il s'ouvrit comme le précedent aux deux côtez de cette clef en dedans & en dehors des joins du dessus du 2[e] 3[e] & 4[e] Voussoirs ; de sorte qu'il se faisoit trois ouvertures aux Reins au lieu d'une seule qu'on voyoit dans l'arceau précedent, ce qui rend la recherche de la poussée plus difficile, parce qu'elle est composée de plus de parties, dans lesquelles on ne trouve plus les points d'apuis à la doële & à l'extrados, mais seulement du seul côté de la doële où les leviers tirez de l'un à l'autre étant multipliez, se confondroient avec l'arc de cercle, ce qui peut mener un scrutateur fort loin.

Fig. 238. Le second modele qu'il montra à l'Assemblée étoit de 16 Voussoirs surmonté & sans clef ; c'est-à-dire dont le sommet étoit traversé par un joint, en sorte que les Voussoirs étoient en nombre pair de 8 de chaque côté. Cet arceau s'ouvrit en dedans en une seule fente au milieu, & en trois autres à chaque côté de suite en dehors des Reins, de même que le précedent ; la premiere de ces fentes étoit au lit de dessus du second Voussoir, de sorte qu'il en restoit deux colez au piédroit comme à l'arceau précedent en plein ceintre de 15 Voussoirs.

Fig. 237. Le troisiéme modele d'arceau étoit surbaissé composé de 13 Voussoirs ; il s'ouvrit comme le premier & le second aux deux joints de la clef, & en deux fentes à chaques Reins, l'un au lit de dessus, l'autre au lit de dessous du 3e Voussoir, & il en restoit deux de chaque côté collez au piédroit comme dans les deux arceaux précedens.

Fig. 239. Et pour montrer que les Voutes ne se fendoient pas constamment aux mêmes endroits, mais selon qu'elles étoient plus ou moins chargées d'un côté que de l'autre ; il fit voir un quatriéme modele, qui étoit un arc rampant de 18 Voussoirs ; celui-ci s'ouvrit à l'extrados aux lits de dessus & de dessous du 3e Voussoir de la naissance inférieure, & à l'intrados entre le 7e & 8e Voussoir, & enfin à l'extrados du lit de dessus du 4e Voussoir de la naissance supérieure, lesquels quatre Voussoirs, étant plus minces que ceux de la naissance inférieure, n'occupoient à la doële qu'un intervale à peu près égal à celui des deux de l'autre imposte.

Fig. 240. Le cinquiéme & dernier modele que M. Danisy fit voit, étoit une plate-bande de 9 clavaux, qui ne s'ouvrit qu'aux deux joints de la clef en dessous comme à toutes les Voutes qui n'étoient pas rampantes, & en dehors entre le sommier & le premier clavau.

M. Danisy fit ensuite voir par une expérience que plus la clef est large moins la poussée de la Voute est grande : car si l'on substitué à trois ou à plusieurs Voussoirs une seule clef qui occupe tout l'intervale qu'ils remplissoient, & qui soit égale à leur somme, on verra que la Voute qui n'auroit pû se soûtenir après avoir un peu diminué de la force des piédroits, se soûtiendra cependant encore lorsqu'on y aura mis cette clef, quoiqu'elle soit aussi pésante que l'étoient les Voussoirs, non dans l'état d'équilibre, mais lorsqu'ils surpassoient la résistance des piédroits.

D'ou l'on tire naturellement une conséquence que nous avons établie ci-devant pour une chose constante, que si la Voute étoit toute d'une piéce, la poussée deviendroit nulle.

Après avoir fait des expériences sur les fractions des Voutes, M. Danisy en fit sur celles de leurs piédroits, lorsqu'ils étoient trop foibles pour résister à la poussée des Voussoirs ; il produisit un modele de Voute dont les piédroits étoient de plusieurs pieces, par le moyen duquel il fit voir que lorsque les piédroits sont foibles & fort hauts, ils ne se séparent pas toujours au rez-de-chaussée, mais qu'ils se fendent entre le rez-de-chaussez & l'imposte ; d'où il conclut que si les piédroits doivent se fendre vers le milieu, il faut que le contre-fort dont on le fortifie soit élevé au dessus de ce point, la chose est claire, mais il n'est pas si aisé qu'il est dit dans l'extrait dont je parle de déterminer precisément cet endroit, du moins je n'en sens pas la facilité, parce que l'Auteur nous a caché les moyens de l'apercevoir.

Je crois au contraire qu'elle n'est facile à déterminer que lorsque la hauteur du contre-fort est donnée, parce que son sommet sert d'apui à la partie supérieure du piédroit, au moment que la poussée de la Voute commence à le faire surplomber du côté du contre-fort, en le faisant taluder en dedans ; alors la partie rompuë comprise entre l'imposte & la fracture du piédroit, peut être considerée comme un levier qui s'apuie sur le sommet du contre-fort, lequel levier étant poussé par le bout de l'imposte en dehors, est repoussé par l'autre bout en sens contraire au dedans des piédroits.

De toutes ces expériences M. Danisy a tiré une regle pour déterminer l'épaisseur néceſsaire à la base des piédroits qui sont à plomb par dedans & par dehors, pour qu'ils ne soient pas renversez par l'effort de la poussée de la Voute, dans laquelle regle il n'a aucun égard à la hauteur des piédroits, parce qu'il les fortifie plus qu'il n'est néceſsaire, crainte que *quelque accident ne renverse* ceux qui seroient faits *suivant la rigueur du calcul*, aussi ne la donne-t'il pas pour être *dans la rigueur Geometrique*, mais seulement parce qu'elle lui *semble commode dans la pratique* pour les Ouvriers, en ce qu'elle *ne demande d'autre connoissance que les regles ordinaires de l'Arithmétique, l'extraction de la racine quarrée & le toisé.*

Après ce préliminaire on ne doit pas être surpris qu'il ait dit qu'en suivant sa regle *il ne faut pas s'embarrasser de la hauteur que les piédroits doivent avoir.* Le Probleme dont il m'a fait part, & que j'ai donné ci-devant, prouve évidemment qu'il n'est pas du sentiment que la hauteur d'un piédroit n'influë en rien sur l'épaisseur qu'il doit avoir pour résister à une poussée constante, il s'explique même clairement sur cette regle dans la lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire.

„ J'y ai pris (dit-il) certaines licences qui pourroient vous faire
„ juger que je me suis trop écarté de la rigueur Géometrique, je dois
„ vous avertir que j'ai cru devoir le faire ainsi en faveur des Ouvriers
„ qui préferent des pratiques aisées, quoique moins Géometriques,
„ aux méthodes plus exactes. C'est dans cette idée qu'il a aparemment suprimé l'effort vertical pour fortifier le piédroit au-delà du nécessaire, & qu'il confond dans l'usage, les inégalement sur-baissez, ou plus ou moins sur-haussez sur un même diametre horisontal.

Si l'on est curieux de voir cette regle qui n'est susceptible d'aucune démonstration par toutes ces raisons, la voici tirée mot à mot de l'Extrait cité.

Fig. 235. „ Elle consiste à mener en quelque part de la ligne oblique GF,
„ une ligne à plomb GI, & une horisontale FI pour avoir le trian-
„ gle FIG. On toisera ensuite la surface FE *e f* avec celle des murs
„ qui sont bâtis sur cet arc FE *e f*; on en multipliera la moitié par la
„ ligne horisontale FI; on divisera le produit par le double de l'obli-
„ que FG, & on tirera ensuite la racine quarrée du quotient.

„ Pour les plate-bandes, on prendra ce nombre *la* trois fois, pour
„ les arcs surbaissez deux fois & demi, pour les arcs en plein cintre
„ deux & un quart, & pour les surmontez deux fois, & ce sera
„ l'épaisseur que M. Danisy estime qu'il faut donner aux piédroits des
„ Voutes pour une parfaite solidité, *sans s'embarrasser de la hauteur que*
„ *ces piédroits doivent avoir*.

En voici la construction avec la regle & le compas.

Fig. 242. „ Apres avoir tracé sur un mur, ou en petit sur le papier, l'épure
„ de l'arceau ABCDE, les Ouvriers diviseront cet arceau en deux
„ également par la ligne KM à plomb, qu'ils prolongeront jusqu'en
„ L, qui rencontre le plus haut GH du mur FGHI qui est soûtenu
„ par l'arceau de l'extrémité C de la clef à l'extrados, & du point
„ d'atouchement N, ils meneront la ligne NO; ils feront PL paral-
„ lele à NC, & par le point O abaisseront la perpendiculaire OQ
„ sur l'oblique PL; il faudra ensuite porter la ligne OQ de A en R
„ sur l'horisontal FI; il faudra encore porter de A en T la partie PS
„ moitié de PM, & par le point V milieu de RT, décrire avec une
„ ouverture de compas égale à RV, le demi cercle RXT, par le point
„ A mener la ligne à plomb AX, & ce sera cette longueur AX qu'on
„ prendra trois fois pour les plate-bandes, deux fois & demi pour
„ les arcs surbaissez, deux & un quart pour ceux à plein ceintre,
„ & deux fois pour les Gothiques ou à tiers-point; si on porte cette
valeur

„ valeur de A en F, AF sera l'épaisseur qu'on peut donner au piédroit,
„ & quoiqu'on pût absolument la donner moindre, c'est toujours
„ hazarder, & il vaut beaucoup mieux les faire trop forts que trop
„ foibles.

QUOIQUE les expériences dont on vient de parler ne paroissent pas suffisantes pour fournir les moyens d'en tirer une regle générale pour la poussée des Voutes, voici ce qu'on pourroit tirer de celle de la fig. 235. où la Voute en plein ceintre ne s'est ouverte qu'aux deux côtez de la clef & aux deux reins, où l'on verra que l'équation qui en résulte est différente de celle qui semble avoir donné la construction de la regle de M. Danisy.

PROBLEME VII.

Trouver l'épaisseur nécessaire aux piédroits d'une Voute, qui ne doit se fendre qu'en quatre endroits, au moment de sa destruction, comme celle de la fig. 335. suivant l'expérience. Fig. 335.

SOIENT nommées les données FI $= a$
GI $= b$
FG $= d$
la ligne LZ tirée perpendiculairement du point L sur FI prolongée $=$ FM $= b$
LM $= x$
suposons la pésanteur du piédroit exprimée par la surface du rectangle MZ $= bx$

POUR réduire les deux efforts N & I en un seul, il faut multiplier le poid de la moitié de la clef, & celui de la partie FEGI de la Voute, chacun par sa distance du point F, & diviser le produit par la somme de ces deux poids; le quotient donne le point C sur la ligne FG dans quelque endroit qu'il puisse être.

SOIENT nommez ces deux poids, qui seront justement la pésanteur de la moitié de l'arc FE $ef = q$, soit tiré du point C la ligne CQ parallele à GI.

IL n'est pas nécessaire dans la pratique de faire cette opération, comme on le verra dans la suite, mais il faut la suposer faite pour résoudre le Probleme par Analyse.

Le poid q multiplié par CF exprime l'effort de la pésanteur de la moitié de l'arc FE ef, suivant la direction oblique CF.

Cet effort $q \times CF$ se décompose en deux autres, dont l'un est horisontal suivant FQ, & l'autre vertical suivant CQ, parce que CF peut être regardée comme la diagonale d'un parallelograme, dont FQ & CQ seroient les côtez.

Il se décompose de façon que l'effort total $q \times CF$ au point F, doit être égal à l'effort horisontal & à l'effort vertical pris ensemble, & réünis au même point F, & que ces trois efforts doivent être entre eux comme les lignes CF, FQ, CQ.

Ces deux conditions sont remplies en exprimant l'effort total par $q \times CF$, l'horisontal par $q \times \frac{\overline{FQ}^2}{CF}$, le vertical par $q \times \frac{\overline{CQ}^2}{CF}$, où l'on voit que ces trois efforts conservent le raport demandé, & que l'effort total est égal aux deux autres, à cause du triangle rectangle CQF qui donne $\overline{CF}^2 = \overline{FQ}^2 + \overline{CQ}^2$.

Mais les triangles semblables FQC, FIG, donneront CF, FQ, CQ = GF, FI, IG, mettant donc à la place de CF, FQ, CQ, leurs proportionnelles GF, FI, IG; les expressions précedentes deviendront $q \times GF . q \times \frac{\overline{FI}^2}{GF} . q \times \frac{\overline{GI}^2}{GF}$, dans lesquelles les mêmes rélations sont observées.

A present si l'on considere que l'effort horisontal, agissant contre le levier LF au point F pour le faire tourner sur le point L du côté de Z, est apliqué au bras du levier LZ, son énergie sera $=$

$q \times \frac{\overline{FI}^2}{GF} \times LZ = q \times \frac{a^2}{d} \times b = \frac{a^2qb}{d}$

Cette énergie tend à renverser le piédroit.

L'Effort vertical au contraire tend à affermir le piédroit, & agissant en F pour faire tourner le levier LF sur le point L du côté de M, il est apliqué au bras du levier LM; son énergie sera donc

$q \times \frac{\overline{GI}^2}{GF} \times LM = q \times \frac{b^2}{d} \times x = \frac{b^2}{d} qx.$

La différence de l'effort horisontal, qui renverse le piédroit à l'effort vertical qui l'assure, est donc precisément la force restante pour agir

contre le piédroit ; cette force est $\frac{a^2qb}{d} - \frac{b^2qx}{d}$.

Le piédroit pour lui résister opose son effort, & cet effort est égal au produit de son poid par la perpendiculaire abaissée du point L sur la direction du centre de gravité, il est donc $bx \times \frac{1}{2}$ LM $= \frac{1}{2} bx^2$.

Pour entretenir l'équilibre, l'effort du piédroit doit être égal à celui qui lui est contraire, d'où résulte cette équation $\frac{1}{2} bx^2 = \frac{a^2qb}{d} - \frac{b^2qx}{d}$. Multipliant l'un & l'autre membre par 2, & transposant pour l'ordonner, elle devient $bx^2 + \frac{2b^2}{d} qx = \frac{2a^2qb}{d}$.

Divisant par b, elle est $x^2 + \frac{2b^2qx}{db} = \frac{2a^2q}{d}$.

Ajoûtant de part & d'autre l'équerre de la moitié du coefficient du second terme, elle se change en $x^2 + \frac{2b^2qx}{db} + \frac{b^4q^2}{d^2b^2} = \frac{b^4q^2}{d^2b^2} + \frac{2a^2q}{d}$

dont la racine est $x + \frac{b^2}{db} q = \sqrt{\frac{b^4}{d^2b^2} q^2 + \frac{2a^2q}{d}}$

Cette formule enseigne qu'il faut prendre la surface de l'arc FE ef, multiplier sa moitié par la quatriéme proportionnelle à FG & à GI, diviser ce second produit par le quarré de la hauteur du piédroit, ajoûter ce quotient au produit formé suivant la premiere regle, & tirer la racine quarrée de cette somme.

Et enfin retrancher de cette racine le produit de la surface de la moitié de l'arc FE ef, par la quatriéme proportionnelle à FG & à GI divisé par la hauteur du piédroit.

Ce qui reste est l'épaisseur qu'il faut donner aux piédroits d'une Voute à plein ceintre, dont les Voussoirs sont en nombre impair.

Si l'on fait attention à la conduite que l'on a tenuë pour résoudre ce Probleme, on remarquera aisément que l'on a décomposé l'effort total de la Voute sur le point où se fait l'ouverture aux Reins en deux autres, dont l'un est horisontal & l'autre vertical ; que l'horisontal se fait suivant FI, ligne comprise entre le point de rupture & la verticale abaissée de l'extrémité de la clef ; que le vertical se fait suivant GI, ligne verticale abaissée de l'extrémité de la clef jusqu'à la rencontre de l'horisontale ; que ces deux efforts sont comme les deux lignes FI, GI, & enfin que l'effort horisontal tend à renverser le piédroit, & le vertical à l'affermir.

Corollaire I.

D'ou il suit que plus la clef est large, moins la poussée de la Voute est grande, parce que dans ce cas la ligne FI diminuë plus à proportion que la ligne GI, c'est-à-dire que l'effort horisontal devient moindre à proportion que le vertical.

Corollaire II.

2°. Que la pesanteur de la Voute, la clef, la distance & la hauteur des piédroits restant les mêmes, l'effort horisontal ne change plus, qu'il n'y a que le vertical qui varie selon que la Voute differe plus ou moins de celle en plein-ceintre, c'est-à-dire selon que l'arc est surbaissé ou sur-haussé ; que dans les surbaissez l'effort vertical qui agit pour le piédroit étant moindre, les piédroits demandent plus d'épaisseur, & au contraire les sur-haussez en demandent moins.

Le défaut d'explication de l'énoncé de la regle de M. Danisy, ayant donné occasion de chercher la route qu'il avoit pû tenir pour venir à sa construction, on a trouvé qu'on ne le pouvoit que par un faux raisonnement, qui donnoit $\overline{LM}^2 = q \times \frac{FI}{2FG}$, dont la racine quarrée qui est $LM = \sqrt{q \times \frac{FI}{2FG}}$, donne precisément cette construction ; mais on a vû ci-devant qu'on ne doit pas penser que ce soit par inadvertence, mais parce qu'il a suprimé l'effort vertical du piédroit, pour qu'il en résultât une plus grande épaisseur.

DE LA POUSSÉE DES VOUTES COMPOSÉES, & de plusieurs simples, qu'on peut considerer comme composées.

Les Auteurs qui ont travaillé à résoudre le Probleme de la Poussée des Voutes, n'ont fait attention qu'à celles des Berceaux & des Platebandes, c'est-à-dire aux cylindriques & aux planes, sans faire aucune mention de celles des autres especes dont les surfaces intérieures sont de différentes figures simples, comme les sphériques, sphéroïdes, coniques, annulaires & hélicoïdes ; ni aux Voutes qui sont composées de plusieurs portions des corps simples, rassemblées sous différens angles, & suivant differentes directions, ce qui méritoit cependant d'être mis en question, parce que les Berceaux simples ne sont pas les Voutes les plus usitées dans les bâtimens civils.

Je vais tacher de supléer à cette omission autant qu'il est nécessaire

235.
236.
237.
238.
239.
240.
241.
242.
243.

pour la pratique, en raportant toutes sortes de Voutes aux cylindriques par des conséquences tirées de la spéculation & de l'expérience.

QUOIQU'IL soit du bon ordre d'aller du simple au composé, j'examinerai les Voutes *composées* avant les simples, parce que je dois considerer les simples comme composées de petites parties cylindriques, semblables à celles des Voutes d'arêtes & en *Arc de Cloitre.*

De la Poussée des Voutes d'Arêtes.

UNE Voute d'Arête (comme nous l'avons dit au commencement de ce 3[e] tome) est un composé de deux surfaces de demi-cylindres APBD, dont le ceintre est A *b* P & ADBP, dont le ceintre est PHI, qui se croisent sur une même hauteur d'Imposte & de Clef, ce qui forme quatre portions de cylindres séparées par les arêtes de leurs interfections, & l'on sous-divise encore chacune de ces portions en deux parties égales qu'on apelle *Pandantifs*; nons apellons *Travée* cet assemblage de huit pandantifs, dont les deux contigus en retour font un quart de travée. *Fig.* 144.

SI l'on considere chacun de ces pandantifs à part comme un triangle cylindrique dont l'axe est horisontal, & qui est apuyé sur une de ses pointes posée sur un pilier que nous apellons piédroit; il est clair que l'effort de sa pésanteur qui pousse le piédroit, se fera suivant l'arc Elliptique, qui feroit la section de ce triangle cylindrique par son centre de gravité; ainsi considerant cette surface courbe dans sa projection *m* PC, ou MPC, on divisera le côté droit & horisontal *m* C ou MC en deux également en *n*, la poussée du pandantif sur le piédroit *b* P *a x* se fera suivant cette direction *n* P. *Fig.* 244.

D'ou il suit que pour trouver la direction de la poussée commune aux deux pandantifs joins ensemble & apuyez sur le point commun P, il faut prolonger les directions *n* P en *q* & NP en *r*, chercher l'épaisseur du piédroit qui convient au ceintre & à la charge de l'arc Elliptique sur *n* P & NP, & porter cette épaisseur en *q* & en *r*; ensuite par ces points *q* & *r* mener des paralleles aux directions pour former le parallelograme P *r y q*; la ligne P *y* sera la valeur de la poussée du quart de travée de la Voute d'arête suivant cette hypotese.

MAIS si l'on fait attention que les lits des Voussoirs sont paralleles aux axes de chacune des portions de cylindre qui font les pandantifs, on reconnoitra que la direction de leur poussée sera déterminée par les perpendiculaires aux plans des lits, ce qui en diminuë l'effort, par-

ce que l'angle du concours des deux puiſſances *m* PM eſt moins aigu que celui des deux précedentes *n* PN, ſuivant les proprietez des mouvemens compoſez, démontrées dans les traitez de Méchanique; ainſi nous abandonnons cette premiere hypoteſe pour conſiderer les pandantifs comme une ſuite d'arcs circulaires ou Elliptiques paralleles entre eux, qui vont toujours en diminuant, & qui tendent à ſe redreſſer ſuivant une direction qui eſt dans un plan perpendiculaire à l'axe; en effet une Voute d'arête, dont l'apareil ſeroit par joins de tête de ſuite en déliaiſon, quoiqu'un peu moins ſolide, n'en ſubſiſteroit pas moins, pourvû que les enfourchemens fuſſent faits en bonne coupe ſur leurs lits.

Soit (fig. 244.) APBD, la projection horiſontale d'une Voute d'arête compoſée de deux Berceaux inégaux qui ſe croiſent, leſquels forment quatre Lunettes, dont les opoſées au ſommet ACP, DCB ſont égales, & celles qui ſont de ſuite ACP, PCB inégales, l'une étroite & ſurhauſſée ſuivant le profil A *b* P, & l'autre large & ſurbaiſſée PHB.

On cherchera par les Problemes précedens l'épaiſſeur du piédroit qui convient à chacun de ces Berceaux, s'il n'y a point de biais, on portera la ligne trouvée pour cette épaiſſeur ſur la prolongation des côtez, & s'il y a du biais, on la portera ſur la prolongation de l'arc-Droit, par exemple la meſure de l'épaiſſeur P *a* ſur AP prolongé en *a* pour la pouſſée de l'arc doubleau A *b* P, & l'épaiſſeur P *b* ſur BP prolongé en P *b* pour la pouſſée de l'arc doubleau BHP; enſuite par les points *a* & *b*, on menera des paralleles aux côtez opoſez, leſquelles ſe croiſeront en *x*, le rectangle P *b x a* ſera la ſurface de la baſe du piédroit, ou pilier neceſſaire pour réſiſter à la pouſſée du quart de la Voute d'arête APBD, que j'apelle un quart de *travée*, parce qu'elle eſt compoſée de deux pandantifs, qui ſont deux triangles cylindriques, dont les projections ſont les triangles rectilignes *m* PC, MPC.

Si l'on fait attention que tout l'effort de la pouſſée ſe fait ſur le point P, on reconnoitra premierement qu'il eſt chargé de toute la péſanteur des deux pandantifs qui le preſſent verticalement, & tendent à écraſer la matiere dont le piédroit eſt conſtruit.

Secondement que l'effort horiſontal de la pouſſée ſe fait ſuivant la diagonale P *x*.

D'ou il ſuit que les priſmes triangulaires du piédroit, qui ont pour baſe les triangles P *b x* & P *a x*, ne lui ſont néceſſaires que pour empêcher que l'angle P ne ſoit écraſé, & pour contenir la charge dans ſa direction verticale, afin que le piédroit ne s'incline pas vers *a* ni

vers *b* ; de sorte que supofant deux barres de fer de force suffisante, l'une posée verticalement pour soûtenir le fardeau, l'autre en situation inclinée suivant la tangente du joint extréme pour résister à la poussée de l'arête, dont la projection est CP ; il n'en faudroit pas davantage pour soûtenir ce quart de travée, si le fond étoit impénetrable, & l'équilibre parfait, c'est une spéculation dont l'exécution est impossible, mais qui n'est pas inutile pour donner une juste idée du sujet.

SECOND CAS.

Lorsqu'il y a deux travées de Voute de suite sur le même alignement.

Soient deux quarts de travées APCM, BPCD (fig. 225.) c'est-à-dire quatre pandantifs, dont les projections sont les triangles APM, MPC ; CPD, & DPB ; il est clair par la construction précedente que les diagonales P *d*, P *m* des deux parallelogrames PQ *m a* & PQ *d b*, exprimeront les épaisseurs nécessaires pour contenir la poussée de chacun des quarts de travée, & qu'ainsi un pilier triangulaire P *d m* seroit suffisant pour contenir la poussée des deux quarts de travée ; mais comme toute leur charge porteroit sur le point P, l'angle de ce piédroit seroit écrasé par cette charge, ou s'enfonceroit dans le sol pour peu qu'il ne fût pas suffisamment solide ; c'est pourquoi il convient d'ajoûter au prisme triangulaire P *d m* les deux triangles *a* P *m* & *b* P *d* pour le fortifier, & le rendre propre à soûtenir le poid de la Voute. Je dis seulement pour ce sujet, & non pour n'être pas jetté à droit ou à gauche comme au cas précedent, parce qu'ici les deux arcs de formerests sur AP & BP, étant diametralement oposez, demeureront en équilibre si leurs diametres & leurs charges sont égales, & si elles sont inégales, la poussée qui se fera d'un côté plus que de l'autre sera la différence des deux efforts, ainsi en ce cas il faut indispensablement quelqu'épaisseur de piédroit en P, mais dans la pratique il convient toujours qu'il y en ait quand même les formerests seroient égaux, parce que toute la charge tombant sur un angle P, il seroit difficile qu'il fût de pierre d'une assez forte consistance, ou sur un fond assez dur pour qu'elle ne fût pas écrasée par la charge, ou qu'elle ne s'enfonçat un peu dans le sol de la fondation, auquel cas le moindre mouvement romproit tout l'équilibre.

REMARQUE.

Par cette raison les Architectes divisent ordinairement les travées Fig. 245. & 250.

des Voutes d'arêtes par un ornement en saillie qu'ils apellent *Arc Doubleau e f g i*, parce qu'il double cette partie de Voute, lequel ar occupe en largeur celle d'un pilastre *d e f* K, ou d'une perche qui lui sert de base, qui fait par conséquent un pan *k e f l* au lieu de l'angle *d* P *m*.

Cet Arc doubleau dans l'Architecture moderne est une Arcade cylindrique, c'est-à-dire une portion de berceau simple qu'on orne de panneaux ravallez, dans lesquels on place à propos des ornemens de sculpture, comme des rosons, des bas reliefs &c.

Dans l'Architecture Gothique l'arc doubleau est comme les autres nervures d'Augives, Tiercerons, Liernes &c. une partie fort saillante profilée en moulures de doucines oposées avec des quarts de ronds baguettes &c. mais beaucoup moins large que dans l'Architecture moderne, parce que sa base n'est posée que sur une perche, & même souvent elle porte à faux sur un *Cul-de-lampe*.

TROISIE'ME CAS.

Lorsqu'il y a trois travées de suite en retour d'un angle Droit.

Dans une grande partie de nos Eglises qui sont voutées en Voutes d'arête sur un *Plan* en Croix latine, il se trouve à la croisée des *Bras* avec la *nef* une suite de trois travées en retour, qui sont apuyées à moitié sur des piliers angulaires ; celle du milieu est exactement quarrée lorsque les bras sont de même largeur que la nef ; mais lorsqu'ils sont plus étroits, elle devient barlongue, comme sont ordinairement les autres travées, un peu plus ou moins, selon qu'elle differe des autres en largeur, c'est-à-dire selon que les Bras sont plus étroits que la Nef.

Ordinairement les travées extrêmes des deux côtez de la Croisée sont égales, parce qu'on fait les bras égaux en largeur à la nef ; mais comme ils peuvent ne pas l'être, nous choisirons ce cas pour rendre la construction plus générale.

Avant trouvé par la construction du cas précedent la diagonale P*x*, qui exprime le résultat de la poussée des deux travées de suite FA, AB, on cherchera par le premier cas la poussée de la travée GB qui sera P*y* ; puis par les points *y* & *x*, on menera des paralleles aux côtez oposées qui se croiseront en *z* ; la diagonale PZ exprimera la poussée des trois travées réünies à une seule direction.

On

On tirera ensuite du point Z des perpendiculaires Z *i*, Z *k* aux côtez PF, PG ; le quarré P *f z* G sera la surface de la base du pilier que l'on cherche.

REMARQUE.

Quoiqu'il y ait des exemples de cette construction, ils sont cependant assez rares ; on coupe ordinairement par un petit pan *a n* l'angle *a* P *n* d'encognure, pour donner plus de force à la naissance de la travée du milieu, comme on voit à la fig. † à côté de 246.

Les bons Architectes ne voutent guére le milieu de la croisée en Voute d'arête, mais plûtôt en cu-de-four, parce que si le cintre primitif de la nef est circulaire, les arêtes de la croisée deviennent fort surbaissées, & rendent cette partie de Voute trop foible, laquelle étant ordinairement plus chargée de Charpente que les autres, a au contraire besoin de plus de force.

Il est aisé de voir que lorsque les travées extrémes sont inégales les côtez *i* P & *k* P du pilier deviennent inégaux, & que si les trois travées étoient égales entre elles, il n'y auroit que celle du milieu qui agiroit pour renverser le pilier, parce que les deux extrémes étant exactement oposées l'une à l'autre, le contrebalanceroient & demeureroient en équilibre, si leurs épaisseurs & leur charge étoient parfaitement égales, & si elles sont inégales la poussée des extrémes se fera suivant une diagonale P *u*, qui ne sera plus dans la direction de l'arête DP, & qui sera d'autant plus ou moins grande que l'angle de leurs ogives ou arêtes EPC sera plus ou moins obtus.

QUATRIE'ME CAS.

Lorsqu'il y a quatre Travées ou plus autour d'un pilier.

Il est clair que lorsque les pandantifs d'une Voute d'arête sont égaux entre eux & diamétralement oposez, les efforts de leurs poussées se détruisent mutuellement, & par conséquent qu'ils n'agissent plus sur le piédroit que par la charge de leur pésanteur qui fait effort pour l'écraser ; c'est dans ce cas où l'on reconnoit encore plus que dans les précedens la nécessité de séparer les travées par des arcs doubleaux, qui ayent une certaine largeur suffisante pour donner au pilier l'épaisseur qui lui est nécessaire pour soûtenir le poid de huit pandantifs dont il doit être chargé, ce que l'on ne peut déterminer que par l'usage & Fig. 247.

l'expérience de la pierre de taille qu'on y employe, qui est plus ou moins *forte à la charge*, c'est-à-dire qui peut ou ne peut pas être écrasée, & par la connoissance que l'on doit avoir de la pésanteur absoluë des huit parties de Voute que le pilier doit soûtenir, lesquelles peuvent être plus ou moins épaisses, & chargées de Charpente ou d'autre chose ; s'il se trouvoit de l'inégalité dans les pandantifs opposez, alors l'épaisseur du pilier seroit déterminée par la différence des deux lignes qui expriment la poussée horisontale qu'on peut trouver par les Problemes précedens.

On sçait que pour trouver la pésanteur absoluë de chaque pandantif, & de tous ceux qui chargent un pilier, il faut en faire le toisé & le multiplier par la pésanteur des materiaux, connuë par l'expérience & reduite en piéds cubes ; mais la maniere de toiser ces pandantifs avec une certaine exactitude n'est connuë que depuis peu ; c'est à M. Senes de l'Academie des Sciences de Montpellier, Ingenieur en Chef du canal de Cette au Rhône, que nous la devons ; on la trouvera dans les memoires de l'Academie des Sciences de Paris de l'année 1719. & 1721. avec ses démonstrations ; on peut y avoir recours pour operer avec une grande justesse.

Si cependant l'on veut se contenter d'une opération moins parfaite, laquelle peut être suffisante pour le sujet dont il s'agit, il n'y a qu'à faire le dévelopement d'un pandantif consideré dans le milieu de son épaisseur de la même maniere que nous avons donné pour en faire les panneaux de doële, mesurer chacune de ses parties comme autant de trapezes, & la premiere à la naissance comme un triangle ; ajoûter toutes ces surfaces ensemble & les multiplier par l'épaisseur commune.

Le produit multiplié par le nombre de livres que pese un pied cube, donnera la pésanteur absoluë de la Voute. Nous verrons ci-après la maniere de trouver le poid d'un pied cube de chaque espece de materiaux, en cas qu'on ne le connoisse pas & qu'on n'ait pas des tables des poids sur lesquelles on puisse compter.

Fig. 244. Soit, par exemple, le pandantif *m* PC qu'on veut mesurer, on rectifiera la moitié du cintre du formerest P *b*, qu'on portera dévelopé sur PA prolongé en *m p* avec ses divisions 1, 2, 3, 4, étenduës aux points 1ᵈ, 2ᵈ, 3ᵈ, *m*, par lesquels on menera des paralleles indéfinies à la ligne de projection de la clef *m* C ; puis par les points 1ʳ, 2ʳ, 3ʳ, où la projection de l'arête coupe les lignes provenant des points 1, 2, 3, 4, du formerest P *b*, ou par les points 1ᵉ, 2ᵉ, 3ᵉ, du

ormer est suivant PH, on menera des paralleles à Pp, qui couperont
s perpendiculaires à la même ligne aux points 1^d, 2^d, 3^d, C, par
squels on tracera à la main la courbe p C, qui sera le dévelopement
e l'arête du pandantif.

Le triangle mixte pmC sera la surface de la doële du pandantif, si
arc bP est pris à la doële, & celle du milieu de la Voute si cet arc
st pris au milieu : ainsi multipliant cette surface par l'épaisseur de la
Voute, on aura le toisé de son cube, lequel multiplié par le nombre
le livres de la pésanteur d'un pied cube de la pierre dont il est fait,
lonnera la pésanteur absoluë de la Voute.

Il faut observer que cette operation donne un peu trop, parce
que les naissances des pandantifs qui se pénétrent, retranchent la
pointe de la naissance.

REMARQUE.

On *fait Usage de cette construction* lorsque l'on est obligé de vouter sur des piliers. 1°. Les endroits où l'on ne peut trouver la hauteur qui seroit nécessaire pour ne faire qu'un cintre, qui comprenne toute la largeur du bâtiment.

2°. Lorsque les murs ne sont pas d'une épaisseur suffisante pour résister à la poussée d'une Voute d'un grand diametre, parce qu'on la diminuë dans le raport des hauteurs & des diametres.

Enfin pour pouvoir faire des Voutes de peu dépaisseur, & de moins de surface, soit par raison de charge ou par raison de ménagement de dépense.

C'est par ces raisons que l'on a fait ainsi des bas côtez doubles dans une partie de nos anciennes Eglises, comme à Notre-Dame de Paris, &c. & les grandes Sales de la plûpart des Monasteres, & des anciens édifices.

Explication Démonstrative.

On peut sans doute considerer un quart de travée de Voute d'arête mPMC, & chaque pandantif en particulier comme une suite de plusieurs tranches de Berceaux coupez verticalement par des plans perpendiculaires à leurs axes : or il est visible que chacune de ces tranches étant posée dans sa partie inférieure sur l'arcade que forment les

Voussoirs d'enfourchement suivant l'arête où se fait la jonction des deux pandantifs contigus, fait effort par sa charge pour faire dresser cet arc d'Augive, & par conséquent pousse ainsi médiatement le piédroit pour le renverser.

Il est aussi visible que les arcades des arcs doubleaux poussent chacune immédiatement ce même piedroit en différentes directions, qui font ordinairement entre elles un angle droit, d'où il résulte suivant les principes de la Méchanique des mouvemens composez, que la direction qui résultera de celle des deux puissances qui poussent, sera la diagonale d'un rectangle, dont les longueurs des côtez seront entre elles comme ces puissances : or comme toutes les arcades des Voussoirs sont paralleles entre elles dans chaque pandantif, il résultera aussi que le concours de leur direction se réduira à une troisiéme, qui sera aussi dans le même plan que celle du concours des arcs doubleaux.

Si l'on fait présentement attention que les poussées de toutes ces arcades inégales sont rélatives à leurs retombées, qui sont les sinus ou sinus verses de chacun de ces arcs, comme il a été démontré ci-devant, on reconnoîtra que les triangles rectilignes *m*PC, MPC, qui sont les projections des deux pandantifs contigus, contiennent tous ces sinus verses, par conséquent que les longueurs qui donnent l'épaisseur du piédroit pour chacune de ces arcades, formeront un triangle semblable à celui de la projection horisontale; donc supposant les côtez P*a* & P*b* trouvez suivant les Problémes de la poussée des arcs doubleaux, le parallelograme P*bxa* semblable à celui de la projection C*m*PM, sera la base du pilier qui doit soûtenir la poûssée du quart de travée de Voute d'arête donné, *ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

Il faut remarquer que par cette composition & disposition de portions de Berceaux qui se croisent, il résulte une Voute dont la surface est moindre que celle du berceau simple, qui couvriroit le même Fig. 244 espace du rectangle DAPB; parce que chacun des pandantifs est moindre que la huitiéme partie d'un tel berceau, quoiqu'il le paroisse ainsi dans sa projection.

Pour en connoître la difference, il n'y a qu'à faire le dévelopement d'un de ces pandantifs, comme on vient de l'enseigner pour le pandantif P*m*C ou son égal A*m*C, où l'on voit que la courbe *p* 2 C, qui termine un des côtez de la surface dévelopée, est concave, & toute au dedans de la corde *p* C, par conséquent le triangle mixte

P *m* C est moindre que la moitié du parallelograme *m e*, qui est le dévelopement de la projection *m* E, laquelle exprime le quart du berceau qui couvriroit l'espace horisontal APBD, donc la surface d'un pandantif d'une travée de Voute d'arête est moindre que la huitiéme partie du berceau, & par conséquent les huit pandantifs dont elle est composée font ensemble une surface considerablement plus petite que celle d'un berceau de même hauteur, qui seroit à la place d'une Voute d'arête, *ce qu'il falloit prouver.*

On va voir le contraire dans les Voutes en Arcs de Cloitre; cependant chacun des pandantifs pousse plus, c'est-à-dire fait plus d'effort pour renverser le piédroit que la portion de berceau en continuation PCM, qui seroit son complément, quoique plus grand en surface de près d'un tiers puisqu'il contient de plus deux fois le segment de dévelopement *p* IC; la raison est que les Voussoirs poussent d'autant plus qu'ils aprochent de la clef, & d'autant moins qu'ils aprochent de l'imposte; en effet on verra ci-après que jusqu'à la hauteur du quart de cercle P 1, ils ne poussent point du tout étant retenus par le seul frotement de leurs lits, ils se soûtiennent les uns sur les autres sans glisser jusqu'à 22. & même jusqu'à 25. dégrez; on rémarque aussi qu'au dessus jusqu'à 45. dégrez ils poussent fort peu, puisque ce n'est qu'à cette hauteur que les Voutes se fendent.

Ainsi (à la fig. 248.) si l'on mene par le point 2 du cintre *b* H, une parallele à l'imposte A *b*, elle coupera la diagonale AC au point a^2, & le côté A *d* au point *x*; si par le point a^2 on tire a^2 q^2 parallele au côté A *d*, il est évident que le trapeze *x* a^2 C *d* est plus grand que le triangle a^2 p^2 C de tout le parallelograme *x* a^2 q^2 *d*, lequel étant consideré dans la projection d'un pandantif AC *d*, exprimera la différence en excès de la poussée du pandantif de la Voute d'arête sur le triangle cylindrique, qui seroit son complément pour achever le demi berceau qui couvriroit tout l'espace A *b* C *d*. Or ce complément du pandantif est justement le pan d'une Voute en Arc de Cloitre, qui couvriroit le même espace.

Secondement on a vû par le dévelopement du pandantif DAIS que sa surface est moindre que celle du dévelopement du pan de l'Arc de Cloitre de l'arc *b* AIS, cependant si le demi berceau étoit complet sur l'imposte A *b*, le parallelograme A *x b* seroit la base totale de son piédroit; or nous disons que la moitié A *x b* est celle de la portion d'arc de cloitre, qui est plus grande que la moitié de la doële, donc l'autre moitié A *f x*, qui est égale à la base A *x b* étant nécessaire pour soûtenir la poussée d'une moindre partie de doële, il suit que cette

moindre partie qui est le pandantif, pousse plus en général que le pan de l'arc de cloitre, ce qui est exprimé à la fig. 214. par le rapor de P x à P b ou à P a, & dans celle-ci de A e à b x ou A f.

De la Poussée des Voutes en Arc de Cloitre.

Les Voutes en *Arc de Cloitre* peuvent être considerées comme les complémens des Voutes d'Arêtes, ainsi que nous venons de l'expliquer ; car suposant un demi berceau sur *d b* (fig. 248.) coupé diagonalement sur AC, & la naissance ou imposte du demi berceau sur A *b* ; le triangle AC *d* sera la projection d'un pandantif, & AC *b* celle d'un pan de Voute en Arc de Cloitre.

Fig. 248.

D'ou il suit que, puisque le pandantif est une portion de berceau moindre que la moitié du demi berceau sur *d b*, comme on vient de le montrer, le pan de la Voute en arc de cloitre, qui en est le complément, sera plus grand que cette moitié, quoiqu'il paroisse égal dans la projection où le triangle A *b* C est égal au triangle A *d* C.

La raison de cette fausse aparence a été donnée au second Livre, lorsque nous avons parlé des effets de la projection, qui racourcit d'autant plus les objets qu'ils sont moins inclinez au plan de description ; or il est clair par le profil *b* 1·2 H que la partie *b* 1 étant moins inclinée à la base *b c* de ce profil que la partie 3 H, qui lui est presque parallele, elle sera aussi plus racourcie par la projection ; par conséquent la surface de la Voute sur A *b* C sera plus grande que son complément au demi cylindre sur AC *d*, qui a ses parties plus éloignées de l'imposte A *b*.

Cette verité paroit évidemment dans le dévelopement du demi berceau tracé en ADSB, où le triangle mixte AISD est la surface dévelopée du pandantif, & l'autre AIS *b* celle du pan de l'arc de cloitre.

De cette derniere consideration, il suit que quoique le pan d'un arc de cloitre soit plus grand que le pandantif de la Voute d'arête, qui est son complément, il poussera cependant beaucoup moins, parce que son centre de gravité sera plus près de l'imposte que celui du pandantif.

Au reste on ne peut comparer la poussée de ces deux Voutes, parce que l'une pousse sur une ligne & l'autre sur un point ; le pandantif de la Voute d'arête fait tout son effort sur le point A pour renverser le piédroit, & le pan d'arc de cloitre le fait sur toute la ligne A *b*

qu'il pousse inégalement, en sorte que son mouvement virtuel décrit une surface triangulaire A *b x*.

En effet c'est ici tout le contraire du pandantif, il pousse tout au point A, & le pan d'arc de cloitre n'y pousse point encore, c'est de ce point qu'il commence à pousser de plus en plus vers *b*, dans le raport des longueurs des retombées de chaque rang vertical de ses Voussoirs, compris entre l'imposte A *b* & l'arc de section Elliptique AL *b* sur AC.

D'ou il suit que le plan d'arc de cloître sur A *b* C n'a besoin que de la moitié de la surface de la base du piédroit, qui seroit nécessaire pour résister à la poussée du demi berceau sur C *d* A *b*, dont le piédroit devroit être le parallelograme A *f x b*, suposant l'épaisseur A *f* ou *b x* trouvée par les Problemes précedens.

Ainsi toute l'épaisseur A *f x* que l'on a coutume du donner au piédroit, c'est-à-dire à la base d'un mur de faces paralleles entre elles, laquelle est le parallelograme A *f x b*, est superfluë pour résister à la poussée de la Voute en arc de cloitre, de même que le triangle A *g y* moitié du parallelograme A *y*, qui répond à l'autre pan A *d*; & à plus forte raison le quarré restant à la jonction des deux murs en *g* A *f e* qui est totalement inutile, parce que les deux pans d'arcs de cloitres n'ont aucune détermination de poussée de ce côté, lequel au contraire étoit le seul où poussoient les Voutes d'arêtes, comme nous l'avons dit ci-devant.

Cette partie superfluë de la jonction des deux murs diminuera à mesure que l'angle des murs sera plus ouvert, & augmentera d'autant plus qu'il sera plus aigu.

Ainsi suposant une Voute d'arête sur un Pentagone régulier DBG FE, comme par exemple une Guerite (fig. 249.) cette partie de jonction des murs devient le trapezoïde I *n* F *o*, qui est plus petit, toutes choses égales, que le quarré *g f* de la fig. 248. *Fig.* 249.

D'ou il suit que ne prenant pour la base des piédroits que les parties triangulaires, qui sont nécessaires pour résister à la poussée d'une Voute établie sur un polygone; le contour de ces piédroits sera d'un nombre de côtez doubles de celui sur lequel est établie la Voute en arc de cloitre, par exemple ici ce sera un décagone EAFMGLB &c. qui peut être ou ne pas être régulier, suivant que la poussée du milieu d'un pan AP aura été trouvée plus ou moins grande par les Problemes précedens, touchant celle des berceaux simples, dont le demi diametre de l'arc-Droit seroit RC.

D'ou il suit que les bases des piédroits à faces paralleles entre elles EF, KI ; FG, IH d'un mur qui enveloperoit le polygone, feroient plus de moitié plus grandes qu'il ne faut de la quantité de tous les trapezoïdes, comme *o* F *n* I, &c. qui restent aux angles du polygone au-delà des triangles AF *o*, FM *n*, qui sont égaux à ceux des bases des piédroits ARF, MF *m*, nécessaire pour contenir la poussée de chaque pan d'arc-de-cloitre.

Fig. 248. **Presentement** si l'on veut diminuer de moitié la plus grande épaisseur *b x* (fig. 248.) pour faire un mur à faces paralleles A *b*, NO, faisant *b o* = *o x*, il est évident qu'on aura la même surface de base dans le parallelograme A *o* que dans le triangle A *x b*, & que le triangle M *x* O qu'on suprime, est remplacé par son égal NAM, qui sera la base d'un contre-fort en prisme triangulaire, lequel apuye le piédroit en coin tronqué AM *o b*, consideré comme un massif de maçonnerie qui peut être retenu par ce contre-fort, & si l'on y ajoûte le triangle à la diagonale *k* NA pour le fortifier, on peut compter que la force d'un tel piédroit feroit suffisante pour résister à la poussée de la Voute.

Cependant quoique la base ajoûtée *k* MA soit plus grande que la retranchée M *x o*, il sera de la prudence d'épaissir le piédroit, qui sera fait en mur de faces parallales entre elles, un peu au-delà de la moitié *b o* de l'épaisseur primitive *b x*, lorsque le polygone sera d'un petit nombre de côtez comme de 4, & encore plus de 3 où l'angle AM *k* du contre-fort est trop aigu, de sorte qu'il est fort foible consideré comme une partie ajoûtée, quoiqu'il soit en effet une partie de mur continuë.

Cet angle AM *k* s'ouvrira d'autant plus que le polygone vouté en arc-de-cloitre sera d'un grand nombre de côtez, de sorte que la partie ajoûtée y deviendra suffisante pour remplacer la pointe du piédroit retranchée, considerant toûjours les piédroits & la Voute comme une masse de maçonnerie ou de pierres de taille bien liées entre elles qui ne font qu'un corps, car si on les consideroit comme sans liaison laterale, ces contre-forts ne pourroient jamais remplacer la force du levier venant de l'éloignement du point d'apui *x*, qui seroit nécessaire pour résister à la poussée de l'arc du milieu C *b*, consideré comme une arcade détachée, qui pourroit se séparer du reste du pan de l'arc-de-cloitre, parce que cet éloignement *x* donne la longueur du bras du levier nécessaire pour résister à l'effort de la poussée.

De

De la Poussée des Voutes Sphériques & Sphéroïdes.

Si un Polygone ou une portion ABP (fig. 252.) vouté en arc-de-cloitre a un grand nombre de côtez de peu de largeur à la naissance, comme A 1, 1·2, 2·3, 3·4 &c. il est évident que la figure d'une telle Voute aprocheroit beaucoup de celle d'une sphérique, si l'arc-Droit étoit circulaire, ou d'une sphéroïde, si l'arc-Droit étoit Elliptique surhaussé ou surbaissé. Fig. 252.

Que si le nombre des côtez étoit du double ou du triple plus grand, les côtez ou pans de la Voute deviendroient si petits qu'ils seroient sensiblement confondus avec le cercle dans lequel le polygone seroit inscrit, & la Voute aprocheroit d'autant plus de la sphérique, que ces rangs de Voussoirs se rétreciroient en aprochant de la clef, où il seroit impossible d'y apercevoir aucune différence, comme on peut juger par le dévelopement d'un pan tracé à la fig. 253.

D'ou il suit qu'on peut considerer les Voutes sphériques & sphéroïdes, comme des composées de plusieurs pans d'arcs de cloitres.

Suivant cette hypotese on réconnoîtra que ces sortes de Voutes poussent plus de la moitié moins que les Berceaux simples de même cintre, diametre & épaisseur ou charge, & par conséquent qu'en ne donnant à leurs piédroits que la moitié de celle des berceaux conditionnez de même, ils seront encore plus forts qu'il n'est nécessaire pour les mettre en équilibre avec la poussée.

Pour faire sentir la justesse de ce raisonnement, qui est fondé sur celui que nous venons de faire touchant la Voute sur pentagone de la fig. 259. nous avons tracé à la fig. 252. les bases triangulaires 1 *q* 2, 2 *u* 3, 3 *t* 4, &c. qui repondent à chaque pan du polygone inscrit dans le cercle A 3 B, tels qu'ils devroient être à la rigueur : or si l'on veut faire un piédroit d'épaisseur uniforme, à moitié de la primitive A *d*, divisée en deux également en *x* par un arc de cercle concentrique *x b* X, il est clair que les triangles retranchez par cet arc comme *f q g*, *i u k*, *l t r* &c. sont plus petits en surface que ceux qu'on ajoûte entre les piédroits triangulaires en *g* 2 *i*, *k* 3 *l*, *r* 4 *b* &c. dans le raport du rayon C *g* au rayon C *q*, par conséquent ces piéces triangulaires qui sont autant de bases de contre-forts, sont aussi plus fortes qu'il n'est nécessaire pour buter les piédroits en coins tronquez 1 *f g* 2, 2 *i k* 3, 3 *l r* 4 &c. & remplacent avec avantage les prismes triangulaires rétranchez en *f q g*, *i u k* &c.

De la Pouſſée des Voutes Annulaires.

Le même raiſonnement qui nous a ſervi à raporter les Voutes ſphériques & ſphéroïdes aux arcs de cloitres, peut nous ſervir auſſi à raporter les Voutes Annulaires, partie aux arcs de cloitres, partie aux Voutes d'Arêtes ; en effet ſi l'on ſupoſe, au lieu d'un Anneau circulaire ou Elliptique, un Anneau tournant autour d'un polygone d'un grand nombre de côtez extrémement petits ; on reconnoitra que la partie concave ſera une ſuite de pans d'arcs de cloitre tronquez à la clef, & que la partie convexe entre le noyau & la clef ſera une ſuite de panaches de Voutes d'arêtes, qui s'élargiſſent depuis l'impoſte du noyau juſqu'à la clef, autant que les pans opoſez concaves ſe retréciſſent depuis l'impoſte du mur juſqu'à la clef.

Ainsi conſiderant les joins montans dans un plan vertical dirigé au *Fig.* 251. centre du noyau, l'eſpace que deux de ces plans enfermeront ne ſera pas un triangle cylindrique terminé à la clef comme dans les Voutes ſphériques, mais un trapeze cylindrique, par exemple *a b* N *n*, dont le côté *n* N eſt plus petit que l'opoſé *a b* dans le raport des diſtances CN, C *a* du centre du noyau à l'impoſte concave & à l'impoſte convexe.

Ce trapeze cylindrique doit être diviſé en deux parties par rapport à la pouſſée de la Voute, l'une depuis l'impoſte concave *a b* juſqu'à la clef LS, qui fait effort pour renverſer le piédroit *a m b*, l'autre depuis l'impoſte convexe du noyau *n* N juſqu'à la même clef LS, lequel trapeze agit contre le noyau *n* NO.

Comme l'une de ces parties *a b* SL ſe retrécit en montant, il eſt clair qu'elle a moins de ſurface, & par conſéquent moins de peſanteur qu'un berceau droit qui ſeroit établi ſur l'impoſte *a b* ; par conſéquent elle pouſſe moins qu'un tel berceau, dont la projection de la ſurface ſeroit le rectangle *a b t q*, laquelle eſt plus grande que le trapeze *a* L *b* S des deux triangles *q a* L, *ſ b t*.

Or comme les pouſſées des Voutes de même cintre & de même hauteur & épaiſſeur, ſont rélatives à leurs projections horiſontales, il ſuit que la pouſſée du demi berceau ſera à la pouſſée du demi pan annulaire à peu près comme le parallelograme *q b* au trapeze *a* LS *b*, & la ligne qui exprimera l'épaiſſeur du piédroit convenable au demi berceau ſera à celle qui convient au pan annulaire, comme *a b* eſt à KF, menée par le milieu K du demi diametre *a* L parallelement à *a b*.

D'ou il ſuit que pour trouver l'épaiſſeur du piédroit du mur concave, il faut faire cette analogie C *a* . *a b* : : CK . KF, c'eſt-à-dire comme la longueur du rayon du noyau, plus le diametre de l'arc-droit de la Voute annulaire, eſt à une petite diſtance priſe à volonté à l'impoſte concave, ainſi le rayon du noyau, plus les trois quarts du diametre de l'arc-Droit de la Voute, eſt à un quatriéme terme qui ſera la corde KF, laquelle étant trouvée, on fera cette ſeconde analogie, comme *a b* eſt à *a y*, trouvé pour l'épaiſſeur du piédroit d'un demi berceau ſur la même longueur d'impoſte, ainſi KF ſera à un quatriéme terme *a x*, qui ſera l'épaiſſeur du piédroit concave de la Voute Annulaire.

J'ai dit que ce raport n'étoit qu'un à peu près, mais il faut remarquer que la différence qu'il peut y avoir tourne à l'avantage de la ſolidité du piédroit concave, parce que les parties triangulaires, qui ſont l'excès du berceau droit ſur l'annulaire, étant plus éloignées de l'impoſte, pouſſent plus que leurs parties égales intérieures *a r* L, *b* ſ S, qui ſont compriſes dans le trapeze, comme nous l'avons dit en parlant des Voutes d'arêtes.

Par un ſemblable raiſonnement on trouvera au contraire que la pouſſée de la partie convexe de la Voute ſur ſon noyau ſera plus grande que celle d'un demi berceau poſé ſur l'impoſte *n* N, de la valeur de celle des deux triangles *n* LV & NS *u*, dont la projection *n* LSN de la demie Voute annulaire excede la cylindrique droite; ainſi ayant diviſé le demi diametre de l'arc-Droit L *n* en deux également en G, & tiré G *g* parallele à *n* N, on aura la pouſſée du berceau à celle du pan annulaire, comme *n* N à G *g*.

Il faut remarquer que cette augmentation de pouſſée eſt bien récompenſée par la force de la figure du piédroit convexe qui ſe reſſerre par cette preſſion de la circonférence au centre, lorſque le noyau eſt d'un petit diametre, c'eſt pourquoi il eſt des cas où l'on ne doit y avoir aucun égard ; mais ſi le noyau eſt vuide & d'un grand diametre, comme il arrive aux berceaux des bas côtez d'une Égliſe, tournans au tour d'un Chevet qui a quelquefois 30 pieds de diametre; alors il eſt bon d'y faire attention, parce que la convexité du mur, qui ſert de piédroit à la Voute annulaire, n'eſt pas aſſez conſiderable pour en augmenter la force, mais auſſi alors la différence de la pouſſée diminuë.

D'ou il ſuit que ſi le rayon du noyau eſt fort grand eû égard à celui du mur du piédroit concave, la Voute annulaire pouſſera à peu près autant que celle d'un berceau droit de même cintre, diametre

& charge, parce que la Voute annulaire approchera d'autant plus de la cylindrique droite, qu'il y aura moins de différence entre le rayon du noyau & celui de la grande circonférence concave de l'anneau.

De la Poussée des Berceaux tournans & rampans.

Nous avons fait remarquer au second tome, que les Berceaux tournans & rampans ne différent des Annulaires qu'en ce qu'ils s'élevent en tournant sur une hélice, dont le dévelopement, c'est-à-dire la rectification, est une ligne droite inclinée à l'horison ; ainsi considerant les rayons du noyau de la Vis & du contour de la Tour ronde, dans laquelle le berceau fait sa circonvolution, comme très grand & peu différent l'un de l'autre, on peut raporter la poussée d'un berceau tournant & rampant à celle d'un simple berceau droit en descente, biais par ses têtes de montée & de descente, faisant un angle avec un autre berceau qui lui est ajoûté, telle seroit en effet une Vis à petits pans sur sa projection horisontale.

D'ou il suit premierement que tout ce que nous venons de dire de la poussée des Voutes horisontales sur le noyau, convient aux Voutes en Vis.

Secondement qu'à celles-ci, il y a une poussée de plus à considerer, qui est celle d'un poid posé sur un plan incliné, parce que tous les lits des Voussoirs sont effectivement inclinez à l'horison suivant deux directions inégales, l'une qui tend à faire glisser le poid des Voussoirs, suivant une hélice qui est d'autant plus ou moins inclinée à l'horison, qu'elle aproche ou s'éloigne de l'axe vertical de la Vis totale, l'autre qui tend à la faire glisser de la circonférence du cintre vertical du berceau tournant autour du noyau au centre de ce même cintre.

Ainsi la poussée de ces sortes de Voutes est composée de celle du berceau horisontal de même cintre, diametre & charge, & de celle d'un semblable berceau incliné à l'horison : or l'on sçait par les principes de la méchanique que la force d'un poid posé sur un plan incliné suposé poli, est à celle qu'il faut pour l'y soûtenir, comme la longueur du plan est à sa hauteur ; mais comme les lits des pierres sont grenus & raboteux, il n'est nécessaire d'avoir égard à cette inclinaison que lorsqu'elle est au dessus du quart de l'angle droit, parce qu'à l'inclinaison de 22 $\frac{1}{2}$, les lits ne glissent pas les uns sur les autres, le frottement les en empêche, & ils glisseront d'autant moins que les directions changeront continuellement autour de la Vis, & comme

dans la pratique les hélices d'un escalier à Vis du côté concave de la Tour ne sont guére plus inclinez que suivant cet angle consideré dans les directions des tangentes des petites parties de l'hélice ; il suit que dans la pratique il suffit d'y avoir un peu d'égard sans s'inquieter sur l'effet que l'inclinaison peut produire lorsque la base est bien apuyée; & pour sçavoir sur quoi on doit se regler, suposant qu'il n'y eût pas de frottement, il n'y a qu'à se rapeller ce Théoreme de méchanique qui démontre, que si une puissance soûtient un poid par le moyen d'une Vis, elle sera à ce poid comme la hauteur de la Vis est à l'hypotenuse du triangle de son dévelopement, c'est-à-dire que la pésanteur ou poussée de la Voute sur des impostes où elle pourroit glisser, exprimée par la surface de son profil, sera à l'épaisseur ou surface du pied de la Vis, comme l'hypotenuse du triangle de dévelopement est à sa hauteur.

De la Poussée des Voutes Coniques.

On peut trouver quelque raport des Voutes Coniques aux Berceaux en suposant une Voute en Canoniere, dont le diametre du cintre de face seroit très petit en comparaison de la longueur de l'axe du cône ; car si le concours des côtez du cône étoit infiniment loin de la face, la Voute ne seroit plus sensiblement différente d'un berceau.

Sans chercher des exemples de Voutes inusitées, on peut considerer la Voute de l'Escalier du Vatican, qui est peu resserrée dans sa longueur comme un berceau ordinaire, & l'on auroit pû en chercher la poussée sur cette comparaison ; le peu d'erreur qui en auroit résulté auroit été à l'avantage de la solidité des piédroits.

On peut encore trouver un raport des Voutes Coniques aux berceaux sous une autre consideration, en les comparant aux Arcs de cloitres. Une Trompe sur le coin, par exemple, fig. 254. peut être considerée comme un composé de deux pans d'arc de cloitre ASN, BSN, dont le cintre de face est surmonté, non suivant un arc Elliptique, comme aux berceaux ordinaires, mais suivant un arc-Droit parabolique ; l'angle rentrant de ces deux portions de berceaux qui se feroit au milieu, seroit en effet peu sensible vers la clef. Fig. 254.

Il y a cependant deux différences essentielles des Voutes coniques aux berceaux, l'une que les cintres paralleles entre eux & perpendiculaires à la naissance de l'imposte, sont des courbes semblables, mais d'inégale grandeur, qui vont toujours en diminuant depuis la face

juſqu'au fond de la trompe ; au lieu qu'au berceau parabolique ce ſont des portions inégales d'une même courbe de cintre.

La ſeconde, que dans les Trompes les joins de lits à la doële concourent tous au même point S du ſommet, & que dans les portions d'arcs de cloitre, ils ſont tous paralleles entre eux.

Ainsi les lits des Vouſſoirs des Voutes coniques ont une double inclinaiſon, l'une vers l'axe, comme les Voutes cylindriques, l'autre vers le ſommet du cône, qui diviſe & diminuë un peu l'effort de la pouſſée, parce qu'elle diminuë la charge qui ſe jette en partie vers le ſommet du cône plus ou moins, ſelon que les joins tranſverſaux ſont faits, ou dans les plans verticaux, ou par des ſurfaces coniques ; alors il eſt évident que ces Voutes pouſſent moins que les pans des Voutes en arc de cloitre.

Nous avons montré ci-devant que la pouſſée de ces pans n'étoit que la moitié de celle d'un demi berceau complet, qui ſeroit élevé ſur la même impoſte ; par conſéquent la pouſſée d'une demie Voute conique ſur même impoſte & de même cintre & épaiſſeur, pouſſera encore beaucoup moins qu'un pan d'arc de cloitre, qui couvriroit le même eſpace.

Pour en venir à la pratique, nous chercherons premierement la
Fig. 254. pouſſée d'une Trompe ſur le coin (fig. 254.) en conſiderant ſon cintre parabolique de face AFN, comme un cintre de berceau ſurhauſſé, dont on trouvera l'épaiſſeur des piédroits par les Problemes précedens.

Par exemple, ſuivant la premiere hypotheſe d'un ſeul coin au ſommet, on diviſera l'arc A *n* au milieu en D, par où l'on menera une perpendiculaire à cet arc (par le Prob. XVI. du 2e Livre tome I. pag. 194.) en cherchant le foyer *f* de la Parabole, comme à cette propoſition, ou bien au trait de la pag. 250. du tome 2e.

De ce point *f* par le point D, on tirera l'indéfinie *f b*, & par le même point D une perpendiculaire à l'axe AN de la parabole comme *k i*, puis on diviſera l'angle *i* D *b* en deux également par une ligne IDG, qui coupera la verticale *n* N au point G, lequel tiendra lieu du point C des fig. 214 & 217. de la planche 109. pour trouver par ſon moyen la pouſſée horiſontale, par exemple PA, qui détermine l'épaiſſeur du piédroit ſuivant la direction de la face de la Trompe.

Ayant trouvé le point P, on tirera au ſommet S du cône la ligne PS, laquelle formera le triangle APS, qui eſt la ſurface de la baſe du

piédroit indifpenfable, à laquelle cependant il faut ajoûter quelque peu d'épaiffeur vers *f*, parce qu'on ne peut y faire dans la pratique un angle aigu qui ne pourroit fubfifter.

PRESENTEMENT, fi au lieu d'une Trompe fur le coin, il s'agit d'une Trompe droite dont il faut trouver la furface des piédroits, on doit confiderer que la pouffée des Voutes, agiffant toujours fuivant des perpendiculaires aux lits & aux piédroits, & la face d'une Trompe droite étant oblique à fes piédroits, on ne peut opérer comme on vient de faire à la Trompe fur le coin, dont les faces leur étoient perpendiculaires ; c'eft pourquoi il faut faire la projection des joins de lit comme dans les Traits pour la coupe des Vouffoirs, par exemple S p^2, S p^3, S p^4 ; puis du point C, on menera une perpendiculaire fur S p^4, qu'elle coupera en un point n_4, d'où l'on tirera une perpendiculaire fur S p^3, qu'elle coupera en n^3, &c.

POUR abreger & rendre l'opération plus fimple, on peut du fommet S pour centre, & SC pour rayon, décrire un arc C *a*, qui coupera le piédroit *f* A au point *a*, & fera la fomme de toutes les petites perpendiculaires qu'on peut tirer à toutes les projections des joins de lit poffibles.

ON menera enfuite par les points *a* & C une ligne *a q*, qui coupera le côté opofé AB prolongé en *q*, qu'on divifera en deux également en *m*, par où on menera R *u* parallele à AB ; la ligne *a q* fera le grand axe d'une Ellipfe, dont la moyenne proportionnelle entre R *m*, & *m u* donnera l'autre demi axe, & la portion de cette Ellipfe comprife entre l'impofte au point *a*, & la verticale élevée fur le milieu C fera le cintre dont il faut faire ufage comme de celui d'un berceau, pour trouver l'épaiffeur du piédroit *a z*, qui donnera le point *z* par un des Problemes précedens, duquel on tirera des lignes *z* S au fommet S, & *z* A à la face AB ; le triangle A *z* S fera la furface de la bafe du piédroit que l'on cherche, à laquelle il faut ajoûter quelqu'épaiffeur en S & en A, par la raifon que nous avons donné ci-deffus en parlant du piédroit de la Trompe fur le coin.

REMARQUE.

LES bafes des piédroits en triangle tombent plus fouvent en pratique aux Trompes qu'aux autres Voutes, parce qu'elles fervent fouvent à occuper les efpaces qui reftent entre les figures curvilignes & rectilignes, ou entre des rectilignes de différentes directions, ce qui arrive quelquefois dans les difpofitions des plans des Edifices.

Apres avoir parlé des précautions néceſſaires pour donner aux piédroits la force de réſiſter à la pouſſée des Voutes, il ne nous reſte plus pour achever cet ouvrage qu'à voir celles qui ſont néceſſaires pour que la charpente des cintres ſur leſquels on les éleve ſoit ſuffiſante pour en ſoûtenir la péſanteur pendant qu'on les conſtruit, juſqu'à ce que la clef y ſoit miſe, pour les décharger de ce fardeau; c'eſt ce que nous allons examiner.

Second Apendice

De la force des ceintres de Charpente pour la conſtruction des Voutes.

Nous devons à M. Couplet, de l'Academie des Sciences, la méthode de trouver la charge des Voutes ſur leurs ceintres, & à M. Pitot celle de trouver la force de ces ceintres, ſuivant l'arrangement qu'on donne aux pieces de bois qui les compoſent. Je vais faire un Extrait de leurs mémoires inſerez dans ceux de l'Academie des années 1726. & 1729. que je vais réduire à trois Problemes.

PROBLEME I.

Trouver la péſanteur ſpécifique des matériaux des Voutes, ſans être obligé d'en façonner quelque partie en cube.

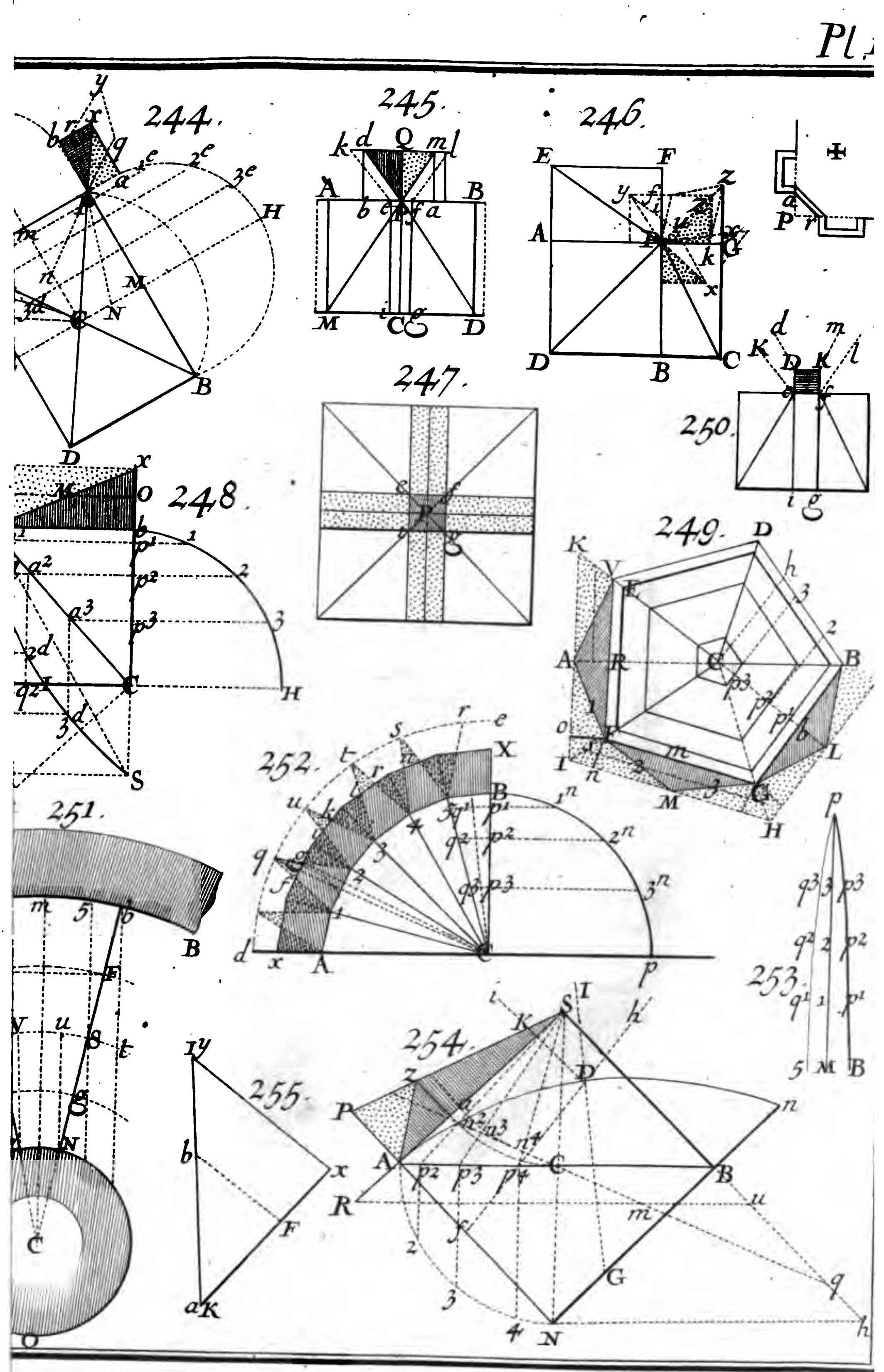
Ayant pris au hazard un morceau de pierre ou de brique de figure quelconque de la même eſpece qu'on veut employer, on la péſera dans l'air, après quoi on la répeſera dans l'eau en la plongeant dans un ſeau, & la tenant penduë à un des bras de la balance, on verra par le poid qu'on mettra dans l'autre baſſin qui ſera dehors combien elle peſe moins dans l'eau que dans l'air, & l'on fera cette analogie.

Comme la différence des poids dans l'air & dans l'eau eſt à la péſanteur de la pierre; ainſi 72 liv. péſanteur d'un pied cube d'eau, eſt à la péſanteur d'un pied cube de pierre.

La *Demonſtration* en eſt ſenſible.

La différence des poids, qui eſt la diminution de celui de la pierre peſée dans l'eau, eſt conſtamment égale au poid d'un même volume d'eau que celui de la pierre; or il eſt évident que le poid d'un volume quelconque d'eau eſt au poid d'un même volume de pierre, comme la péſanteur d'un pied cube d'eau eſt à celle d'un pied cube de la même pierre; donc ces termes ſont en proportion Géometrique.

Pour


Pl.
244.
245.
246.
247.
248.
249.
250.
251.
252.
253.
254.
255.

Pour rendre la chose plus sensible, on peut ajoûter ici un exemple; soit une pierre dont le pied cube pese 144 liv. ce qui est assez ordinaire, car la pierre legere de St. Leu pésant 115 liv. & celle de Liais 165. la pésanteur moyenne est 140. si l'on supose que le morceau pris au hazard contient le volume d'un pied cube, il pésera en l'air 144 liv. & dans l'eau 72 liv. de moins, c'est-à-dire qu'il ne pésera que 72 liv. parce qu'il occupera un volume d'eau d'un pied cube qui pése 72 liv. Or il est évident que 72 liv. qui est la différence du poid de la pierre, est à 144 liv. pésanteur du volume du cube donné, comme 72 livres poid d'un pied cube d'eau, que la pierre occupe quand elle y est plongée, est à 144 liv. poid du cube de la pierre, ou si la pierre donnée n'est que d'un demi pied cube, elle ne pésera dans l'eau que 36 liv. or la diminution de 36 liv. est à la pésanteur de 72 liv. dans l'air, comme 72 liv. de poid du pied cube d'eau est à 144 liv. de poid du cube de la pierre, ce qu'on aperçoit clairement.

Cette maniere de chercher la pésanteur des materiaux est commode & très utile, car quoiqu'on ait des tables du poid de plusieurs sortes de matieres, on n'y en trouve pas de toutes especes; or l'on sçait que les pierres de presque toutes les carrierres sont inégalement pésantes, & qu'il y a une différence très considerable entre les plus legeres & les plus pésantes; car sans parler de la pierre ponce, qui n'est commune qu'en certains cantons d'Italie, où on l'employe à faire des Voutes, & d'un tufe extrémement poreux & leger, qu'on trouve dans les Alpes, & communément à Briançon; il y a 135 livres de différence par pied cube du marbre à la pierre de St. Leu, c'est-à-dire plus du double de la plus legere; de sorte qu'il faut augmenter aussi plus du double de la force des cintres destinez à former des Voutes des materiaux de cette espece.

Cela suposé, il sera facile de trouver quelle sera la pésanteur absoluë d'une Voute qu'on se propose de faire, puisqu'il n'y a qu'à la toiser & la cuber suivant les regles de la Géometrie; mais parce que les cintres ne sont pas chargez de toute sa pésanteur, il faut chercher la diminution du poid qui est soûtenu par les piédroits.

PROBLEME II.

La pésanteur absoluë d'une Voute en berceau en plein cintre & d'égal épaisseur étant donnée, trouver celle dont les cintres de charpente sont chargez avant que la clef y soit mise.

Soit (*fig. 256.*) le quart de cercle AGB la moitié de la Voute, dont BD est l'épaisseur; soit AC le rayon vertical passant par le milieu *Fig. 256.*

de la clef, divisé en deux également en F; on menera par ce point l'horisontale FG qui coupera l'arc AB au point G, par où & par le centre C on tirera l'inclinée CH.

Je dis, 1°. que la seule partie AGHE chargera les cintres, & que la partie BCDH ne les charge aucunement dans la suposition que les Voussoirs soient infiniment polis & sans liaison.

2°. Que cette partie AGHE ne chargera les cintres que d'environ les deux tiers de sa pésanteur absolue.

La *Démonstration* de cette proposition, dont la solution est dûe à M. Couplet, consiste dans un calcul Algébrique trop long pour être répeté dans un petit ouvrage de pratique ; les curieux pourront la voir dans les mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729. nous nous contenterons d'en indiquer le fondement.

Suposant l'arc AGB divisé en Voussoirs B 1, 1 2, 2 G &c. on peut imaginer qu'ils font effort sur les cintres, ou comme des corps libres qui ne tendent en bas que par leur seule pésanteur, ou comme des corps chargez par le poid des Voussoirs supérieurs, qui ajoûtent une nouvelle détermination à la pésanteur des Voussoirs inférieurs pour les faire remonter.

M. Couplet montre que la premiere hypotese est impossible, parce que les Voussoirs supérieurs AGHE font effort pour faire remonter les inférieurs BDHG sur leurs joins, par la proprieté des efforts des poids tombans sur un plan incliné ; sur ce principe il trouve que le tiers de la Voute au dessus des impostes BD ne charge en aucune façon les cintres, parce que les deux tiers au dessus jusqu'à la clef font effort pour écarter du cintre les premieres retombées.

Secondement il démontre que le restant du quart de cercle au dessus AGHE ne pese sur les cintres que suivant un raport qu'il détermine par cette analogie.

La pésanteur de tous les Voussoirs AGHE est à la somme des efforts qu'ils font sur le cintre, comme l'arc AG est à deux fois son sinus FG moins l'arc AG (: : AG . 2 FG — AG).

D'ou l'on tire pour la pratique que les cintres ne sont chargez qu'environ des deux tiers du poid de la Voute au dessus des retombées du premier tiers qui ne les charge pas, c'est-à-dire qu'ils n'en soûtiennent que les quatre neuviémes.

Suposant, par exemple, le rayon CA de 1000 parties, l'arc AG sera d'environ 1046. & son sinus 866. lequel double donne 1732. dont ôtant l'arc AG 1046. il reste 686. ainsi la pésanteur de tous les Voussoirs en AG sera à la somme des efforts qu'ils font sur le cintre :: AG (1046.) : 2 FG — AG = 686. & à peu près pour l'usage comme 3 est à 2.

Ainsi pour abreger dans la pratique, on cubera les deux tiers de la demie Voute pour en trouver la pésanteur suivant la qualité des materiaux dont elle est faite, en multipliant les pieds cubes par le poid donné par quelques tables, ou trouvé par le Probleme de ci-devant; on multipliera le produit par le double du sinus de 60 dégrez, & de ce nouveau produit, on ôtera le premier de la pésanteur de l'arc AG, le reste sera la charge que les cintres doivent porter, & que l'on cherche.

Il reste à present à sçavoir faire usage de la connoissance de cette charge pour lui proportionner la grosseur & l'arrangement des pieces de bois qui composent les cintres, afin qu'ils n'en soient pas écrasez avant que la clef de la Voute soit posée.

Observations sur l'arrangement & la composition des cintres de Charpente.

On trouve dans les Livres de Charpente & d'Architecture differens arrangemens des pieces de bois, qui composent les fermes des cintres suivant les différentes grandeurs de leurs parties; on en voit pour presque toutes les grandeurs de Voutes dans le Traité des Ponts & Chaussées de M. Gautier, où l'on peut puiser des idées des arrangemens des pieces qui les composent.

Nous ne nous proposons ici que quelques observations générales pour le choix.

La premiere, c'est qu'il faut que leur force vienne de l'arrangement des pieces, & non pas de leur assemblage à tenons & mortoises, par des liens & des croix de St. André &c. je veux dire que sans leurs secours, mais seulement par quelques legeres entailles d'embrevement pour apuys, & quelques moises qui assemblent les pieces essentielles sans les affoiblir par des grandes entailles, une ferme de cintre soit capable de subsister sous les faix dont elle doit être chargée entre les deux fermes collaterales.

La ſeconde, que l'intervale de ces fermes doit être proportionné à la péſanteur de la Voute, ſuivant laquelle elles peuvent être eſpacées depuis trois juſqu'à ſix ou ſept pieds de milieu en milieu, c'eſt ſur l'intervale reglé que l'on doit calculer la force des cintres.

La troiſiéme, que l'arrangement des pieces de bois qui compoſent les cintres auſſi bien que leur groſſeur, peut être différent ſuivant les largeurs & les épaiſſeurs des Voutes ; lorſque le diametre de la Voute n'eſt que de deux ou trois toiſes, on peut ſe contenter de deux arbaletiers, & de quelques potelets pour ſoûtenir les courbes poſez perpendiculairement aux deux pieces droites ; ſi le diametre de la Voute eſt plus grand juſqu'à 6 ou 7 toiſes, on peut y ajouter un arbaletier au deſſous de chaque côté, & aſſembler les quatre dans un poinçon.

Mais ſi la Voute eſt plus large que de 6 à 7 toiſes, il convient de diviſer chaque ferme de cintre en deux parties par un entrait placé à la hauteur de 45 dégrez comme en GI ; premierement pour le fortifier en cet endroit où l'effort de la charge agit le plus entre la clef & l'impoſte ; ſecondement pour n'être pas obligé d'employer des pieces de bois trop longues, & leur trouver des points d'apuis en quelques façons communs à différentes directions, & enfin pour pouvoir lier la partie ſupérieure à l'inférieure par des moiſes qui embraſſent ſolidement l'une & l'autre.

Nous choiſiſſons ici un exemple de cintres moyens entre les plus grands & les plus petits, tel que le donne M. Pitot, parce que l'arrangement des pieces en eſt ſimple & excellent, ce qu'on peut voir à la fig. 258. pour le plein cintre, & 259. pour le ſurbaiſſé ; dans ce dernier on y voit les mêmes pieces qu'au premier, avec cette différence que les ſeconds arbaletiers KT & V ne pouvant ſe contrebuter au poinçon, s'arcboutent mutuellement aux bouts d'une piece horiſontale TV ; alors ces arbaletiers perdent leur nom, ils s'apellent *Décharges*.

La partie ſupérieure d'une ferme de cintre plein eſt donc compoſée de deux arbaletiers KS, EQ de chaque côté du poinçon auquel ils s'aſſemblent, & où ils ſont contrebutez par les deux autres du côté opoſé, & de deux courbes GH, HI, qui s'apuyent par le moyen des potelets poſez quarrément ſur les ſeconds arbaletiers.

Cette partie ſupérieure du cintre doit porter celle de la Voute qui charge le plus, laquelle eſt celle que nous avons conſideré dans la premiere hypoteſe comme un ſeul coin tronqué, qui s'étend en un quart de cercle depuis 45 dégrez de hauteur d'un côté juſqu'à l'autre,

& comme le coin tend à écarter les parties inférieures, il décharge celles du cintre de charpente, qui doivent servir à les former jusqu'à la hauteur de l'angle de 30 degrez, comme nous l'avons dit ci-devant.

Cependant comme la partie inférieure du cintre comprise au dessous de l'entrait, doit porter non seulement la partie supérieure de la Voute jusqu'à ce que la clef y soit posée, & une petite partie au dessous, mais aussi le poid de la charpente supérieure, elle a besoin d'une plus grande force.

Il convient donc qu'elle soit composée d'autant de pieces de bois que la supérieure, lesquelles leur servent d'apui & de base, & qui, par une position moins inclinée à l'horison, auront beaucoup plus de force que les supérieures correspondantes, quand même elles ne seroient que de même grosseur. Cette différence d'inclinaison & leur position les fait apeller, comme dans la charpente des combles, des *Jambes de forces*; ainsi à chaque arbaletier il faut une jambe de force pour le soûtenir; celle qui est la plus près de la circonférence sert à soûtenir les courbes du cintre par le moyen des potelets posez quarrément, & assemblez à tenons & mortoises, comme dans la partie supérieure au dessus de l'entrait, ce que la fig. 258. exprime sensiblement.

Les autres pieces qui embrassent les courbes, le second & le premier entrait marquées *m e*, *m o*, sont des moises qui sont composées de deux pieces, une devant, l'autre derriere, échancrées pour serrer les jambes de forces & les courbes, & se joindre par le moyen des boulons & des clavettes de fer.

De la force des pieces de bois, tirée de l'expérience.

Une piece de bois mise de bout porte autant de poid qu'il en faudroit pour la rompre si elle étoit tirée suivant sa longueur, & l'on a trouvé par des expériences qu'un brin de chêne d'une ligne en quarré peut soûtenir 50 liv. avant que de se rompre, d'où il suit qu'il peut en porter autant étant posé de bout. Je ne trouve pas qu'on ait fait des expériences sur une certaine longueur, mais au contraire qu'on n'y a point d'égard dans le calcul; il me semble cependant qu'une piece de bois bien à plomb & bien longue ne doit pas soûtenir le même poid qu'une autre de même grosseur & en même position qui seroit très courte; ma raison est fondée sur la configuration des fibres du bois, qui ne sont pas dirigez en lignes droites depuis le pied jusqu'au sommet, cependant comme l'on n'y a pas trouvé de différence

pour la force ; & que par le moyen des moises on peut contenir les pieces de bois dans leur situation verticale ou inclinée ; je supose avec ceux qui ont fait des recherches sur la force des bois par plusieurs expériences, qu'on peut n'avoir aucun égard à la longueur des pieces, mais seulement à leur grosseur ; c'est pourquoi il suffira de mesurer leur base, & de la réduire en lignes quarrées.

Suivant cette hypotese, ayant mesuré la surface de la base de chaque piece de bois en lignes quarrées, on les multipliera par 50 liv. & l'on aura la force absoluë de chaque piece de bois suposée en situation verticale ; mais parce qu'elles sont presque toutes inclinées, on en cherchera la force relative par ce principe de méchanique, par lequel on réünit l'effort de deux puissances, qui tirent ou poussent suivant différentes directions, en une seule qui est exprimée par la diagonale du parallelograme, formé par les côtez qui expriment ces puissances & leurs paralleles, ce qui est connu & démontré dans tous les traitez de méchanique.

Fig. 257. Suposant, par exemple, deux arbaletiers AS, BS (fig. 257.) comme deux puissances qui poussent chacune en S avec des forces exprimées par les lignes DS, *d* S pour soûtenir le poid P ; si l'on tire par les points D & *d* des paralleles aux directions de ces puissances, qui se couperont en Y, la diagonale SY sera l'expression de l'effort de ces deux puissances réünies au point S, pour soûtenir le poid P.

Cela suposé, il ne sera pas difficile de faire usage de ce principe pour trouver la force des cintres des figures 258. & 259. en formant une échelle, comme par exemple *e c l* divisée en un certain nombre de parties égales, qui exprimeront des quantitez de livres pésant, en quintaux ou miliers, suivant l'éxigence de l'opération d'une grande ou d'une moyenne pésanteur de Voute.

Soit (fig. 258.) la partie supérieure GHI du cintre dont il faut
Fig. 258. chercher la force, on prolongera les directions des arbaletiers FQ, *k q*, qui sont inclinez entre eux jusqu'à ce qu'ils concourent en R, d'où l'on portera sur chacune de ces lignes le nombre des parties de l'échelle, qui expriment leurs forces trouvées, comme nous venons de le dire ci-dessus, par exemple la force de *k q* en R *t* ; & parce que les pieces de la courbe HI lui sont à peu près paralleles, on peut en ajoûter la force sur la même direction comme de *t* en T. On prendra de même celle de FQ en R*f* ; par les points T & *f*, on menera les lignes TV *f* V paralleles aux lignes R*f* & RT, lesquelles se rencontreront en V, & l'on tirera de R en V la diagonale RV.

On portera ensuite cette diagonale du point *r*, où elle coupe la ligne du milieu CH, en *r x* sur la même diagonale prolongée d'un côté, & sur son égale *r* W de l'autre; puis on achevera le parallelograme en menant *x y* parallele à *r* W, & W *y* parallele à *r x*, la diagonale *r y* exprimera la force qui résulte de celles des trois pieces QF, *q k* & HI, & des trois autres de l'autre côté GH, K *q* & EQ, c'est-à-dire des deux arbaletiers qui sont l'un sur l'autre de chaque côté, & de la courbe du cintre qui doit porter les dosses du plancher sur lequel on pose les Voussoirs.

Par la même maniere on trouvera la force qui résulte des quatre jambes de force, & des deux jantes des courbes de la partie inférieure au dessous de l'entrait; supposant ces pieces F *n*, *k o* inclinées entre elles comme elles doivent l'être, on en prolongera la direction jusqu'à leur point de concours en *e*, puis on portera la force de *n* F en *e* P, mesure prise sur l'échelle, & celle de *o* K en *e p* suivant la longueur trouvée pour en exprimer la force sur la même échelle, & parce que la jante BI ou courbe du cintre lui est à peu près parallele, on ajoûtera sa force exprimée en *p m* sur la même direction; ensuite par les points trouvez P & *m*, on menera PL parallele à *m e*, & *m* L parallele à P *e* pour avoir le parallelograme L *m e* P, dont la diagonale L *e* exprimera la force réünie de ces trois pieces de bois.

Presentement pour avoir celle qui résulte des trois autres du côté oposé AG, OK, NE, on portera la diagonale L *e* en S *x* sur la même direction prolongée, à commencer au point S où elle coupe la ligne verticale du milieu SC; puis faisant SX égale à S *x* & également inclinée, on achevera le parallelograme SXY *x*, dont la diagonale SY exprimera la force qui résulte des six pieces de bois de la partie inférieure du cintre; sçavoir des quatre jambes de forces, & des deux jantes du cintre.

Presentement si l'on ajoûte la diagonale de la partie supérieure au dessus de l'entrait avec celle de l'inférieure, on aura la force de toutes les pieces du cintre, qui servent à soûtenir la Voute, car on ne compte point les moises & les potelets, parce que ceux qui soûtiennent les parties des courbes s'apuyent sur les pieces droites au dessous, & que les moises ne servent qu'à entretenir l'assemblage des pieces principales sur lesquelles se repose toute la charge des Voussoirs avant que la clef y soit mise, où il faut observer que la partie inférieure outre la charge de ces Voussoirs, doit encore soûtenir celle de la charpente de la partie supérieure; à moins que par la commodité du lieu on ne puisse la renforcer par des étançons qui portent sur le sol, comme l'on fait

quelquefois par des pilots plantez dans la riviere lorsqu'il s'agit d'un pont.

Fig. 259. LORSQUE le cintre est surbaissé comme à la fig. 259. on operera précisement de la même maniere pour la partie inférieure, qui est au dessous de l'entrait, comme la figure le fait voir.

IL faudroit aussi opérer de même pour la supérieure, si les arbaletiers étoient inclinez entre eux; mais comme on ne peut les faire tous buter contre le poinçon, on fait buter les deux pieces supérieures, qu'on apelle *décharges*, contre les bouts d'une piece horisontale RV; de sorte que par cette disposition les principales pieces deviennent presque toutes trois paralleles; ainsi prenant le concours au point S, on posera de suite sur la direction S *f* les trois mesures des forces de ces pieces, sçavoir celle de S *f* en S 1, celle de VK en 1 2, & celle de la courbe *h i* en 2 *x*; puis tirant par *x* l'horisontale *x* X, qui coupera S *y* en Z, on fera SX égale à S *x*, & l'on achevera le parallelograme SX *y x*, dont la diagonale S *y* exprime la force absoluë que l'on cherche pour la partie supérieure de ce cintre.

L'INFERIEURE au dessous de l'entrait est la même qu'au plein cintre.

PROBLEME III.

La pésanteur absoluë d'une Voute étant donnée, trouver la grosseur de chaque pieces de bois qui composent un ceintre suivant un arrangement donné.

CETTE proposition est une inverse de la précedente; on prolongera les directions des pieces, qui concourent pour en former des parallelogrames avec des valeurs de forces arbitraires, avec lesquelles on operera comme si elles n'étoient pas supposées, ensuite on fera cette analogie: comme la valeur rélative d'une diagonale est à la valeur de celle qu'on a donné à une des pieces, ainsi la pésanteur donnée que le cintre doit porter sera à la force que cette même piece de bois doit avoir, laquelle étant divisée par 50 liv, donnera le nombre des lignes quarrées que la base de la piece doit avoir.

LA raison en est sensible en ce que la diagonale étant donnée, la valeur de chaque côté l'est aussi, & les figures de suposition & de réalité étant semblables, leurs côtez & leurs diagonales sont proportionnels.

IL est visible que les opérations de ces deux derniers Problemes, qui roulent sur des triangles où il y a des côtez & des angles connus, peuvent

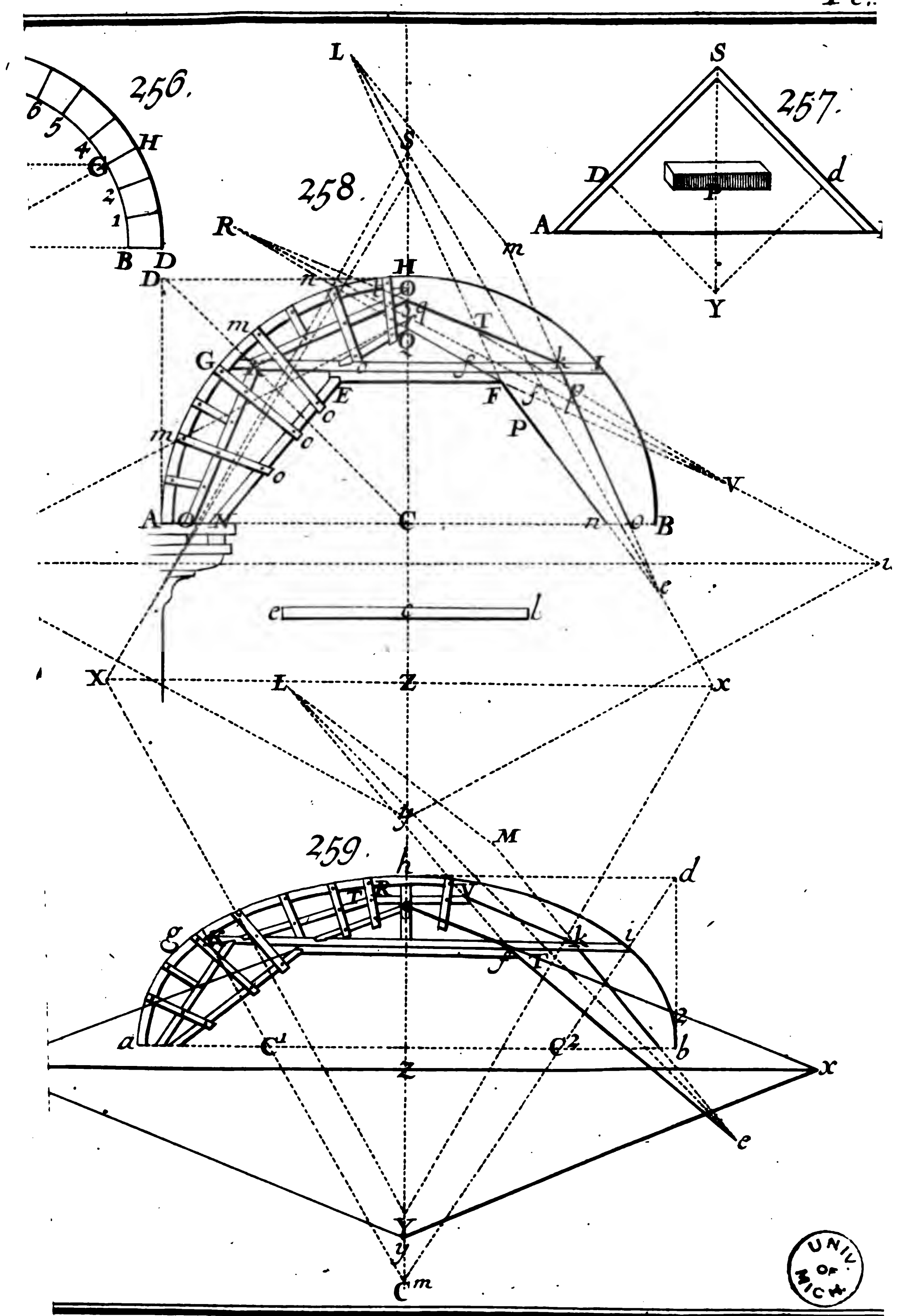
ouvent être faites avec plus de précision par la trigonometrie ; mais omme il convient d'augmenter toûjours quelque chose aux forces des intres par précaution contre les défauts qui se trouvent dans les bois, suffit de connoitre à peu près le nécessaire pour y ajoûter ce que a prudence exige pour plus de sûreté ; particulierement lorsqu'il y a u risque de la vie des Ouvriers, & de la perte des materiaux, comme dans les Ponts où il y a encore un autre inconvenient à craindre, qui est celui de combler ou embarasser le courant de l'eau.

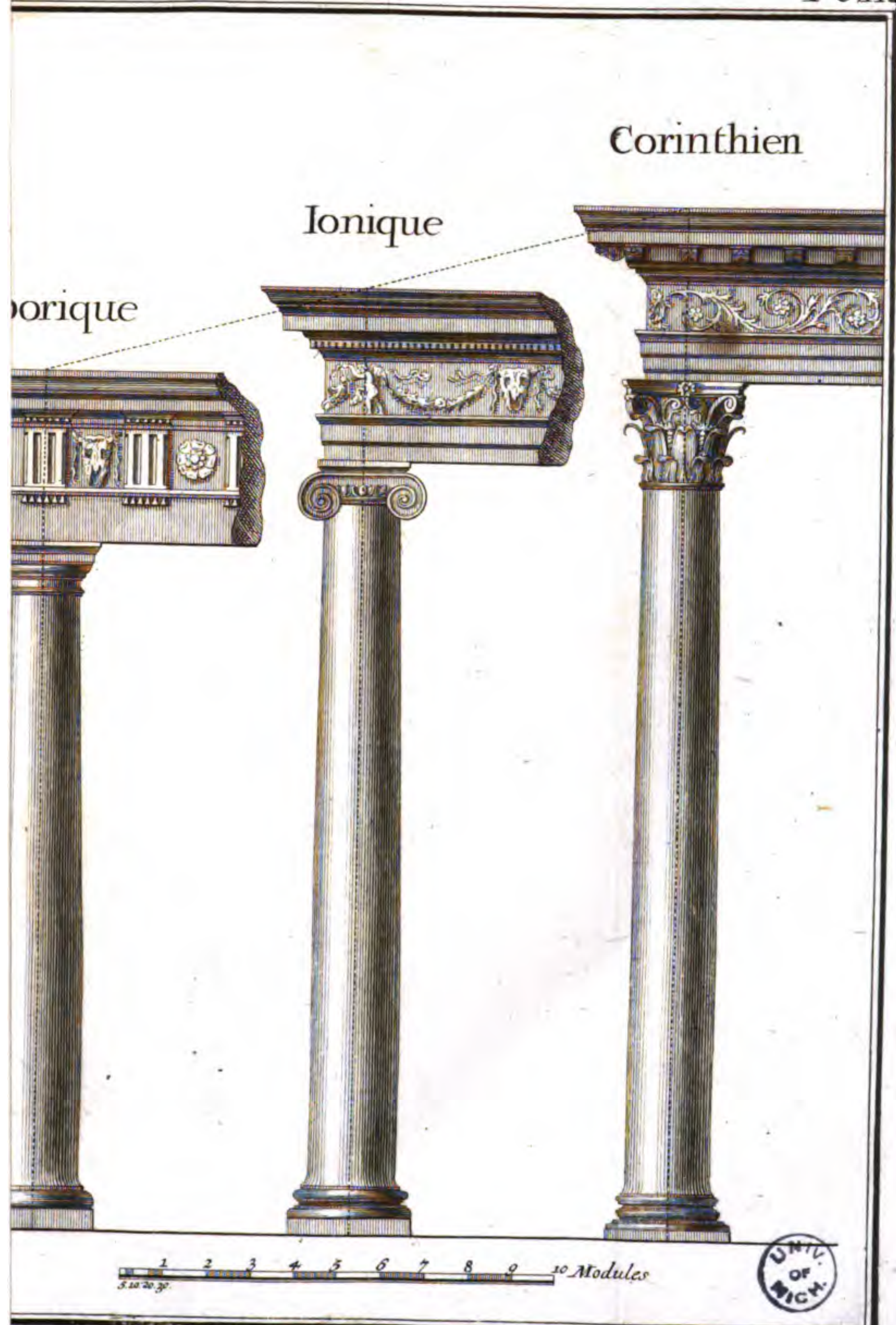
Lorsqu'on a posé la clef d'une Voute, il est certain que les cintres sont déchargez virtuellement de leur fardeau, mais ils ne le sont pas encore actuellement, & même il n'est pas sûr, lorsque la Voute est d'un grand diametre, qu'elle subsiste en la décintrant, si on n'a grand soin d'abaisser les cintres par tout également, parce que si l'afaissement se fait plûtôt d'un côté que de l'autre, la Courbe du contour de la doële se change ; alors la direction des lits qui lui étoient perpendiculaires ne le sont plus ; d'où il résulte qu'ils s'ouvrent en quelques endroits & se resserrent en d'autres, ce qui rompt l'équilibre, par un mouvement qui fait souvent éfondrer la Voute, comme on l'a vû arriver dans de grands ouvrages.

Il est donc de l'industrie de l'Architecte de faire en sorte, par le moyen des coins, des Vis, ou d'autres machines, d'abaisser peu à peu les *Fermes* des cintres & à différentes réprises, pour donner le tems à la maçonnerie de s'afaisser également jusqu'à ce qu'elle se détache entierement des *Dosses*, en sorte qu'on puisse les tirer sans démonter les Fermes, parce que si l'on s'apercevoit qu'elle continuât de s'afaisser en quelques endroits, & qu'elle menaçât ruine, on auroit encore les moyens de la démolir pour y aporter remede sans perte de materiaux ; c'est le dernier Trait de prudence d'un bon Architecte, & le dernier Conseil de cet Ouvrage, qui a eu pour objet la régularité & la solidité des Voutes, afin qu'elles plaisent par la beauté de leur construction, & qu'elles durent long tems par le seul artifice de la coupe & de l'arrangement de leurs parties, sans le secours du mortier & du ciment.

FIN.

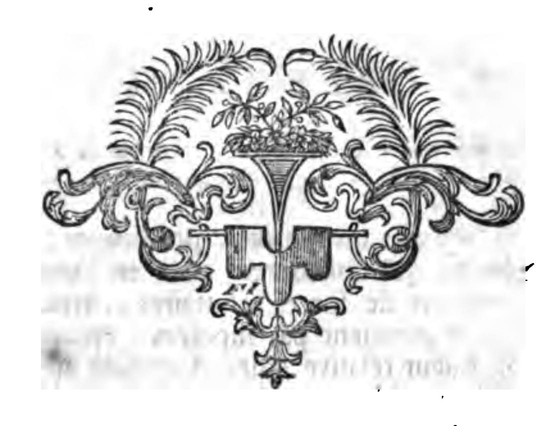
A STRASBOURG,
De l'Imprimerie de Jean - François LEROUX.


256.
257.
258.
259.


Corinthien
Ionique
orique
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Modules
5 10 20 30

DISSERTATION
SUR
LES ORDRES
D'ARCHITECTURE.

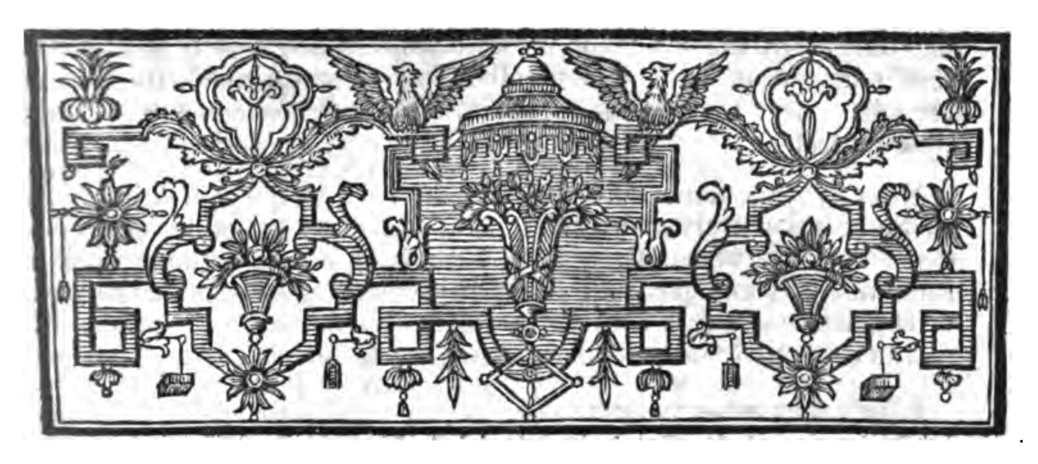
Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis, Ingenieur ordinaire du Roi en Chef à Landau.



A STRASBOURG,

Chez JEAN-DANIEL DOULSSEKER le Fils, Marchand Libraire à l'entrée de la Ruë dite Flader-Gaſs.

M. DCC. XXXVIII.



DISSERTATION
SUR CE GENRE DE DECORATIONS
QU'ON APELLE
LES ORDRES D'ARCHITECTURE.

LA connexité qui se trouve entre l'Art de la Coupe des pierres & celui de la Décoration de l'Architecture, peut donner place ici à quelques réflexions propres à établir des principes de discernement entre le bon & le mauvais usage que l'on fait dans les Bâtimens, de ce qu'on apelle les *Ordres d'Architectures.*

Vitruve * se plaignoit de son tems que la mode avoit tellement prévalu sur la raison à l'apui de l'ignorance & d'une lâche adulation, qu'on fermoit les yeux sur les extravagances qu'on introduisoit dans les Arts, & même que bien loin d'y trouver à redire, on les voyoit avec plaisir, tant on étoit peu éclairé & hors d'état de connoître en quoi consiste la vraye beauté des décorations. Notre siecle ne ressemble pas mal en cela au siecle dans lequel vivoit ce fameux Architecte; on peut bien, sans être trop rigide, en dire autant que lui, & avec plus de raison, puisque nos meilleurs Connoisseurs prennent le siecle d'Auguste, qu'il critiquoit, pour le modele de la perfection de l'Ar-

* Vitr. liv. 7. ch. 5. *Ita novi mores coegerunt uti inertiâ mali judices conniveant ad artium virtutes . . . . hac falsa videntes homines non reprehendunt sed delectantur . . . . judiciis autem infirmis obscuratæ mentes non valent probare quod potest esse cum autoritate & ratione decoris.*

chitecture, sans examen raisonné, & de plus ils adoptent le gout par-
ticulier de quelques-uns de ces Architectes modernes, qui se sont plus
scrupuleusement attaché à la bagatelle, qu'à remonter aux vrais prin-
cipes de leur Art.

Nous croyons donc, suivant l'esprit de Vitruve, que l'on doit asse-
vir les ordres d'Architecture aux loix de la raison, & que sur ce prin-
cipe, on peut condamner tout ce qui n'y est pas conforme, même
l'antique, & parce que nous avons les préjugez qui sont en sa faveur
& la pluralité des voix à combatre, nous devons établir ces loix, &
montrer sur quoi * sont fondées les raisons de la vraie beauté.

* *Quod potest esse cum autoritate & ratione decoris.* Vitr.

L'Ide'e que nous avons de la beauté ou de la difformité est le plus
souvent un effet de l'habitude que nous avons de voir certaines cho-
ses, ou de les entendre louer & aprouver de ce qu'elles sont faites
d'une façon plûtôt que d'une autre; mais la mode n'est pas toujours
une regle sûre pour juger du *beau* & du *difforme*, puisqu'elle a des
vicissitudes qui changent souvent l'un pour l'autre. Cette regle ne se
trouve que chez les esprits libres de préjugez, qui après avoir vû &
combiné plusieurs ouvrages de différens tems & chez différentes na-
tions, sont en état de discerner les beautez purement naturelles, qui
se font sentir au travers des usages établis par la mode, à ceux qui
lui préferent la raison.

Il faudroit donc, pour venir à un examen des Ordres d'Architec-
ture, trouver de ces sortes d'esprits, mais ils sont rares, même parmi
les gens de la profession qui en paroissent les juges naturels, & l'on
peut avancer sans extravagance, qu'on ne doit pas *toujours* s'en tenir
à leurs décisions. * Je puis apuyer cette opinion du jugement de Vi-
truve *liv. 6. chap.* 11. mais en voici la preuve.

* *Namque omnes homines non solum Architecti quod est bonum possunt probare* Vitr. liv. 6. c. 11.

La plûpart des Architectes ont sucé dès leur enfance, *les princi-*
pes des Maîtres qu'on leur a donné, ou qu'ils ont adopté sur leur
réputation; ils regardent leurs preceptes comme des *loix* ausquelles
ils n'est pas permis de contrevenir, toutes vaines & pueriles qu'elles
soient.

Judiciis autem infirmis obscuratæ mentes non valent probare quod potest esse cum autoritate & ratione decoris. Vitr. *ibid.*

Ils sont ensuite conduits dans leurs études par des vûës *d'intérêt*;
il s'agit pour leur fortune d'étudier le goût du siécle, de la nation
dans laquelle ils vivent, & particulierement de ceux *qui* font la dé-
pense des bâtimens, dont ils ambitionnent la conduite ou l'entre-
prise pour meriter la préference sur les concurrens qui se présentent;
& comme les gens riches à qui ils ont à faire ne sont pas toujours
les plus éclairez, on ne leur propose de projets que sur des modeles

à la mode, dont ils ne connoissent ni le bon ni le mauvais, ou s'ils veulent de la nouveauté, on s'efforce d'en produire à quelque prix que ce soit : de-là viennent ces bizarres varietez pui s'érigent peu à peu en modes, & qu'on apelle dans le monde le bon ou le mauvais *goût*, selon qu'il aproche ou s'éloigne le plus de la nouveauté.

Il est aisé de prouver que la plûpart de ces prétenduës décorations n'ont point de beauté réelle, puisque nos modes ne sont ni constantes ni universelles ; les Orientaux, les Occidentaux, les habitans du Septentrion & ceux du Midy ont leurs usages en fait de bâtimens, & des décorations à leur gré : sommes-nous les seuls peuples qui ayons en partage le meilleur goût & le bon sens ? les gens qui n'ont pas voyagé sont quelquefois assez peu éclairez pour donner dans cette folle présomption ; mais pour les désabuser, il n'y a qu'à leur faire connoître que nous empruntons tous les jours des inventions des étrangers. Nous devons les plus beaux modeles d'Architecture, premierement aux Grecs, & ensuite aux Romains, qui les ont imité : si nous entrons dans le détail, nous trouverons que nous tenons des Italiens nos Salons, les couronnemens de balustrades en terrasses, qui font d'un bel effet, & nos entre-soles ; des Espagnols & des Portugais, nos fenêtres abaissées au dessous de l'apui, & nos balcons même jusqu'à leurs ferrures, & que nous copions dans nos décorations d'ornemens le goût Arabesque & le Chinois, au lieu du Romain que nous abandonnons.

Peut-on dire que les unes ou les autres de ces nations ayent toujours eu des regles constantes de beauté dans les décorations de leur Architecture, non certainement, puisqu'elles ont varié chez eux dans un assez petit intervale de tems.

Quelle différence des édifices des anciens Grecs & Egyptiens à ceux des Mahometans qui leur ont succedé dans le même pays ? quelle différence de ceux des Maures à ceux des Espagnols nez comme eux en Espagne ? enfin quelle différence des bâtimens Gothiques dont la France & les Pays-bas sont pleins, à ceux des François de nos jours ? nos Ancêtres avoient-ils raison ? l'avons-nous ? c'est une question qu'il n'est pas plus facile de décider que celle qu'on pourroit agiter sur la différente façon de nos habits ; on convient de la necessité de se couvrir, & de se mettre à l'abri des injures de l'air, mais non pas de la grace de l'ajustement ; elle dépend tellement de l'habitude qu'on a de voir les objets figurez d'une certaine façon, que ce qui n'est pas conforme à la mode est insuportable & ridicule : or les loix de la mode ne sont pas bornées à la façon de nos habits, elles s'étendent sur tout, & les bâtimens n'y sont pas les moins assujettis. Sans

remonter bien avant dans les siécles passez, examinons ceux que nous tenons de nos Peres ; de leur tems on affectoit de mettre les entrées au milieu des maisons, aujourd'hui on ne s'assujetit pas même d'y laisser un vuide, on n'a point de honte d'y placer un trumeau, comme on voit dans quelques-uns des plus modernes & des plus grands Hôtels de Paris. *

On faisoit de grandes cheminées & de petites portes, à present on fait de très grandes portes & de petites cheminées ; on prenoit des jours d'en haut & d'une mediocre grandeur, aujourd'hui tout est ouvert jusqu'à nos pieds ; on affectoit de la simetrie dans les fenêtres, aujourd'hui sur une même face on seroit bien fâché de les faire uniformes, c'est une beauté d'en varier les fermetures ; on faisoit les combles extrémement rapides d'une pente suivie, aujourd'hui extrémement couchez, & de deux pentes différentes, l'une trop rapide, l'autre trop couchée.

* M. Blondel habile Architecte, dont je fais cas, désaprouve cete licence cōme moi dans son Architecture moderne *tom.* 1 *pag.* 57 & 58.

Tous ces changemens, dira-t'on, sont autorisez par la commodité; cette raison n'est pas incontestable. Quand les portes d'entrée étoient au milieu des maisons, on n'étoit pas obligé d'aller chercher un guide pour y entrer ; l'étranger se transportoit avec moins de circuit où il avoit à faire, & se plaçoit en un lieu d'où il apercevoit une agréable simetrie. Scamozzi disoit que la porte d'une maison étoit comme la bouche d'un animal, que la nature a mis au milieu de la face pour distribuer également la nourriture à droite & à gauche ; il seroit fort étonné s'il voyoit aujourd'hui en France des visages qui n'ont point de bouche en face, mais par le côté ; une pareille disposition n'est suportable que dans un bâtiment simple, où il est avantageux de ne pas en diviser les apartemens, ou dans celui d'un petit particulier qui manque de place ; mais dans les grands Hôtels doubles, ces raisons ne subsistent plus ; l'entrée par le milieu ne cause aucune interruption dans ceux de Matignon & de Noirmoutier, qui sont du dessein de M. de Courtonne, Professeur de l'Academie d'Architecture, ni dans plusieurs autres édifices modernes à Paris.

Je demande aussi si c'est une commodité d'introduire l'air froid dans une chambre par une ouverture de porte, qui seroit suffisante pour une entrée de grange, plûtôt que de la proportionner à notre taille & à nos besoins ; d'ouvrir tellement les fenêtres qu'une chambre soit susceptible du chaud & du froid de chaque saison, & faire venir de nos pieds une lumiere qui éblouït & fatigue la vûë plûtôt que de la recevoir moins rasante au plancher ; car la nature a couvert nos yeux de paupieres de haut en bas, & non pas de bas en haut ; d'établir des logemens dans les toits, qui ne sont faits que pour couvrir nos

chambres ; & détourner la pluye de sur nos têtes, & de les briser & percer de lucarnes & de pentes inégales, ou de les faire d'une pente uniforme & continuë, comme il convient à l'écoulement des eaux, puisque toutes ces brisures & noües ouvrent une infinité de goutieres, lorsqu'on n'a pas soin d'y remedier par la dépense des tables de plomb ou d'autres métaux. Ce genre de bâtimens qui a tant fait d'honneur à François Mansart * en France, n'a pas été adopté chez les nations qui ont le plus abondé en grands Architectes, comme en Italie ; d'où je conclus qu'il n'a rien de si excellent que quelques écrivains modernes ont voulu nous le persuader.

* Ce n'est pas le dernier qui s'appelloit Jules Ardoüin.

Puisque la mode regne dans les parties essentielles des édifices, il n'est pas étonnant qu'elle change dans l'ordre de leurs décorations ; sans parler des ornemens de sculpture, où l'on a passé de l'extrémité d'un relief trop massif à une confusion de legers contours Arabesques, & d'imaginations Chinoises de Dragons, d'aîles de chauves-souris, & d'autres pareilles grotesques ; on a aussi passé pour la construction des bâtimens voutez de la legereté Gothique de peu de dépense, à une consommation superfluë de materiaux, comme on voit dans les Eglises modernes ; cependant depuis environ deux cens ans qu'on a repris le goût de l'Architecture antique, en abandonnant totalement le Gothique, combien d'Architectes n'ont pas écrit pour tâcher de fixer les ordres antiques à certaines mesures, chacun selon son goût qu'il a cru le meilleur ; mais rien ne prouve mieux la futilité des regles qu'ils ont voulu nous prescrire que leur discordance entre eux, & les folles varietez qu'ils ont répandu dans l'Architecture ; on entasse sans nécessité plusieurs ordres les uns sur les autres, on en voit d'inégales hauteurs mêlez sur la même base, on tord les colonnes en hélices, on les interrompt par des bandes, on imagine des chapiteaux bizarres, on plie les parties des ordres qui sont infléxibles de leur nature, comme les architraves & les corniches, on confond celles qui doivent être distinctes, comme aux corniches architravées, on les coupe par des ouvertures ou des ressauts, par des changemens d'inclinaisons, des enroulemens & des cartouches bizarres ; en un mot la mode regne sur les ordres d'Architecture, & si l'on n'en a pas changé totalement l'ordonnance, on l'a tellement défigurée dans toute l'Europe qu'on peut dire que ce n'est plus qu'un canevas sur lequel les Architectes & les Dessinateurs particulierement des rétables de nos Eglises, brodent à leur fantaisie ; on doit seulement en excepter un petit nombre des modernes de notre France, qui en ont usé plus sagement, en se conformant au goût de la celebre Academie d'Architecture de Paris.

Au milieu de cette varieté de goûts & d'opinions, ne sera-t'il pas

permis d'établir quelques principes, dont les hommes raisonnables puissent convenir, & n'y auroit-il pas une Architecture naturelle indépendante du caprice des Dessinateurs ? je vais exposer ce que j'en pense.

Il n'est personne qui n'ait remarqué que l'imitation d'une chose naturelle nous cause du plaisir, ce n'est que par l'imitation que la Peinture, la Sculpture, la Musique, & la Comedie nous plaisent & nous réjoüissent, & lorsqu'elle est parfaite, l'objet copié d'après une belle nature nous cause plus de plaisir que l'original ; la vûë d'un beau tableau ou d'une belle figure de marbre nous touche souvent plus que celle de l'homme auquel elle ressemble : or l'Architecture, comme
* liv. I c. I. l'a fort bien dit Vitruve *, n'est pas moins un art d'imitation que ceux que je viens de nommer ; *Maximè etiam in Architectura hæc duo insunt quod significat & quod significatur.*

S'il est donc quelque regle universelle pour les ordres, elle ne peut être fondée que sur l'imitation de l'Architecture naturelle ; c'est à la verité ramener ce grand Art dont on fait tant de bruit dans le monde, & auquel on prodigue souvent le nom de Science aux choses les plus simples ; mais c'est le rapeller à son origine, témoin Vitruve, & après lui Palladio, Scamozzi & tous les plus fameux Architectes.

On pourra demander quelle est cette Architecture naturelle ? faut-il remonter à la contruction des maisons qu'ont bâti les premiers hommes ? il n'en existe plus de monument, pas même dans les histoires ; cependant on peut la croire telle que Vitruve l'expose dans son second Livre, où il remonte à un tel point de simplicité, qu'il pense qu'ils firent des toits horisontaux avant que la pluye leur eût apris qu'il falloit leur donner de la pente, mais voici les raisons qui doivent établir son opinion.

L'Industrie naturelle aux hommes que je pourrois apeller l'instinc de se garantir des injures de l'air, puisqu'elle est commune à la plûpart des animaux, a été la même de tout tems, suivant les besoins particuliers aux climats qu'ils ont habité ; ceux qui ont trouvé des grottes faites par la nature en ont profité, & ceux qui ont trouvé des bois s'en sont servi pour se mettre à couvert de la pluye & du soleil, s'ils n'avoient pas eu assez de genie pour faire usage de la terre lorsque les bois leur ont manqué, les taupes leurs auroient montré à s'y loger, comme on fait encore aujourd'hui en certains cantons d'Irlande, & chez cette nation du Missisipi qu'on apelle les *Chenards* ; telles étoient aussi à peu près les cabanes de ces anciens Phrygiens, dont parle Vitruve. Les hyrondelles leurs auroient apris à s'en faire des cloisons, & les castors à faire des Voutes ; mais comme les bois sont la matiere
la

la plus commode à former une habitation propre à la santé & agréable à la vûë, c'est de cette matiere que nous tenons l'origine de nos ordres, car l'arangement des pieces essentielles à leur construction est si naturel, qu'on n'a pas besoin d'étudier la charpente pour dresser une cabane de bois.

EXAMINONS les premiers établissemens d'une colonie dans un pays de forêts inhabitées, comme étoient ceux de nos Isles de l'Amerique, on verra qu'on commence par planter des troncs d'arbres, sur lesquels on couche des pieces de bois horisontalement pour suporter un toit, & d'autres inclinées à l'horison & entre elles pour lui donner la pente nécessaire à l'égoût des eaux sur un tissu d'écorces d'arbres, de feüilles ou de branches, de roseaux ou d'autres choses, sous lesquelles on puisse se mettre à l'abri du soleil & de la pluye ; s'il faut encore se garantir des vens & du froid, on remplit les intervales des troncs, qui servent de suports, avec des dosses de bois fendus, du clayonage, de muraille de terre ou de ce qu'on peut ; les Germains nos Ancêtres ne bâtissoient point autrement, ils n'employoient (selon nos Historiens) ni pierre, ni chaux, ni ciment, mais du bois sans être dolé, comme on fait encore aujourd'hui en Boheme & en Moscovie, & comme faisoient plusieurs nations du tems de Vitruve ; mais dès qu'il s'agit de faire durer les édifices, on y aporte d'autres précautions ; on éleve les troncs d'arbres sur des pierres pour empêcher qu'ils ne pourrissent à fleur de terre ; voilà l'origine des *Dez* & des *Plinthes*, comme le prouve l'étimologie du mot grec qui signifie une brique : ensuite pour plus de propreté, on arondit les troncs d'arbres d'une forme réguliere, telle qu'on fait les colonnes ; mais afin que le rejaillissement de l'eau de pluye au dessus du plinthe, ne nuise point à la base de la colonne, on en abat l'arête en chanfrain ; peut-être qu'en quelques endroits on s'est avisé d'enveloper cette base de cordes, comme l'on fait aux *Roussetures* des Mats des Vaisseaux, ou avec des cerceaux, & que cette invention a donné lieu à imaginer les *Tores* des bases des colonnes ; cette conjecture est fondée sur la signification du mot latin *spira*, dont Vitruve se sert pour exprimer la base d'une colonne, parce qu'il signifie la révolution d'un cable. Cette étimologie me paroit plus naturelle que celle que nous donnent les Architectes, dont l'un va chercher, après Vitruve, la chaussure humaine, l'autre, comme Palladio, le renflement causé par l'afaissement, l'autre des matelats pour asseoir du bois ou de la pierre, comme Scamozzi trompé par le mot *torus*.

POUR donner quelque assiete aux sommiers qu'on couche horisontalement, on a soin de les équarrir, voilà nos *Architraves*, c'est-à-dire nos principales poutres, comme l'explique l'origine du mot partie grec-

que partie latine ; nous les apellons en terme d'Architecture françoise *poitrail* ou *sommier*.

On range ensuite sur les Architraves les poutrelles qui doivent porter le plancher, ou les tirans des fermes du comble, & parce qu'étant posées en travers, elles ne montrent au dehors que leurs bouts, les Architectes ont imité cette aparence par des quarrez longs en saillie, ou tout unis comme ceux de Vitruve ; Palladio & Scamozzi mettent à l'ordre *Toscan*, ou ornez de la gravure de trois canaux angulaires, comme sont les *Triglyphes* de l'ordre *Dorique*, l'un & l'autre expriment des boûts de planches mises sur le parement du bois vû debout pour le conserver, d'où vient que Scamozzi les apelle *pianuzzi*, & Vitruve *antepagmenta* liv. 4. ch. 7. & quoique les gravures en changent le nom, elles représentent toujours la même chose un peu ornée.

Enfin on couche sur les poutrelles une sabliere pour servir d'apui aux chevrons qu'on avance en saillie pour écarter les eaux de la face de l'édifice ; voilà le modele des *Corniches*, de leurs *Modillons*, *Mutules* & *Denticules*.

L'Arangement dont nous venons de parler, ne convient qu'aux deux côtez de l'édifice, où le toit fait égoût ; il en est deux autres où il n'en fait point, qui sont terminez en pointe plus ou moins aiguë selon l'inclinaison de chaque moitié du toit ; c'étoit ordinairement dans une de ces dernieres qu'étoit anciennement la principale entrée des Temples, comme il paroit par tous les monumens de l'antiquité, & même le plus souvent celle des maisons, comme on le voit encore en plusieurs Villes des Pays-bas, & à Paris sur le pont de Notre-Dame, & parce que cette partie est la face ou le front du bâtiment, on a apellé cette élevation angulaire un *Fronton*.

Omnia enim certa proprietate & à veris naturæ deductis moribus traduxerunt in operum perfectiones . . . ex eis originibus simetrias & proportiones unius cujusque generis constitutas reliquerunt. Vitr l 4. ch. 2.

Ces origines ne sont pas un effet de mon imagination, les plus fameux Architectes en conviennent après Vitruve, qui dit que les anciens n'ont rien imaginé que d'après la nature, & n'ont reconnu de beauté constante que celle qui en tiroit son origine ; c'est de cette Architecture simple & naturelle qu'ils ont fait le modele des décorations, dont ils ont orné les édifices les plus somptueux.

Suivons les principes qu'ils ont adopté, & nous trouverons qu'ils s'en sont écartez en plusieurs rencontres sans y faire attention. Vitruve qui avoit si bien reconnu que les corniches n'apartiennent qu'aux toits, parle cependant d'entasser un ordre sur l'autre sans suprimer la corniche du premier ; & ce qu'il y a encore de plus singulier dans sa conduite, c'est qu'il rend cette faute ridicule par le récit qu'il fait du

jugement de Licinius sur un tableau d'Apaherius, dans lequel on voyoit un second ordre établi sur les corniches & frontons du premier ; vous admirez ce tableau, disoit Licinius aux Alabandins, parce qu'il est bien peint, mais vous n'y apercevez pas une faute de bon sens ; *qui a jamais vû des maisons & des colonnes posées sur les tuiles des combles, au lieu qu'elles doivent être sur des planchers* ? cependant malgré cette judicieuse observation de Licinius, nos Architectes élevent quelquefois deux & trois rangs d'ordres les uns sur les autres, ausquels ils donnent pour base des corniches ornées de ces choses qui n'apartiennent qu'aux toits, comme les Modillons, Denticules & Mufles de Lions : il est donc vrai selon le jugement de ce Mathématicien, qu'ils manquent tout à fait de bon sens & d'esprit.

Quis enim vestrûm domos supra regularum tecta potest habere aut columnas seu fastigiorum explicationes, hæc enim supra contignationes ponunt, non supra tegularum tecta Vitr. l 7. ch. 5.

Mais qui osera reprocher aujourd'hui cette faute aux plus somptueux bâtimens de l'Europe ? puisque l'abus a tellement prévalu contre les regles de la raison, que les yeux y sont accoutumez, & que les Architectes y souscrivent & l'aprouvent. Je n'entreprendrai pas ici de m'ériger en réformateur d'une mode si généralement reçûë en dépit du bon sens ; je demande seulement qu'on me produise quelque modele du contraire chez les Grecs, qui nous ont transmis par les Romains la plus belle Architecture ; on ne voyoit qu'un seul ordre dans leurs édifices : je ne trouve d'exemple du contraire que dans le Temple de Minerve Elée en Arcadie, & dans celui de Jupiter Olimpien d'Athenes, où deux ordres formoient autant de galeries dans l'intérieur du temple ; mais les Historiens ne nous disent pas que la corniche du premier ordre fût entiere, & qu'elle eût des attributs des toits. Je sçai que si l'on descend aux Romains, on trouvera de ces modeles ridicules d'entassemens d'ordres ; le plus fameux est le Septizonio, où l'on en voyoit sept les uns sur les autres, mais une telle autorité ne prévaut pas contre la raison de Licinius, qui est si plausible, qu'on ne peut la rejetter sans renoncer au sens commun ; il n'est pas surprenant que quelques Architectes n'y ayent pas pris garde, puisque Vitruve a lui-même agi contre ses propres lumieres ; la Ville de Tralles, éblouïe par l'art du peintre Apaherius, ne s'aperçût du défaut qu'après que Licinius leur en eût fait sentir le ridicule, observation digne d'un Mathématicien qui ne donne pas facilemnnt dans le faux.

Propter hæc vitia insipientes sunt judicata.

Quelques-uns de nos Architectes de France ont profité de cette remarque, quoique le Peristile du Louvre répondit à la face intérieure d'un bâtiment, qui est un entassement de trois ordres ; le nouvel Architecte a réduit la face extérieure à un seul, d'où il a tiré cet air de grandeur que tous les connoisseurs y admirent ; il sentoit bien que

ces trois rangs de fuseaux guindez les uns sur les autres, quoique du dessein d'un homme qui s'étoit acquis de la réputation, n'étoient en effet qu'une Architecture d'écolier; le logement d'un Roy doit porter un caractere d'unité & de distinction, qui marque que tout est pour lui essentiellement, & par accident pour ceux qui composent sa Cour; l'Architecte de la façade de Versailles du côté du jardin a pensé de même, & s'est fait honneur d'une noble simplicité en ne mettant qu'un ordre établi sur un grand soubassement, & surmonté au dessus par une attique: je ne prétends pas condamner absolument l'ordonnance de deux ordres posez l'un sur l'autre, mais je crois qu'alors il faut suprimer la corniche du premier, & la convertir en une espece de plinthe un peu façonnée, ou du moins la mutiler de sa cimaise & de tous les ornemens qui ne sont que les attributs des toits; c'est ainsi que quelques bons Architectes pensent, témoin la façade de l'Hôtel de Pequigny en Province, du dessein de M. Desgoz, Architecte du Roy, Contrôleur Général des Bâtimens: en effet outre la bienséance d'une sage imitation que nous mettrons, si l'on veut, à part, ne peut-on pas demander quelles sont les fonctions des corniches, n'est-ce pas d'écarter les égoûts des toits de la face du bâtiment? or cette fonction est sans doute réservée à la partie la plus éminente de la face, les saillies inférieures ne peuvent que causer un réjaillissement d'eau nuisible aux murs; elles causent de plus une autre incommodité, c'est qu'elles cachent la vûë de l'entrée des portes de la ruë, & des fenêtres du premier étage, à ceux qui sont au second & au troisiéme.

Si nous devons nous en tenir à une fidele imitation de l'Architecture naturelle, ne sera-t'il pas encore ridicule de partager en trois rangs d'ordres, comme en trois étages, la face extérieure d'un bâtiment qui est connu pour n'en contenir qu'un, telle est l'ordonnance de la façade de la plûpart de nos Eglises; c'est vouloir tromper les spectateurs, ou leur faire entendre que la superimposition des ordres n'est qu'un placard sans suite qui ne signifie rien; en un mot c'est convenir que ce ne sont que des pierres entassées sans rime ni raison; qu'on amene un sauvage de bon sens, car il en est parmi eux plus qu'on ne pense en Europe, & qu'on le place devant le fameux portail de St. Gervais, il croira voir trois habitations les unes sur les autres, il en jugera de même, non seulement à cause de la division, mais aussi par l'idée de ce qui convient à la solidité d'un édifice, pour laquelle on ne doit pas faire de plusieurs morceaux de troncs d'arbres posez bout à bout, ce qui ne devroit être que d'un seul; si enfin après lui avoir expliqué que les corniches représentent la saillie des toits, on le faisoit entrer dans nos Eglises modernes, que diroit-il, d'y en trouver & des plus saillantes? il ne pourroit s'empêcher de rire de l'extravagante superfluité

d'une telle faillie dans un lieu couvert d'une Voute recouverte d'un toit ; toute mesestimée que soit l'Architecture Gothique, il lui donneroit sans doute la préference, en ce qu'elle ne fait pas parade d'une imitation si mal placée, car il ne faut point d'étude pour penser qu'on doit avoir égard à l'usage des choses, & à la vraisemblance dans la disposition des ornemens ; il s'apercevroit encore que cette saillie est nuisible, en ce qu'elle couvre une partie des vitraux dont elle cache la vûë, & interrompt le passage du jour qu'on en doit tirer ; elles semblent même rétrecir les lieux, & leur donner un air disgratieux, comme l'a fort bien remarqué Palladio ; c'est cependant ce qu'on voit dans presque toutes les nouvelles Eglises, dont l'Italie fait parade comme des merveilles de l'Art.

Si sono in luogo chiuso lo fanno stretto & sgarbato liv. 1.

O la belle chose! s'écrieront les partisans des corniches, de voir un ordre d'Architecture dépoüillé de cet ornement, qui en est le principal? & pourquoi donc Vitruve n'en avoit-il pas mis à la Basilique de Fano? pourquoi n'y en avoit-il point au premier ordre des Sales Egyptiennes, & des Places publiques? pourquoi n'en voyoit-on point au Palais des Tuteles de Bordeaux?

Quelques-uns de ces Architectes qui se sont rendus fameux, ont bien senti la convenance de les suprimer dans plusieurs circonstances, tel est Vignole, qui au dedans de son Eglise de St. André de Pontemole, n'a mis qu'une Architrave sur le premier ordre: sans vouloir me mettre au rang des grands Architectes, j'ai pris la liberté de suprimer aussi la frise & la corniche du premier ordre de la Chapelle en rotonde, que j'ai fait depuis peu dans le milieu du nouvel Hôpital militaire de Landau, & j'ai eu le plaisir de voir des connoisseurs en aprouver le bon effet.

Si l'on veut se mettre pour un moment au dessus du préjugé que l'Architrave, la frise & la corniche sont trois choses inséparables, & considerer qu'il nous vient plûtôt de l'habitude que du raisonnement, nous conviendrons que Vitruve avoit fort raison de ne mettre qu'une Architrave au dedans de la Basilique de Fano, puisque la corniche est une de ces choses qui conviennent plûtôt au dehors qu'au dedans d'un édifice ; d'ailleurs n'est-il pas vrai qu'une corniche d'imposte de peu de saillie en profil d'Architrave, nous contente la vûë dans les retours des Arcades pour accorder la jonction de la surface plane des piédroits avec la naissance de la courbe de la partie voutée? or en quoi differe cette Arcade d'une Nef, qu'en ce qu'elle a beaucoup moins de profondeur? à cela près la chose est égale, donc on peut suprimer dans le grand sans aucune difformité, ce qu'on suprime ordinairement dans le petit

Apre's avoir osé attaquer quelques abus touchant la disposition des ordres & de leur corniche, nous pouvons hazarder quelques opinions touchant la nature, le nombre & les regles des Ordres, & ces mysterieuses dimentions de leurs parties, sur lesquelles il s'est fait plus de Volumes que sur des matieres importantes aux besoins d'une Republique.

Du nombre des Ordres.

Les divisions qui se présentent à un bon esprit en fait d'établissement de principes, se réduisent toujours au plus petit nombre qu'il est possible, & si nous voulons faire réflexion qu'on ne peut bâtir que de trois manieres, ou très solidement, ou très legerement, ou d'une maniere moyenne, qui participe de la solidité & de la legereté, on n'admettra que *trois Ordres*, ausquels on donnera tels noms que l'on voudra, il n'importe des noms, nous n'en voulons qu'aux choses; & puisque les Grecs se sont bornez à cette division, nous pourrons nous servir des noms qu'ils leur ont donné, quoiqu'ils n'expriment pas la construction à laquelle ils répondent, ainsi nous apellerons suivant l'usage établi en Architecture.

L'Ordre solide	*le Dorique.*
L'Ordre moyen	*l'Ionique.*
L'Ordre délicat	*le Corinthien.*

Le Dorique en effet semble être la plus belle maniere de bâtir solidement, parce que les parties sont fortes sans être trop massives; c'est pour cela que les Anciens le comparoient à la taille d'un homme robuste; on dit même qu'ils avoient tiré les proportions de ses colonnes du corps humain *, parce qu'ayant examiné le raport de l'assiete horisontale que la nature lui avoit donné à l'égard de sa hauteur, ils trouverent suivant Vitruve, que la longueur du pied en étoit la sixiéme partie, & de-là ils conclurent que la colonne devoit avoir en hauteur six fois la longueur du diametre de sa base; mais avec la permission de cet Architecte, il falloit que les hommes de ce tems-là eussent le pied plus grand que ceux d'à present, car on remarque que la longueur du pied d'un homme bien fait n'est que la septiéme partie de sa hauteur, souvent moins, telle fut aussi selon les aparences l'observation des Grecs, & ensuite des Romains, qui ne s'en sont pas tenu à cette proportion trop massive de l'Architecture naissante, car il lui ont toujours donné au moins sept diametres de hauteur, quelquefois sept & demi, & enfin jusqu'à huit.

* *Ita dorica columna virilis corporis proportionem & firmitatem & venustatem in ædificiis præstare cæpit.* liv. 3 ch. 1.

Au langage de Palladio, il semble au contraire que cette proportion

a été tirée du raport de la hauteur de la tête à celle du corps, parce qu'il apelle les diametres *Têtes*, c'est ainsi que les Peintres reglent les hauteurs des figures, cependant il est bien plus naturel que l'on ait comparé les bases aux pieds pour le raport de l'assiete de la colonne à sa hauteur, sans égard aux ornemens qui les élargissent : il est vrai que dans les monumens antiques, on ne trouve pour toute base aux colonnes doriques qu'un reglet avec un congé qui fait un très petit empatement, & quelquefois on est surpris de n'y en point trouver, mais une terminaison sans grace, telle qu'est celle d'un arbre scié. Ce défaut déplait également à tous les Architectes de nos jours, on a voulu pour excuser les Anciens, dire après Vitruve, qu'ils avoient voulu représenter un homme nud, comme Hercule, cette conjecture me paroit ridicule, ce seroit plûtôt un homme sans pieds.

On demandera peut-être s'il n'y a pas une maniere de bâtir encore plus solide que la Dorique ; je répondrai qu'oüi, mais elle est sans grace, il semble que celle-ci est la borne de la solidité agréable, & qu'au dessous de ses proportions l'Architecture seroit si massive & si pésante qu'elle ne plairoit non plus à la vûë qu'un homme d'une taille trop épaisse par raport à sa hauteur.

Puisque nous considerons cet Ordre comme uniquement destiné à la solidité, il semble que les ornemens ne lui conviennent guére, que les membres de ses chapiteaux, de son entablement & particulierement de sa corniche, ne doivent être ni petits, ni taillez de soulpture, & que les denticules que Vignole, après quelques Antiques, y a mis, sont mal placées, non seulement parce que c'est un ornement trop délicat, mais encore parce qu'elles sont incompatibles avec les Mutules, qui doivent y être aussi invariablement, que les trigliphes dans la Phrise ; la raison est que faisant paroître le bout des poutrelles exprimé par les trigliphes, il convient qu'on fasse aussi paroitre le bout des Arbaletiers qui sont représentez par les Mutules ; or puisque selon Vitruve les Denticules représentent les chevrons, elles devroient être au dessus du Larmier, au lieu qu'on les met ordinairement au dessous, & en ce cas les chevrons seroient au dessous des Arbaletiers, dérangement ridicule dont Vitruve a repris les Architectes de son tems, faisant remarquer que les Grecs n'étoient jamais tombé dans ce défaut, ce qui condamne les corniches Doriques du Théatre de Marcellus, & des Thermes de Diocletien, & au contraire fait sentir l'élegance de celle du monument d'Albano, décrit dans le parallele de M. de Chambray. L'amphithéatre de Domitien nous présente un exemple de position immédiate des Mutules sur les trigliphes, comme si l'Architecte eût voulu faire connoitre que l'un étoit inséparable de l'autre, & qu'il ne devoit pas y rester de place pour les Denticules.

Ergo & trigliphorum & mutulorum in Doricis operibus ratio ex ea imitatione inventa est. liv. 4, ch. 2.

In græcis operibus nemo sub mutulo denticulos constituit, non enim possunt subtus cantherios asseres esse. liv. 4. ch. 2.

Aprè's ce que nous venons de dire, il fera aisé de désigner l'ordre Dorique, en disant qu'il est caracterisé par la grosseur de sa colonne à l'égard de sa hauteur, la simplicité de sa base & de son chapiteau, les Trigliphes de sa Phrise, les Mutules de sa corniche, le petit nombre & la simplicité de ses moulures, en un mot par sa *solidité*.

De même qu'il y a des bornes à la solidité, il y en a aussi à la délicatesse & à la legereté d'un édifice ; car quand même il seroit solide par la consistance de ses materiaux, & par l'artifice de leur liaison, lorsque l'idée que nous avons naturellement de la proportion qui doit être entre le suport & la charge, nous fait paroitre un suport trop foible ou trop étroit, nous n'en pouvons aprouver la construction, notre esprit se révolte contre ce qui paroit hazardé, nous voulons non seulement une solidité réelle, mais encore aparente, qui ne donne pas occasion au Spectateur de craindre que l'édifice culbute. Nous admirons un homme qui danse sur la corde, mais dans le fond on le condamne de s'exposer mal à propos, & on sent de la peine à le voir.

Par cette raison qui est fondée dans la nature, jamais l'Architecture Gothique n'a dû être comparable à l'Antique, en ce qu'elle est pleine de *port-à-faux* sur des saillies de moulures de *Culs-de-lampes*, de *Marmousets* & de *Chimeres*, qui servent de suports à des naissances de *Nervures* & de Voutes, & que celles qui portent de fond sont apuyées sur des *Perches* si menuës, & d'une hauteur si prodigieuse qu'elles répugnent à l'Architecture naturelle, quoique par l'adresse de l'exécution, ces sortes d'ouvrages subsistent depuis plusieurs siecles.

A bien examiner le moindre raport que l'on peut donner au diametre de la base d'une colonne à l'égard de sa hauteur, il semble que c'est celui d'un à dix ou à dix & demi ; car si on le pousse plus loin comme d'un à onze, la colonne devient trop mince pour sa hauteur, comme on le voir à la Rotonde de St. Etienne auprès du Tibre à Rome ; or puisque la Corinthienne a dix fois le diametre de sa base, on ne peut bâtir plus délicatement que suivant les mesures de cet ordre, qu'on ne peut élever sans retomber dans le défaut des piliers & des perches Gothiques, d'où je conclus que les deux extrémitez de l'art de bâtir sont l'Ordre Dorique, & le Corinthien.

Entre ces bornes du Massif & du Gresle, il y a sans doute plusieurs manieres de proportions, qui participent plus de l'une & moins de l'autre extrémité, mais il n'y en a qu'une qui tienne le *juste milieu*, c'est à celle-là que nous donnerons, si l'on veut, le nom d'*Ordre Ionique*.

Les

Les Anciens qui avoient comparé l'Ordre Dorique à la force d'un homme, comparoient celui-ci à la taille d'une femme, & la délicatesse Corinthienne à celle d'une fille ; ils les employoient aux temples de leurs Divinitez conformément à cette idée. Comme je ne vois pas grande analogie d'un arbre à un homme, je ris de l'idée de Scamozzi, qui est obligé d'avoir recours aux Géans pour sçavoir à qui il doit comparer ce Dorique batard, qu'on a mis au rang des Ordres après Vitruve sous le nom de *Toscan*.

Puisque nous reconnoissons l'Ionique pour un Ordre moyen, nous déciderons sûrement des proportions de sa colonne, qui doit être moins haute que la Corinthienne, & plus haute que la Dorique, à bases égales; de sorte que le raport de son diametre à sa hauteur sera comme de un à neuf, tel est en effet celui des plus beaux monumens de l'Antique.

La même proportion doit être observée dans la hauteur de l'entablement qu'elle doit porter, & dans la qualité & le nombre des ornemens, dont il est décoré, qui doivent tenir un juste milieu entre la richesse Corinthienne, & la simplicité Dorique.

Suivant ce systéme, on conviendra facilement des proportions des parties essentielles de chaque Ordre, telles sont celles de la colonne & de l'entablement qu'elle porte ; car le suport le plus fort doit porter une plus grosse charge, & le plus foible la plus legere ; mais nous ne croyons pas devoir nous amuser à ces scrupuleuses précisions ausquelles les Architectes veulent nous assujettir ; il faut laisser au bon goût & au bon sens le droit de grossir ou de diminuer les colonnes, suivant les circonstances ausquelles on doit avoir égard ; telles sont, 1°. celles de leur éloignement les unes des autres, car les plus serrées paroissent plus grosses, selon la remarque de Vitruve, 2°. de la hauteur de leur position au dessus du rez-de-chaussée, qui en racourcit la longueur suivant la perspective ; 3°. de l'exposition à claire voye ou sur un fond obscur, car le grand air le *mange*, disent les Architectes ; 4°. de l'ornement des canelures, dont le grand nombre grossit le fust à la vûë ; toutes ces considerations doivent occasionner quelque changement d'épaississement ou de diminution des diametres par raport à la hauteur des colonnes, pourvû qu'il n'excéde pas un demi diametre de plus ou de moins sur toute la hauteur ; cet avis est conforme à celui de Palladio, & des meilleurs Architectes qui veulent qu'on ait égard aux différentes circonstances des lieux ; cependant nous ne rejettons point le détail des mesures des parties. Il est des proportions qu'on ne peut alterer considerablement sans donner la mauvaise grace à ce genre de décorations.

Nam cum Deorum triplex ratio habita esset, fortium delicatorum *&* mediorum *fontibus ut Marti, Herculi, Minervæ, ædes Doricæ severioris structura constituta sunt, delicatoribus ut Veneri, Proserpinæ, Floræ, Corinthio genere propter teneritatem operis effecta sunt : mediis ut Junoni, Dianæ, Baccho constructa sunt jonica, quod id genus ædes temperata sint id est nec usquam* gracili *floridaq; sint structura nec rursus* severa *Philand in* Vitr. liv. 4.

Des proportions de chaque Ordre.

Pour établir une meſure propre à déterminer les proportions des Ordres, les Architectes ont pris, d'un conſentement unanime, le diametre de la colonne à ſa baſe, qu'ils ont diviſé en plus ou moins de parties, ſelon qu'ils l'ont jugé à propos, pour avoir peu de fractions dans les hauteurs & ſaillies de leurs profils ; les uns l'ont pris en entier, & l'ayant diviſé en 60 parties, l'ont apellé le *grand Module*, les autres n'ont pris que la moitié de ce diametre, qu'ils ont nommé le *Module*, & quelques-uns n'en ont pris que le tiers ſous le nom de *petit module*. Il a plû à quelques-uns de diviſer le Module différemment pour chaque Ordre, comme s'ils avoient voulu embarraſſer cette frivole matiere, & rendre myſterieux un Art qui eſt preſque tout arbitraire dans les petites ſous-diviſions ; pour moi qui tache de le dépoüiller de ce faux air de conſéquence, je penſe qu'il n'y a point de néceſſité de ſe charger la memoire d'une multitude de différentes diviſions, parce qu'on peut établir des raports ſimples dans les parties eſſentielles, perſuadé que les petites ſont plûtôt une affaire de goût que de préciſion conſtante.

Je trouve en effet que le raport du diametre de la colonne pris à ſa baſe à cauſe de la diminution qui eſt arbitraire, étant comparé à ſa hauteur, peut être naturellement expliqué dans cette progreſſion ſimple, pour tous les Ordres $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$, & celui de l'entablement à la hauteur de la colonne $\frac{2}{8}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{10}$ conformément aux meilleurs monumens de l'Antique, & au goût des plus judicieux Architectes; ce que l'on peut réduire en table, comme ci-deſſous.

		Dorique.	*Ionique.*	*Corinthien.*
Raport du diametre de la colonne à la hauteur de	la colonne	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
	tout l'ordre	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$
Raport de l'entablement à la colonne		$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{10}$
Exemples tirez de l'Antique		*Théatre de Marcellus.*	*Fortune virile.*	*Septizone de Sever*

Où l'on voit que la hauteur de tout l'Ordre ſans piédeſtaux n'eſt que l'addition des dénominateurs & des numerateurs du raport de l'entablement à la colonne.

Quant aux ſubdiviſions du diametre, on peut les rendre exactement propres à meſurer quelques profils déterminez, mais il ſeroit difficile d'en faire d'égales, qui puiſſent convenir à tous les profils ſans fractions, à moins que d'en multiplier infiniment le nombre ; car la diviſion en

60 parties que ce celebre Chambray a ſuivi ſur l'exemple de Palladio & de Scamozzi pour tous les ordres, n'a pû ſuffire pour trouver des raports rationnaux de tous les membres des morceaux antiques qu'il a meſuré ; il y en a ſi peu qu'il eſt ſouvent obligé de doubler, tripler & même quadrupler cette diviſion, parce qu'il faut quelquefois trouver des quarts de 60e ; de ſorte qu'au lieu de 60 parties, il faut diviſer le diametre en 240, preuve évidente, que les anciens Architectes, que quelques écrivains ont voulu faire paſſer pour des Sçavans, qui ont attrapé l'Art de combiner les grandeurs des membres d'Architectures, pour y trouver un raport agréable à la vûë, n'avoient d'autres meſures que celles de leur goût particulier ; car je ſuis ſûr que ſi l'on en venoit à une plus grande préciſion, on trouveroit que ces parties que l'on a cru aliquotes, ne le ſont point, quoiqu'on ait diviſé le diametre de la colonne en 240 parties.

Ils faiſoient aparemment de leur tems ce que font encore aujourd'hui les bons Architectes, ils expoſent des profils & ſouvent des modeles en relief de grandeur naturelle, dans une ſituation ſemblable à celle qu'on doit donner à l'ouvrage en exécution, pour la hauteur & l'éloignement d'où ils doivent être aperçus, & alors ils diminuent ou groſſiſſent les parties ſuivant le bon ou mauvais effet qu'ils croyent y remarquer.

Rien ne prouve mieux le défaut de regle conſtante chez les Anciens, que leurs variations dans le raport des baſes des colonnes à leur hauteur dans chaque ordre, & particulierement dans le Dorique, puiſqu'ils ont commencé, ſuivant le témoignage de Vitruve, par l'établir d'un à ſix ; enſuite ils l'ont élevé au ſeptiéme, comme au Théatre de Marcellus, quelquefois au ſeptiéme & demi, comme au Temple d'Albano, & enfin ils l'ont pouſſé juſqu'au huitiéme, comme aux Thermes de Diocletien, c'eſt-à-dire qu'ils ont tatonné juſqu'à ce qu'ils ayent vû qu'elle étoit aſſez exhauſſée pour un ordre ſolide.

Il en a été aparemment de même des entablemens, ils n'ont pas toujours donné un quart de la hauteur de la colonne avec une exactitude ſcrupuleuſe, puiſque au Temple auprès d'Albano, ce raport eſt de 45 à 11, qui eſt incommenſurable.

Ce que nous diſons des meſures indéciſes dans l'Ordre Dorique, s'aplique auſſi à l'Ionique & au Corinthien, comme il eſt aiſé de le prouver par les monumens de l'Antique, qui nous ſervent de modeles pour les proportions de ces Ordres.

On peut cependant tenir pour les proportions les plus parfaites,

celles que nous avons donné à la table précedente, qui sont les plus concordantes à la belle antiquité & à la raison, puisque les connoisseurs conviennent que la hauteur de l'entablement Ionique est une moyenne proportionnelle entre le quart de Dorique & le cinquiéme du Corinthien, c'est-à-dire de $\frac{2}{9}$ de la hauteur de la colonne, comme il est aux Thermes de Diocletien, & au Temple de la Fortune virile.

On ne trouve guére moins de varieté dans les proportions de la colonne Corinthienne, que dans le Dorique, puisque Vitruve lui donne la même hauteur qu'à l'Ionique, qui est de 9 diametres de son fust à la base, quoique la plûpart des monumens antiques l'ayent déterminé environ au décuple de ce diametre; cependant ce raport n'y est point encore exactement suivi, cela signifie que suivant la convenance & le goût de l'Architecte, ou la plus ou moins grande élevation, on peut augmenter ou diminuer la proportion de la colonne, & son raport à l'entablement; quoique nous ayons opiné avec quelques bons Architectes pour le cinquiéme, nous ne prétendons pas qu'on ne puisse y ajoûter un peu de hauteur, mais non pas jusqu'au quart, car alors on écrase cet Ordre qui doit avoir un air de legereté. Scamozzi y trouve non seulement un air de pésanteur, mais un ridicule dont il se moque, lorsque parlant des entablemens de Vignole & de Sansovino, il dit qu'ils ressemblent à des chapeaux à la Valonne, *Payono capelli a la Valona.*

Apres avoir donné quelques bornes aux proportions essentielles à la belle ordonnance caracteristique de chaque Ordre pour leurs colonnes & leurs entablemens, on pourroit descendre aux sous-divisions de leurs parties. On convient assez du raport que doivent avoir les bases & les chapiteaux à la hauteur de la colonne, les bases se font de la hauteur du Module, qui est le demi diametre de la colonne; les chapiteaux des deux premiers Ordres sont de même dimention, mais celui du Corinthien a le double.

De même l'entablement est divisé, à peu de chose près, dans tous les Ordres en trois parties égales, dont l'Architrave en occupe une, la Phrise une autre & la Corniche la troisiéme. Nous laisserons aux Architectes la discussion de la différence qu'ils y veulent mettre, nous en dirons notre avis pour chaque Ordre.

On a pû remarquer que nous suposons toujours les Ordres sans piédestaux, parce que nous ne comptons pas cette partie comme integrante, nous croyons même qu'on ne doit en tolerer l'usage que dans certaines circonstances, & lorsqu'ils sont de suite sans interruption.

Des Piédestaux.

Les piédestaux, suivant l'étimologie du mot tiré du Grec, sont les *pieds des colomnes* inventez pour les exhausser sur un rez-de-chaussée plus élevé que celui du terrein sur lequel les colonades étoient établies, comme aux portiques des anciens Temples, où l'on montoit par de grands perrons; de sorte que ce n'étoit proprement qu'un soubassement que Vitruve apelle *Stilobate*.

L'Usage de les couper en *Dez isolez* est aparemment venu de ce que dans les soubassemens de quelques Antiques on les voit faire des ressauts en saillie sous chaque colonne, comme au théatre de Marcellus, au Colisé, autour de la cour du temple de Jupiter Stator, & au temple de Vesta à Nîmes, dessinez par Palladio; mais on n'y voyoit pas de ces piédestaux isolez, tels que les font nos Architectes modernes; le seul temple de Scisi en fournit un exemple, dont Palladio qui en a fait la description, fut surprit, parce qu'il avoit remarqué dans tous les temples antiques que les colonnes s'élevoient toujours depuis le pavé sans autre exhaussement que celui de leurs Plinthes, ce qu'il trouvoit plus à son goût, tant parce que les piédestaux ne font *qu'embarrasser le passage*, que parce que suivant le goût de Vitruve, les hautes colonnes ont un air de grandeur & de magnificence * que n'ont point celles qui sont montées sur des piédestaux comme sur des échasses, qui les racourcissent & les diminuent considerablement.

* *Ipsa vero columna in altitudine perpetua sub trabe testudinis perducta & magnificentiam impensæ & autoritatem operi adaugere videntur.* Vitr. liv. 5 ch. 1.

Si ancho perche le colone le quali da terra cominciano rendono maggior grandezza & magnificenza *Pal.* l. 4. ch. 5.

Le second inconvenient de ces piédestaux est que les cornes de leurs corniches s'écornent ordinairement si elles ne sont au dessus de la portée de la main, & que dans les dehors elles causent un réjaillissement de la pluye, qui est préjudiciable à la durée des bases des colonnes, ce que Palladio & Scamozzi ont voulu corriger par un talud, qui confond le plinthe de la colonne avec la corniche du piédestal, d'où l'on peut conclure contre cet abus de l'Architecture moderne; c'est ainsi qu'on peut le regarder, puisqu'il n'est pas fait mention de piédestaux isolez chez Vitruve; le fameux Chambray les a sans doute regardé de même, car il n'en a point fait le parallele comme des autres parties d'Architecture; ce qu'on en trouve dans la seconde édition n'est pas de lui.

Si cependant on exige de moi que je dise ce que je pense de leur proportion, j'adopterai celles de Palladio, & rejetterai totalement celles de Vignole, qui leur donne toujours pour hauteur le tiers de la colonne qu'ils portent.

La plûpart des soubassemens antiques n'en avoient que le quart, au raport de Palladio qui en avoit mesuré un grand nombre ; mais ce grand Architecte, entrainé par le goût de son siecle, nous propose dans ses desseins des piédestaux isolez & adossez contre des piédroits, tels que Vignole en produisoit de son tems, quoique dans les desseins qu'il a exécuté, il leur ait toujours donné une suite, soit en les liant par des continuations de leurs corniches sur des Balustrades, ou en formant des *Stilobates* à la maniere des Anciens. Il faut avoüer que l'on ne peut regarder sans mépris ces piédestaux adossez à des piédroits; quelle suite ? quel accord peut-on trouver dans cette ordonnance? n'est-ce pas un placage sans correspondance ? on voit ordinairement au dessous de leur corniche une autre espece de soubassement, qui est le socle & la base de l'*Alette* ou piédroit de l'arcade ; de sorte qu'on voit au même endroit un amas de bases inégales & de différends niveaux. On blamera peut-être ma hardiesse à trouver du ridicule dans les ouvrages des grands Architectes ; mais les exemples de l'Antique, les inconveniens d'incommodité & de durée, & une aparence de grandeur & de solidité, doivent prévaloir sur l'aveugle déference qu'on a pour les ouvrages de ceux qu'on considere comme les maîtres de l'art. En effet combien ne s'est-il pas glissé d'abus touchant les piédestaux?

Le premier a été d'en entasser plusieurs les uns sur les autres immédiatement ou sur de hauts socles, dont un troisiéme enfin porte le Plinthe de la colonne, comme on voit aux magnifiques Autels de St. Ignace, & de Louis de Gonzague à Rome au College Romain.

Le second abus est de faire des piédestaux cylindriques, comme on en voit au Palais Farneze, & dans les desseins du fameux Frere Pozzo, qui les accompagne d'une saillie d'entablement du même contours.

Le troisiéme pire que les précedens, est de les faire en consoles, sur lesquelles les colonnes portent à faux, j'en ai vû de grosses ainsi soûtenuës, dont la charge avoit fait pancher & afaisser le piédestal en devant, malgré les précautions qu'on avoit pris pour l'empêcher; cette idée est repetée dans plus de dix planches des desseins de Pozzo.

Des Bases.

La nature nous fournit des modeles de bases élargies dans la plûpart des corps qu'elle destine à être posez verticalement, & la Méchanique nous en montre la nécessité pour les mettre en état de faire une résistance capable de contrebalancer les efforts des vents qui pourroient les renverser ; cependant nous voyons dans les monumens de

l'Architecture antique, qu'on ne mettoit point de base sous les colonnes de l'Ordre Dorique, on les faisoit poser a cru sur le pavé, quoique celles des autres Ordres en eussent d'affectées ; cette disposition qui a paru sans raison & assez mal fondée, n'a été aprouvée ni suivie d'aucun des Architectes modernes, & pour ne pas paroitre abandonner cette Architecture qu'ils ont pris pour modele, ils y ont cherché quelques exemples de bases, ils en ont trouvé au colisée, & à un temple qui étoit auprès de St. Adrien ; mais comme celle du colisée est trop bizarre, la plûpart l'ont désaprouvée, & ont conclu qu'il falloit donner au Dorique la base attique qui avoit été employée dans tous les ordres presqu'indifféremment. Vignole qui n'a pas été de cet avis, a voulu en faire un à sa fantaisie, qu'il a pris de la partie supérieure de certaines bases Corinthiennes, comme de celle de la Maison quarrée de Nîmes, ou du temple de Jupiter Stator ; pour moi j'aimerois mieux la simple base Toscane sans l'addition d'une baguette posée immédiatement au dessus du Tore, laquelle est une désagréable répetition de la même moulure, où il n'y a d'autre varieté que celle de la grosseur.

S'il faut des autoritez tirées de l'Antique pour apuyer mon avis, je n'ai qu'à citer la colonne Trajane, qui est constamment de l'ordre Dorique, puisqu'elle en a les proportions exactement, ayant pour hauteur huit fois le diametre de sa base ; ceux qui la mette au rang de leur ordre Toscan, prennent pour pretexte cette base même qui n'est pas un caractere d'ordre, car il est fixé dans le raport du diametre de la base à sa hauteur ; si l'on est pas content de cette autorité d'Antique, j'en puis trouver de plus anciennes dans les ruines de Persepolis, qui selon mon induction de ce que Chardin * nous en dit, sont plus anciennes de près de 800 ans que l'ordre Dorique même, qui a bien pû en tirer son origine ; car il est assez probable par le commerce établi entre les Grecs & les Perses, que les colonnes de ces ruines ont servi de modele à celles de cet ordre, puisque leurs canelures sont à vive-arête comme celles des monumens Doriques.

Or suivant les desseins que nous en donne Chardin, qui les avoit fait tracer sur les lieux par un dessinateur de profession qu'il avoit mené avec lui, le profil des bases de la plûpart de ces colonnes qui subsistent encore dans leur entier, est précisement celui des Toscanes, donc cette base est originairement celle de l'ordre Dorique, dans lequel les

* Chardin prétend que le Temple de Persepolis apellé aujourd'hui *Tchelminar* (40 Colonnes) a été bâti 450 ans avant Moyse, qui vivoit 1571 ans avant Jesus-Christ, ce qui fait 2021 ans avant Jesus-Christ, l'Achaïe n'est connuë que 1350 auparavant, ainsi ces colonnes sont plus anciennes que l'ordre Dorique de 771 ans.

Architectes Grecs l'ont mutilé de son tore, n'y laissant que le reglet avec le congé, & quelquefois totalement suprimée par un caprice désagréable, dont on ne peut deviner la raison.

Quant à la base de la colonne Ionique, le même Architecte nous donne encore un fort mauvais modele de l'aveu de tous les connoisseurs, il est vrai qu'il l'a prise de Vitruve comme d'un bon Maître, mais les égards dûs à ce premier Auteur des regles d'Architecture n'ont antrainé ni Palladio ni Scamozzi, parce qu'on n'en trouve aucun exemple dans l'Antique, & que l'ordonnance en paroit contraire au bon sens, en ce qu'une base doit avoir un membre solide posé sur le Plinthe, puisque c'est un apui qui en est supposé détaché, & non pas continu au Plinthe comme le Cavet de cette base. Nous ne craignons point de nous déclarer contre Vitruve dans cette disposition, parce que nous avons d'autres preuves de son mauvais goût en fait de base, tel est le Plinthe rond qu'il met sous sa base Toscane, idée dont on ne voit point d'exécution dans l'Antiquité Romaine, mais seulement dans l'Architecture Gothique, où les Plinthes sont tantôt ronds tantôt à pan, & presque jamais quarrez.

La base de la colonne Ionique dans les meilleurs monumens de l'Antique, & celle que les plus judicieux des Architectes modernes lui donnent, est celle qu'on apelle Attique, qui consiste en deux Tores séparez par un Cavet, lesquels compris le Plinthe, font ensemble la hauteur d'un demi diametre de la colonne sous une autre espece de petite base qui est un congé, & son anneau posé sur le second tore.

La même base Attique augmentée entre les deux tores d'une Astragale, & d'un second Cavet avec deux reglets, devient la base Corinthienne sans augmenter la base totale d'un module ; de sorte que le nombre des moulures étant augmenté dans un même intervale, la hauteur & la saillie de chacune en particulier sont diminuées, ainsi un Plinthe & un Tore à la base Dorique, doivent être beaucoup plus gros & plus haut que le Plinthe & le Tore du Corinthien, puisque dans ce premier ordre ils font la valeur d'un demi diametre en hauteur, & qu'au second ils n'en font qu'environ la moitié.

Dans plusieurs Antiques on voit l'Astragale entre les deux Cavets doublée & contiguë, comme au Corinthien du Pantheon ; mais l'exemple des Thermes de Diocletien, où elle est simple, paroit plus beau aux yeux des connoisseurs, qui trouvent avec raison du chetif dans la répetition ; cependant c'est celle qui est la plus généralement adoptée par nos Architectes modernes. Vignole pour varier son ordre composite en a fait la base à simple Astragale, quoique dans l'arc de Titus qu'on

qu'on a pris pour modele de cet ordre prétendu, elle soit double comme la Corinthiene. Si cet Architecte avoit raisonné, il auroit dû au contraire prendre la simple pour son Corinthien, & la double pour son composite; puisqu'il veut que ce dernier rencherisse sur le premier.

Je n'entre pas dans la minutie du plus ou du moins de grosseur de chacun des membres des bases, il suffit d'en avoir vû, & d'avoir un peu de goût pour en sçavoir faire le profil.

On voit par le détail de toutes les bases usitées, quel raport elles peuvent avoir avec la chaussure humaine, dont on veut qu'elles tirent leur origine: Scamozzi, qui en a senti le ridicule, veut la tirer du mot latin *Torus*, qui signifie un lit, prétend qu'elles représentent des matelats, ou lits de plumes *Picemacetti*, comme si on s'étoit avisé dans les premiers tems d'asseoir mollement des bois posez de bout. Il ne sçavoit pas que *Toros* en grec, signifie un tour à tourner en rond; d'où vient la véritable origine de *Tore*; puisqu'on fait au tour, autant qu'on le peut, les bases, qui ne sont pas trop grosses pour y être appliquées; mais le mot de *Spira* décide la question, comme nous l'avons dit ailleurs.

Des Fusts des Colonnes.

Les plus anciennes Colonnes de pierres, à ce que croit Scamozzi, qui en a cherché l'origine, sont celles du Labyrinte d'Egypte, qui n'avoient ni bases, ni chapiteaux, de sorte que ce n'étoit; suivant le langage des Architectes, qu'un *Fust fustis*, un bâton.

La plûpart des Colonnes antiques diminuoient de grosseur dès le pied, à l'imitation des arbres qui sont plus épais par le bas que par le haut, c'est à dire, qu'elles étoient des cônes tronquez. Ensuite on s'est avisé de les faire Cylindriques, jusqu'au tiers de leur hauteur, d'où on a commencé une diminution du quart ou du sixiéme de son demi diametre suivant une ligne courbe, que plusieurs Architectes ont cherché à rendre réguliere par des transpositions de differentes ordonnées du cercle apliquées à son axe, & répanduës suivant certaines divisions le long des deux tiers de la colonne, qu'ils diminuent, ce qui la rend bisarrement partie Cylindrique & partie Conoïde. Pour moi je me déclare partisan de cette diminution prise dès le bas, qui fait la colonne toute en conoïde tronqué, dont la ligne droite, tirée de la base, au sommet de la colonne, est la Corde d'un arc de section conique ou de Conchoïde.

Vignole sans être Géometre, a trouvé une courbe, que Blondel a reconnu pour être la Conchoïde de Nicomede, sur quoi il a donné une

autre maniere pour y appliquer les courbes des Sections Coniques, & rendre le Contour de cette diminution, portion d'Ellipse de Parabole ou d'Hyperbole, il n'y a qu'à choisir; & parce que cette Courbure se peut continuer agréablement audessous du tiers, c'est-à-dire, prendre naissance dès la base, on a diminué la colonne du tiers en bas & du tiers en haut, ce qui fait au tiers une grosseur qu'on appelle *Renflement*. Plusieurs Gens de bon goût l'ont désaprouvé; parce qu'ils ne le trouvent pas naturel; je pensois de même avant que d'avoir vû ces grands arbres de l'Amerique, qu'on appelle *Palmistes*; mais ils m'ont fait voir un modele si parfait des Colonnes renflées, qu'ils me l'ont rendu tolerable, pourvû qu'il soit peu sensible. En effet ils sont dans toute leur hauteur sans branches, & sans nœuds, aussi ronds dans leur contour & unis à leur surface, que le peuvent être des Colonnes faites au tour; & ce qui est remarquable, ils sont tous renflez à commencer insensiblement dès le bas jusques vers le tiers & la moitié, & rediminuent de même, jusqu'au sommet où est le bouquet de palmes, qui les termine très-régulierement par un arangement merveilleux. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir recours à la pitoyable raison de quelques Architectes, qui pour autoriser cette innovation dans l'Architecture en vont chercher un exemple dans le corps de l'homme, qu'ils croient plus large vers les hanches qu'ailleurs, ce qui n'est pas exactement vrai, si l'on fait attention aux épaules; mais quelle analogie y a-t-il de la figure d'un arbre à celle d'un homme? le bon sens est choqué de la substitution qu'on a voulu faire des figures humaines aux Colonnes, comme dans ce qu'on appelle *l'Ordre Persique* & des *Cariatides*, où des hommes & des femmes servent de suports à des entablemens; l'homme n'est pas fait pour suporter un fardeau immuable; quoique Vitruve ait attribué cette faute de bon sens aux Anciens, il semble par quelques monumens, comme celui du Palais Farnese, que ces Esclaves ne servoient pas de suports aux Chapiteaux ni aux Architraves, mais qu'on les avoit enchaînez en Trophée dans des angles, à la place où doivent être des Colonnes; qu'au reste ils n'en faisoient pas les fonctions; puisque l'entablement portoit sur un massif de maçonnerie; quoiqu'il en soit, il n'est permis qu'à des Dessinateurs de Tabernacles & de Retables, ou à des Architectes ignorans d'y employer des anges ou d'autres figures humaines, ou à des Sculpteurs d'ornemens chimériques propres à des jambages de cheminées, de renouveller l'absurdité des ordres Persiques & des Cariatides ou des Thermes; car quand même * l'exécution en seroit aussi belle que celle de la Tribune de la Sale des Suisses du vieux Louvre à Paris, l'aplication qu'on en fait à une ordonnance d'Architecture, considerée comme un corps de bâtiment, n'en est pas moins un témoignage du défaut de jugement de ceux qui ont inventé & de ceux qui ont imité ce genre de suport, si disproportioné à sa charge.

* *Nec si facta sunt eleganter ab arte, ideo de his statim debent repente judicari nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.* Vitr. l. 7. c. 5.

Cette invention de l'ordre des Cariatides a donné occasion à une imagination de colonnes courbes, coudées depuis le tiers en bas, à peu près comme le profil d'un homme assis, laquelle me paroît si extravagante, qu'elle ne mériteroit pas d'être réfutée, si elle n'avoit été proposée par un Auteur, qui s'est rendu fameux en Italie & en Allemagne; c'est le Frere Pozzo, Jesuite, connu par plusieurs morceaux d'Architecture effective, & par d'autres de Peinture en perspective, & enfin par le livre in-folio qu'il a publié sur cette matiere, premierement à Rome, & qui a été ensuite traduit & gravé à Augsbourg en 1719. ce qui l'a répandu entre les mains de la plûpart des Architectes, Peintres & Sculpteurs, parmi lesquels il s'en est trouvé, qui ont mis en œuvre cette bisarre idée, à laquelle ils ont déja fait passer les monts; car j'ai vû deux pilastres dans ce goût, executez en beau marbre sur l'Autel des Barnabites de Thonon en Chablais.

Rien n'est plus contraire à la fin pour laquelle on doit faire des colonnes, que de les courber de façon qu'elles soient obligées d'être soutenuës elles-mêmes; puisqu'elles ne sont faites que pour porter un Entablement; le Frere Pozzo. qui a bien senti cette absurdité, ne veut employer ses Colonnes assises (c'est ainsi qu'il les apelle) qu'à l'apui des pilastres à plomb, *quòd pilis conjunctæ sint*, c'est-à-dire, qu'il les donne en place de consoles renversées; mais il s'en faut bien qu'elles en ayent la grace & la beauté. Les consoles renversées sont des massifs, où la volute ne sert que de terminaison, & celui qu'il faut mettre sous les colonnes assises n'y est point naturel, & ne peut sauver le *porte-à-faux* qu'en l'avançant à plomb autant que le dessus de la colonne, auquel cas il ne sert qu'à faire mieux apercevoir le ridicule de la courbure. * C'est trop s'arrêter à réfuter une méprisable nouveauté: comme l'inventeur exige qu'on fasse si bien qu'elle ne choque pas la vûë, je pense qu'il n'y a point de plus sûr moyen que de ne point présenter aux yeux des gens sensées des colonnes *Assises*.

Quelques Architectes amateurs des fatras de sculpture ont voulu orner les fusts des colonnes, qui ne sont guères susceptibles d'ornemens. Les Anciens les faisoient ordinairement unis, souvent aussi Canetez, ce qui est agréable à la vûë, aparemment, parce que c'est une imitation de la gersure de certains arbres, dont l'écorce est comme fenduë de haut en bas; mais parce qu'il y en a de gersez en écailles & d'autres en vis, ils ont imité quelquefois & l'un & l'autre, comme on voit

* *Jam verò peto* [*dit Pozzo, Partie 2. Fig. 75. & 76.*] *cur adeò necesse sit ipsas stantes ponere, nec possint satis superque fingi suo munere etiam sedentes, quod si in hoc nihil indecorum est, non video quid absurdi sit in faciendis columnis flexis, atque, ut ita dicam, sedentibus; aio tamen, licèt earum aspectu oculus minimè offendatur, sintque ferendo ponderi, eo quod, pilis conjunctæ sint; non tamen abutendum esse in alias res transferendo.*

autre maniere pour y appliquer les courbes des Sections Coniques, & rendre le Contour de cette diminution, portion d'Ellipse de Parabole ou d'Hyperbole, il n'y a qu'à choisir; & parce que cette Courbure se peut continuer agréablement audessous du tiers, c'est-à-dire, prendre naissance dès la base, on a diminué la colonne du tiers en bas & du tiers en haut, ce qui fait au tiers une grosseur qu'on appelle *Renflement*. Plusieurs Gens de bon goût l'ont désaprouvé; parce qu'ils ne le trouvent pas naturel; je pensois de même avant que d'avoir vû ces grands arbres de l'Amerique, qu'on appelle *Palmistes*; mais ils m'ont fait voir un modele si parfait des Colonnes renflées, qu'ils me l'ont rendu tolerable, pourvû qu'il soit peu sensible. En effet ils sont dans toute leur hauteur sans branches, & sans nœuds, aussi ronds dans leur contour & unis à leur surface, que le peuvent être des Colonnes faites au tour; & ce qui est remarquable, ils sont tous renflez à commencer insensiblement dès le bas jusques vers le tiers & la moitié, & rediminuent de même, jusqu'au sommet où est le bouquet de palmes, qui les termine très-régulierement par un arangement merveilleux. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir recours à la pitoyable raison de quelques Architectes, qui pour autoriser cette innovation dans l'Architecture en vont chercher un exemple dans le corps de l'homme, qu'ils croient plus large vers les hanches qu'ailleurs, ce qui n'est pas exactement vrai, si l'on fait attention aux épaules; mais quelle analogie y a-t-il de la figure d'un arbre à celle d'un homme? le bon sens est choqué de la substitution qu'on a voulu faire des figures humaines aux Colonnes, comme dans ce qu'on appelle *l'Ordre Persique* & des *Cariatides*, où des hommes & des femmes servent de suports à des entablemens; l'homme n'est pas fait pour suporter un fardeau immuable; quoique Vitruve ait attribué cette faute de bon sens aux Anciens, il semble par quelques monumens, comme celui du Palais Farnese, que ces Esclaves ne servoient pas de suports aux Chapiteaux ni aux Architraves, mais qu'on les avoit enchaînez en Trophée dans des angles, à la place où doivent être des Colonnes; qu'au reste ils n'en faisoient pas les fonctions; puisque l'entablement portoit sur un massif de maçonnerie; quoiqu'il en soit, il n'est permis qu'à des Dessinateurs de Tabernacles & de Retables, ou à des Architectes ignorans d'y employer des anges ou d'autres figures humaines, ou à des Sculpteurs d'ornemens chimériques propres à des jambages de cheminées, de renouveller l'absurdité des ordres Persiques & des Cariatides ou des Thermes; car quand même * l'exécution en seroit aussi belle que celle de la Tribune de la Sale des Suisses du vieux Louvre à Paris, l'aplication qu'on en fait à une ordonnance d'Architecture, considerée comme un corps de bâtiment, n'en est pas moins un témoignage du défaut de jugement de ceux qui ont inventé & de ceux qui ont imité ce genre de suport, si disproportioné à sa charge.

* *Nec si facta sunt elegantes ab arte, ideo de his statim debent repente judicari nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.* Vitr. l. 7. c. 5.

Cette invention de l'ordre des Cariatides a donné occasion à une imagination de colonnes courbes, coudées depuis le tiers en bas, à peu près comme le profil d'un homme assis, laquelle me paroît si extravagante, qu'elle ne mériteroit pas d'être réfutée, si elle n'avoit été proposée par un Auteur, qui s'est rendu fameux en Italie & en Allemagne; c'est le Frere Pozzo, Jesuite, connu par plusieurs morceaux d'Architecture effective, & par d'autres de Peinture en perspective, & enfin par le livre in-folio qu'il a publié sur cette matiere, premierement à Rome, & qui a été ensuite traduit & gravé à Augsbourg en 1719. ce qui l'a répandu entre les mains de la plûpart des Architectes, Peintres & Sculpteurs, parmi lesquels il s'en est trouvé, qui ont mis en œuvre cette bisarre idée, à laquelle ils ont déja fait passer les monts; car j'ai vû deux pilastres dans ce goût, executez en beau marbre sur l'Autel des Barnabites de Thonon en Chablais.

Rien n'est plus contraire à la fin pour laquelle on doit faire des colonnes, que de les courber de façon qu'elles soient obligées d'être soutenuës elles-mêmes; puisqu'elles ne sont faites que pour porter un Entablement; le Frere Pozzo. qui a bien senti cette absurdité, ne veut employer ses Colonnes assises (c'est ainsi qu'il les apelle) qu'à l'apui des pilastres à plomb, *quòd pilis conjunctæ sint*, c'est-à-dire, qu'il les donne en place de consoles renversées; mais il s'en faut bien qu'elles en ayent la grace & la beauté. Les consoles renversées sont des massifs, où la volute ne sert que de terminaison, & celui qu'il faut mettre sous les colonnes assises n'y est point naturel, & ne peut sauver le *porte-à-faux* qu'en l'avançant à plomb autant que le dessus de la colonne, auquel cas il ne sert qu'à faire mieux apercevoir le ridicule de la courbure. * C'est trop s'arrêter à réfuter une méprisable nouveauté: comme l'inventeur exige qu'on fasse si bien qu'elle ne choque pas la vûë, je pense qu'il n'y a point de plus sûr moyen que de ne point présenter aux yeux des gens sensées des colonnes *Assises*.

Quelques Architectes amateurs des fatras de sculpture ont voulu orner les fusts des colonnes, qui ne sont guères susceptibles d'ornemens. Les Anciens les faisoient ordinairement unis, souvent aussi Canetez, ce qui est agréable à la vûë, aparemment, parce que c'est une imitation de la gersure de certains arbres, dont l'écorce est comme fenduë de haut en bas; mais parce qu'il y en a de gersez en écailles & d'autres en vis, ils ont imité quelquefois & l'un & l'autre, comme on voit

* *Jam verò peto [dit Pozzo, Partie 2. Fig. 75. & 76.] cur adeò necesse sit ipsas stantes ponere, nec possint satis superque fingi suo munere etiam sedentes, quod si in hoc nihil indecorum est, non video quid absurdi sit in faciendis columnis flexis, atque, ut ita dicam, sedentibus; aio tamen, licèt earum aspectu oculus minimè offendatur, sintque ferendo ponderi, eo quod, pilis conjunctæ sint; non tamen abutendum esse in alias res transferendo.*

autre maniere pour y appliquer les courbes des Sections Coniques, & rendre le Contour de cette diminution, portion d'Ellipse de Parabole ou d'Hyperbole, il n'y a qu'à choisir ; & parce que cette Courbure se peut continuer agréablement audessous du tiers, c'est-à-dire, prendre naissance dès la base, on a diminué la colonne du tiers en bas & du tiers en haut, ce qui fait au tiers une grosseur qu'on appelle *Renflement.* Plusieurs Gens de bon goût l'ont désaprouvé ; parce qu'ils ne le trouvent pas naturel ; je pensois de même avant que d'avoir vû ces grands arbres de l'Amerique, qu'on appelle *Palmistes* ; mais ils m'ont fait voir un modele si parfait des Colonnes renflées, qu'ils me l'ont rendu tolerable, pourvû qu'il soit peu sensible. En effet ils sont dans toute leur hauteur sans branches, & sans nœuds, aussi ronds dans leur contour & unis à leur surface, que le peuvent être des Colonnes faites au tour ; & ce qui est remarquable, ils sont tous renflez à commencer insensiblement dès le bas jusques vers le tiers & la moitié, & rediminuent de même, jusqu'au sommet où est le bouquet de palmes, qui les termine très-régulierement par un arrangement merveilleux. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir recours à la pitoyable raison de quelques Architectes, qui pour autoriser cette innovation dans l'Architecture en vont chercher un exemple dans le corps de l'homme, qu'ils croient plus large vers les hanches qu'ailleurs, ce qui n'est pas exactement vrai, si l'on fait attention aux épaules ; mais quelle analogie y a-t-il de la figure d'un arbre à celle d'un homme ? le bon sens est choqué de la substitution qu'on a voulu faire des figures humaines aux Colonnes, comme dans ce qu'on appelle *l'Ordre Persique* & des *Cariatides*, où des hommes & des femmes servent de suports à des entablemens ; l'homme n'est pas fait pour suporter un fardeau immuable ; quoique Vitruve ait attribué cette faute de bon sens aux Anciens, il semble par quelques monumens, comme celui du Palais Farnese, que ces Esclaves ne servoient pas de suports aux Chapiteaux ni aux Architraves, mais qu'on les avoit enchaînez en Trophée dans des angles, à la place où doivent être des Colonnes ; qu'au reste ils n'en faisoient pas les fonctions ; puisque l'entablement portoit sur un massif de maçonnerie ; quoiqu'il en soit, il n'est permis qu'à des Dessinateurs de Tabernacles & de Retables, ou à des Architectes ignorans d'y employer des anges ou d'autres figures humaines, ou à des Sculpteurs d'ornemens chimériques propres à des jambages de cheminées, de renouveller l'absurdité des ordres Persiques & des Cariatides ou des Thermes ; car quand même * l'exécution en seroit aussi belle que celle de la Tribune de la Sale des Suisses du vieux Louvre à Paris, l'aplication qu'on en fait à une ordonnance d'Architecture, considerée comme un corps de bâtiment, n'en est pas moins un témoignage du défaut de jugement de ceux qui ont inventé & de ceux qui ont imité ce genre de suport, si disproportioné à sa charge.

* *Nec si facta sunt elegantes ab arte, ideo de his statim debent repente judicari nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.* Vitr. l. 7. c. 5.

CETTE invention de l'ordre des Cariatides a donné occasion à une imagination de colonnes courbes, coudées depuis le tiers en bas, à peu près comme le profil d'un homme assis, laquelle me paroît si extravagante, qu'elle ne mériteroit pas d'être réfutée, si elle n'avoit été proposée par un Auteur, qui s'est rendu fameux en Italie & en Allemagne; c'est le Frere Pozzo, Jesuite, connu par plusieurs morceaux d'Architecture effective, & par d'autres de Peinture en perspective, & enfin par le livre in-folio qu'il a publié sur cette matiere, premierement à Rome, & qui a été ensuite traduit & gravé à Augsbourg en 1719. ce qui l'a répandu entre les mains de la plûpart des Architectes, Peintres & Sculpteurs, parmi lesquels il s'en est trouvé, qui ont mis en œuvre cette bisarre idée, à laquelle ils ont déja fait passer les monts; car j'ai vû deux pilastres dans ce goût, executez en beau marbre sur l'Autel des Barnabites de Thonon en Chablais.

RIEN n'est plus contraire à la fin pour laquelle on doit faire des colonnes, que de les courber de façon qu'elles soient obligées d'être soutenuës elles-mêmes; puisqu'elles ne sont faites que pour porter un Entablement; le Frere Pozzo. qui a bien senti cette absurdité, ne veut employer ses Colonnes assises (c'est ainsi qu'il les apelle) qu'à l'apui des pilastres à plomb, *quòd pilis conjunctæ sint*, c'est-à-dire, qu'il les donne en place de consoles renversées; mais il s'en faut bien qu'elles en ayent la grace & la beauté. Les consoles renversées sont des massifs, où la volute ne sert que de terminaison, & celui qu'il faut mettre sous les colonnes assises n'y est point naturel, & ne peut sauver le *porte-à-faux* qu'en l'avançant à plomb autant que le dessus de la colonne, auquel cas il ne sert qu'à faire mieux apercevoir le ridicule de la courbure. * C'est trop s'arrêter à réfuter une méprisable nouveauté: comme l'inventeur exige qu'on fasse si bien qu'elle ne choque pas la vûë, je pense qu'il n'y a point de plus sûr moyen que de ne point présenter aux yeux des gens sensées des colonnes *Assises*.

QUELQUES Architectes amateurs des fatras de sculpture ont voulu orner les fusts des colonnes, qui ne sont guères susceptibles d'ornemens. Les Anciens les faisoient ordinairement unis, souvent aussi Canetez, ce qui est agréable à la vûë, aparemment, parce que c'est une imitation de la gersure de certains arbres, dont l'écorce est comme fenduë de haut en bas; mais parce qu'il y en a de gersez en écailles & d'autres en vis, ils ont imité quelquefois & l'un & l'autre, comme on voit

* *Jam verò peto* [*dit Pozzo, Partie 2. Fig. 75. & 76.*] *cur adeò necesse sit ipsas stantes ponere, nec possint satis superque fingi suo munere etiam sedentes, quod si in hoc nihil indecorum est, non video quid absurdi sit in faciendis columnis flexis, atque, ut ita dicam, sedentibus; aio tamen, licèt earum aspectu oculus minimè offendatur, sintque ferendo ponderi, eo quod, pilis conjunctæ sint; non tamen abutendum esse in alias res transferendo.*

autre maniere pour y appliquer les courbes des Sections Coniques, & rendre le Contour de cette diminution, portion d'Ellipse de Parabole ou d'Hyperbole, il n'y a qu'à choisir; & parce que cette Courbure se peut continuer agréablement audessous du tiers, c'est-à-dire, prendre naissance dès la base, on a diminué la colonne du tiers en bas & du tiers en haut, ce qui fait au tiers une grosseur qu'on appelle *Renflement.* Plusieurs Gens de bon goût l'ont désaprouvé; parce qu'ils ne le trouvent pas naturel; je pensois de même avant que d'avoir vû ces grands arbres de l'Amerique, qu'on appelle *Palmistes*; mais ils m'ont fait voir un modele si parfait des Colonnes renflées, qu'ils me l'ont rendu tolerable, pourvû qu'il soit peu sensible. En effet ils sont dans toute leur hauteur sans branches, & sans nœuds, aussi ronds dans leur contour & unis à leur surface, que le peuvent être des Colonnes faites au tour; & ce qui est remarquable, ils sont tous renflez à commencer insensiblement dès le bas jusques vers le tiers & la moitié, & rediminuent de même, jusqu'au sommet où est le bouquet de palmes, qui les termine très-régulierement par un arrangement merveilleux. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir recours à la pitoyable raison de quelques Architectes, qui pour autoriser cette innovation dans l'Architecture en vont chercher un exemple dans le corps de l'homme, qu'ils croient plus large vers les hanches qu'ailleurs ce qui n'est pas exactement vrai, si l'on fait attention aux épaules; mais quelle analogie y a-t-il de la figure d'un arbre à celle d'un homme? le bon sens est choqué de la substitution qu'on a voulu faire des figures humaines aux Colonnes, comme dans ce qu'on appelle *l'Ordre Persique* & des *Cariatides*, où des hommes & des femmes servent de suports à des entablemens; l'homme n'est pas fait pour suporter un fardeau immuable; quoique Vitruve ait attribué cette faute de bon sens aux Anciens, il semble par quelques monumens, comme celui du Palais Farnese, que ces Esclaves ne servoient pas de suports aux Chapiteaux ni aux Architraves, mais qu'on les avoit enchaînez en Trophée dans des angles, à la place où doivent être des Colonnes; qu'au reste ils n'en faisoient pas les fonctions; puisque l'entablement portoit sur un massif de maçonnerie; quoiqu'il en soit, il n'est permis qu'à des Dessinateurs de Tabernacles & de Retables, ou à des Architectes ignorans d'y employer des anges ou d'autres figures humaines, ou à des Sculpteurs d'ornemens chimériques propres à des jambages de cheminées, de renouveller l'absurdité des ordres Persiques & des Cariatides ou des Thermes; car quand même * l'exécution en feroit aussi belle que celle de la Tribune de la Sale des Suisses du vieux Louvre à Paris, l'aplication qu'on en fait à une ordonnance d'Architecture, considerée comme un corps de bâtiment, n'en est pas moins un témoignage du défaut de jugement de ceux qui ont inventé & de ceux qui ont imité ce genre de suport, si disproportioné à sa charge.

* *Nec si facta sunt elegantes ab arte, ideo de his statim debent repente judicari nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.* Vitr. l. 7. c. 5.

Cette iuvention de l'ordre des Cariatides a donné occasion à une imagination de colonnes courbes, coudées depuis le tiers en bas, à peu près comme le profil d'un homme assis, laquelle me paroît si extravagante, qu'elle ne mériteroit pas d'être réfutée, si elle n'avoit été proposée par un Auteur, qui s'est rendu fameux en Italie & en Allemagne; c'est le Frere Pozzo, Jesuite, connu par plusieurs morceaux d'Architecture effective, & par d'autres de Peinture en perspective, & enfin par le livre in-folio qu'il a publié sur cette matiere, premierement à Rome, & qui a été ensuite traduit & gravé à Augsbourg en 1719. ce qui l'a répandu entre les mains de la plûpart des Architectes, Peintres & Sculpteurs, parmi lesquels il s'en est trouvé, qui ont mis en œuvre cette bisarre idée, à laquelle ils ont déja fait passer les monts; car j'ai vû deux pilastres dans ce goût, executez en beau marbre sur l'Autel des Barnabites de Thonon en Chablais.

Rien n'est plus contraire à la fin pour laquelle on doit faire des colonnes, que de les courber de façon qu'elles soient obligées d'être soutenuës elles-mêmes; puisqu'elles ne sont faites que pour porter un Entablement; le Frere Pozzo. qui a bien senti cette absurdité, ne veut employer ses Colonnes assises (c'est ainsi qu'il les apelle) qu'à l'apui des pilastres à plomb, *quòd pilis conjunctæ sint*, c'est-à-dire, qu'il les donne en place de consoles renversées; mais il s'en faut bien qu'elles en ayent la grace & la beauté. Les consoles renversées sont des massifs, où la volute ne sert que de terminaison, & celui qu'il faut mettre sous les colonnes assises n'y est point naturel, & ne peut sauver le *porte-à-faux* qu'en l'avançant à plomb autant que le dessus de la colonne, auquel cas il ne sert qu'à faire mieux apercevoir le ridicule de la courbure. * C'est trop s'arrêter à réfuter une méprisable nouveauté: comme l'inventeur exige qu'on fasse si bien qu'elle ne choque pas la vûë, je pense qu'il n'y a point de plus sûr moyen que de ne point présenter aux yeux des gens sensées des colonnes *Assises*.

Quelques Architectes amateurs des fatras de sculpture ont voulu orner les fusts des colonnes, qui ne sont guères susceptibles d'ornemens. Les Anciens les faisoient ordinairement unis, souvent aussi Canetez, ce qui est agréable à la vûë, aparemment, parce que c'est une imitation de la gersure de certains arbres, dont l'écorce est comme fenduë de haut en bas; mais parce qu'il y en a de gersez en écailles & d'autres en vis, ils ont imité quelquefois & l'un & l'autre, comme on voit

* *Jam verò peto [dit Pozzo, Partie 2. Fig. 75. & 76.] cur adeò necesse sit ipsas stantes ponere, nec possint satis superque fingi suo munere etiam sedentes, quod si in hoc nihil indecorum est, non video quid absurdi sit in faciendis columnis flexis, atque, ut ita dicam, sedentibus; aio tamen, licèt earum aspectu oculus minimè offendatur, sintque ferendo ponderi, eo quod, pilis conjunctæ sint; non tamen abutendum esse in alias res transferendo.*

au Temple près de Trevi, raporté par Palladio, les premieres en écailles sont les plus rares ; mais les secondes en vis ne le sont pas ; j'en ai vû à un morceau de colonne dans les ruines de la ville des Curiosolites, au Village de *Corseul* en Bretagne près de Dinan, de très-bien exécutées, qui avoient pour base celle qu'on apelle l'*Attique*.

* Ce genre de Canelures prouve, que les Architectes de ces tems ne pensoient point à l'imitation des plis des habits des femmes d'où Vitruve veut tirer l'origine de cet ornement.

On attribuë, avec quelque vrai-semblance, aux Canelures en vis, l'idée d'invention des colonnes torses, lesquelles, quoique décriées par les gens de bon goût, ont conservé des partisans, particulierement en Espagne, où elles ont fait fortune plus qu'ailleurs ; presque tous les Retables & les Tabernacles en sont décorez ; on a beau dire, que cette figure en Hélice, & si peu propre à suporter un fardeau que les plantes, qui sont ainsi tournées, comme les Convolvules d'Europe & les Cianes d'Amérique, ne peuvent se soutenir d'elles-mêmes ; qu'elles ne s'élevent qu'à la faveur des arbres, sur lesquels elles rampent, & que cette figure répugne à l'idée de solidité qu'on cherche dans un suport, la raison ne peut détruire la mode, il n'y a point de Superieur ou Superieure de Religieux, ni de Curé de Village, qui ne préfere une colonne torse à toute autre, pour composer un Retable ou un Tabernacle.

On voit dans les desseins du Frere Pozzo des colonnes mixtes, qui sont cylindriques jusqu'au tiers & torses au dessus ; j'ai remarqué que cette partie torse les faisoit paroître trop courtes.

L'autre espece d'ornement qu'on a imaginé pour les fusts des colonnes, est de les charger de bandes de sculpture saillantes, comme on en voit à S. Etienne du Mont à Paris, au Palais des Tuilleries & ailleurs, cette interruption des fusts leur donne un air massif, plus propre à une Forteresse ou à une Prison, qu'à décorer la face d'une Eglise ou d'un Palais de Prince. Il faut renvoyer ce genre d'invention aux décorations des Operas, comme au Palais de Pluton dans Alceste.

* On peut voir dans le premier Tome de l'Histoire de l'Académie des Inscriptions, un extrait du mémoire que j'envoyai en 1709. à Monsieur le Pelletier de Souzy, notre Directeur Général, touchant les restes de l'Ancienne Ville des Curiosolites, que je découvris au Village de Courseul, où il faut remarquer, que lorsque l'Historien dit, *Que M. le Pelletier y envoya un Ingenieur de S. Malo*, sans me nommer, il faut entendre que j'étois alors en résidence à S. Malo, & non pas natif de cette Ville. Il faut aussi remarquer, que lorsqu'il est dit au 4. Tome dans l'éloge de M. le Pelletier, que mon raport a été inseré *tel qu'il étoit*, il faut entendre, en Substance ; car il étoit plus étendu, & accompagné d'un Plan & des Figures.

Nous concluons donc que les Fusts des colonnes doivent être unis ou taillez d'un certain nombre de Canelures verticales, comme de 24. ou 30. les colonnes des ruines de Persepolis, dont j'ai parlé ci-devant, en ont 40. mais il y a encore du choix dans leur façon, la meilleure est en bottes, Vitruve & ses Sectateurs en veulent d'Angulaires aux Colonnes Doriques; quoique les vives arêtes, qui en résultent en diminuent la durée, & qu'elles soient peu conformes à la nature; en effet les Architectes prévoyans qu'ils ne pouvoient leur donner une force suffisante pour résister aux moindres chocs, ont imaginé de les remplir jusqu'au tiers de la hauteur de la colonne, par une façon de roseau qui en remplit le canal, & empêche les écornures des Canelures, ils les apellent *Rudenture* du Latin *Rudens*, qui signifie chez Plaute un Cable, ce qui n'a pas grand fondement dans la vrai-semblance; puisqu'un Cable ne peut avoir aucune fonction dans ces canaux; mais ce n'est pas le seul endroit où les origines sont mal prouvées.

Nous n'avons rien à dire des Fusts Cylindriques, ou des piliers sans diminution, non plus que des colonnes ovales par leur contour horisontal, ce sont choses hors d'usage ailleurs que dans l'Architecture Gotique.

Il nous reste à faire une remarque sur un mélange (assez ordinaire dans les édifices d'Italie) où l'on voit des colonnes & pilastres de differentes hauteurs s'élever du même niveau, particulierement dans ceux qui sont du dessein de Michel Ange Bonavota & du Cavalier Borromini, comme à St. Pierre au Capitole, S. Charles in Corso, &c. ce mélange selon moi a plusieurs mauvais effets. 1.° En ce que les entablemens des petits ordres ne peuvent être continuez sans couper ou pénetrer les colonnes du grand. 2.° Parce que l'oposition du grand & du petit fait que les grandes colonnes paroissent colossales, & les petites des fuseaux, l'exemple de Vitruve dans les portiques de ses Places, où il mêle des colonnes de differens ordres & de differentes hauteurs, ne peut autoriser ce défaut; parce que les differences sont peu considerables, au reste ce n'est pas un exemple à imiter.

DES CHAPITEAUX.

Par Analogie à la tête, qui est la partie de l'homme la plus éminente & la plus aparente, ou si l'on veut au chapeau, on apelle le sommet d'une colonne formée de certains ornemens, un *Chapiteau*; sa figure porte une difference caracteristique de chaque ordre, qui le fait distinguer très-sensiblement. Du Latin *Caput* ou du François *Chapeau*.

Celui de la Colonne Dorique n'est composé que de moulures ron-

des, couvertes d'un *Tailloir* quarré, sur lequel pose l'architrave. La naissance au sommet de la colonne est une Astragale ou Baguette ronde, qui laisse un intervale en façon de collier, apellé Corgerin ou *Collarin*, à cause de sa jonction au Chapiteau, comme le col est au dessous de la tête, ce qui est particulier à cet ordre; parce qu'aux Chapiteaux Ioniques & Corinthiens, l'Astragale en fait la naissance immédiate.

La simplicité de cet ordre semble devoir exclure de son Chapiteau les ornemens de sculpture; l'Antique nous fournit des exemples où il est tout unis, comme au Theatre de Marcellus; elle en fournit aussi d'autres, où l'Ove seule est taillée & l'Astragale unie, comme au Temple d'Albano, ce qui a beaucoup de grace. D'autres enfin où l'un & l'autre sont sculpés, comme au terme de Diocletien : voilà de quoi contenter la varieté des goûts & autoriser celui d'un Architecte quel qu'il soit. Sa hauteur est égale à celle du demi-Diametre de la Colonne, c'est-à-dire, d'un module sans y comprendre l'Astragale & son Reglet.

Le Chapiteau Ionique suivant la nature d'un ordre moyen entre le solide & le délicat, est plus orné que le Dorique. Sous son tailloir, qui est quarré, il y a une Ove taillée, qui jette aux deux côtez de la face vûë de front deux volutes d'Enroulemens, dont le contour sur cette face & son opposée est roulé en Spirale, & ses côtez en Campanes, adossées en façon de balustres, qui en forment le coussinet.

Vitr. l. 4. c. 1. *Basi Spiram supposuerunt pro Calceo, capitulo volutas uti capillamento concrispatos cincinnos prapendentes dextra ac sinistra collocaverunt, & cymatiis & Encarpis pro crinibus dispositis frontes ornaverunt, truncoque toto strias uti stolarum rugas matronali more demiserunt.*

La figure singuliere de ce Chapiteau a fait dire quelques puerilitez aux Archtiectes; Vitruve veut qu'il ait été inventé à l'imitation des coeffures & de l'arrengement des tresses des cheveux des femmes d'Ionie, comme si le Chapiteau avoit l'air d'un visage. Certainement quiconque prendra la base des colonnes pour leur chaussure & les Canelures pour les plis de leurs robes, peut bien prendre les Volutes pour les boucles de leurs cheveux; ces idées viennent des Pays où l'on métamorphosoit les hommes & les femmes en arbres. Un Philosophe en rit, prévenu que la nature n'a pas fait les hommes pour servir de piliers aux batimens, c'est aux forêts & aux carrieres à faire cette fourniture. Scamozzi, qui ne reconnoissoit aucune trace de nez ni de bouche au Chapiteau Ionique, s'est moqué de Vitruve; mais il n'a guères mieux rencontré dans la recherche de son origine, il veut que ce soit l'imitation d'un coussin, mis sur la colonne, auquel on a retroussé les coins en les roulans. Selon lui les colonnes de cet ordre devoient être à leur aise, puisque leurs bases posoient sur des lits de plumes bien molets, *Picemacetti teneri è Molli*, & leur Chapiteau étoit bourré d'un coussin pour n'être pas meurtri par la charge de l'Architrave. Il est vrai que l'expression de Vitruve, *Pulvinum*, qui

ſignifie un couſſin, ſemble favoriſer ſon ſentiment; car il apelle les Chapiteaux Ioniques *Capitula pulvinata*, & plus bas *Pulvinorum Balthei.* Perrault mécontent de toutes ces prétendües ſignifications, prétend que ces Volutes repréſentent des écorces tortillées; pour moi je ne ſçai qu'en dire, ſi ce n'eſt que c'eſt une ſorte d'ornement, qui nous eſt venu de l'Ionie, où les femmes avoient aparamment les cheveux treſſez en rouleaux ſur les oreilles, comme quelques femmes de Nuremberg; cette figure uſitée a plû à quelque Architecte ou Sculpteur, qui l'a introduit au Chapiteau de cet ordre dans un batiment de conſéquence, tel qu'étoit celui de Diane, qui l'a mis en vogue, & nous l'a tranſmis.

Sur Vitr. l. 3. c. 3.

Poſtea Dianæ conſtituere ædem quærentes novi generis ſpeciem.

La hauteur de ce Chapiteau, ſuivant Vitruve, n'eſt que d'un tiers de diametre de la Colonne; ailleurs on le trouve de la moitié.

Il y a une choſe à remarquer au Chapiteau Ionique, c'eſt qu'il paroît n'avoir été inventé que pour les colonnes; car il ne peut convenir aux pilaſtres ſans attention de la ſaillie de ſes volutes ſur le devant: je ſuis ſurpris que les Auteurs des livres d'Architecture, qui ont entré dans le détail des plus petites choſes, ne nous ayent pas averti de cet inconvenient, & du remede convenable pour le bien ajuſter à la ſurface plane d'un pilaſtre.

Le chef-d'œuvre de l'invention des Chapiteaux, ou terminaiſons de la partie ſupérieure des Colonnes eſt celle des Corinthiens; c'eſt une ingénieuſe compoſition de feuilles arangées autour du Tympan de la Colonne, comme une eſpece de bouquet de verdure, qui a quelque conformité avec le ſommet de certains arbres, comme des palmiſtes de l'Amerique; ce bouquet dans ſon origine étoit compoſé de feuilles d'Achante, que Callimachus copia d'après nature d'une plante, qui envelopoit un panier couvert d'une tuile; mais les Architectes, ou peut-être les Sculpteurs lui ont ſubſtitué des branches d'olivier, comme à la Rotonde; d'autres des feuilles de Laurier, comme au Temple de Veſta; quelques-uns des feuilles de Chêne, quoique les branches de ces arbres étant moins flexibles ſoient moins propres à plier pour faire les revers ou les *Galbes*, qui font une des principales beautez de l'ordonnance de ce Chapiteau, peut-être que leur raiſon a été la crainte de la confuſion des parties des feuilles d'Achante, dont les diviſions étant moins profondes, & plus petites que celles des feuilles détachées des autres arbres, ne ſeroient pas ſi bien articulées, étant regardées de loin; mais puiſqu'ils ont transferé les feuilles d'Achante au chapiteau de leur compoſite, cette raiſon ne doit plus être admiſe; car s'ils les ont jugé moins apparentes & moins belles que les autres, pourquoi ont-ils prétendu rencherir ſur le Corinthien, par

autre maniere pour y appliquer les courbes des Sections Coniques, & rendre le Contour de cette diminution, portion d'Ellipse de Parabole ou d'Hyperbole, il n'y a qu'à choisir; & parce que cette Courbure se peut continuer agréablement audessous du tiers, c'est-à-dire, prendre naissance dès la base, on a diminué la colonne du tiers en bas & du tiers en haut, ce qui fait au tiers une grosseur qu'on appelle *Renflement.* Plusieurs Gens de bon goût l'ont désaprouvé; parce qu'ils ne le trouvent pas naturel; je pensois de même avant que d'avoir vû ces grands arbres de l'Amerique, qu'on appelle *Palmistes*; mais ils m'ont fait voir un modèle si parfait des Colonnes renflées, qu'ils me l'ont rendu tolerable, pourvû qu'il soit peu sensible. En effet ils sont dans toute leur hauteur sans branches, & sans nœuds, aussi ronds dans leur contour & unis à leur surface, que le peuvent être des Colonnes faites au tour; & ce qui est remarquable, ils sont tous renflez à commencer insensiblement dès le bas jusques vers le tiers & la moitié, & rediminuent de même, jusqu'au sommet où est le bouquet de palmes, qui les termine très-régulierement par un arrangement merveilleux. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir recours à la pitoyable raison de quelques Architectes, qui pour autoriser cette innovation dans l'Architecture en vont chercher un exemple dans le corps de l'homme, qu'ils croient plus large vers les hanches qu'ailleurs, ce qui n'est pas exactement vrai, si l'on fait attention aux épaules; mais quelle analogie y a-t-il de la figure d'un arbre à celle d'un homme? le bon sens est choqué de la substitution qu'on a voulu faire des figures humaines aux Colonnes, comme dans ce qu'on appelle *l'Ordre Persique* & des *Cariatides*, où des hommes & des femmes servent de suports à des entablemens; l'homme n'est pas fait pour suporter un fardeau immuable; quoique Vitruve ait attribué cette faute de bon sens aux Anciens, il semble par quelques monumens, comme celui du Palais Farnese, que ces Esclaves ne servoient pas de suports aux Chapiteaux ni aux Architraves, mais qu'on les avoit enchaînez en Trophée dans des angles, à la place où doivent être des Colonnes; qu'au reste ils n'en faisoient pas les fonctions; puisque l'entablement portoit sur un massif de maçonnerie; quoiqu'il en soit, il n'est permis qu'à des Dessinateurs de Tabernacles & de Retables, ou à des Architectes ignorans d'y employer des anges ou d'autres figures humaines, ou à d[illegible]culpteurs d'ornemens chimériques propres à des jambages de cheminées, de renouveller l'absurdité des ordres Persiques & des Cariatides ou des Thermes; car quand même * l'exécution en seroit aussi belle que celle de la Tribune de la Sale des Suisses du vieux Louvre à Paris, l'aplication qu'on en fait à une ordonnance d'Architecture, considerée comme un corps de bâtiment, n'en est pas moins un témoignage du défaut de jugement de ceux qui ont inventé & de ceux qui ont imité ce genre de suport, si disproportioné à sa charge.

* *Nec si facta sunt eleganter ab arte, ideo de his statim debent repente judicari nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.* Vitr. l. 7. c. 5.

Cette invention de l'ordre des Cariatides a donné occasion à une imagination de colonnes courbes, coudées depuis le tiers en bas, à peu près comme le profil d'un homme assis, laquelle me paroît si extravagante, qu'elle ne mériteroit pas d'être réfutée, si elle n'avoit été proposée par un Auteur, qui s'est rendu fameux en Italie & en Allemagne; c'est le Frere Pozzo, Jesuite, connu par plusieurs morceaux d'Architecture effective, & par d'autres de Peinture en perspective, & enfin par le livre in-folio qu'il a publié sur cette matiere, premierement à Rome, & qui a été ensuite traduit & gravé à Augsbourg en 1719. ce qui l'a répandu entre les mains de la plûpart des Architectes, Peintres & Sculpteurs, parmi lesquels il s'en est trouvé, qui ont mis en œuvre cette bisarre idée, à laquelle ils ont déja fait passer les monts; car j'ai vû deux pilastres dans ce goût, executez en beau marbre sur l'Autel des Barnabites de Thonon en Chablais.

Rien n'est plus contraire à la fin pour laquelle on doit faire des colonnes, que de les courber de façon qu'elles soient obligées d'être soutenuës elles-mêmes; puisqu'elles ne sont faites que pour porter un Entablement; le Frere Pozzo. qui a bien senti cette absurdité, ne veut employer ses Colonnes assises (c'est ainsi qu'il les apelle) qu'à l'apui des pilastres à plomb, *quòd pilis conjunctæ sint*, c'est-à-dire, qu'il les donne en place de consoles renversées; mais il s'en faut bien qu'elles en ayent la grace & la beauté. Les consoles renversées sont des massifs, où la volute ne sert que de terminaison, & celui qu'il faut mettre sous les colonnes assises n'y est point naturel, & ne peut sauver le *porte-à-faux* qu'en l'avançant à plomb autant que le dessus de la colonne, auquel cas il ne sert qu'à faire mieux apercevoir le ridicule de la courbure. * C'est trop s'arrêter à réfuter une méprisable nouveauté: comme l'inventeur exige qu'on fasse si bien qu'elle ne choque pas la vûë, je pense qu'il n'y a point de plus sûr moyen que de ne point présenter aux yeux des gens sensées des colonnes *Assises*.

Quelques Architectes amateurs des fatras de sculpture ont voulu orner les fusts des colonnes, qui ne sont guères susceptibles d'ornemens. Les Anciens les faisoient ordinairement unis, souvent aussi Canetez, ce qui est agréable à la vûë, aparemment, parce que c'est une imitation de la gersure de certains arbres, dont l'écorce est comme fenduë de haut en bas; mais parce qu'il y en a de gersez en écailles & d'autres en vis, ils ont imité quelquefois & l'un & l'autre, comme on voit

* *Jam verò peto [dit Pozzo, Partie 2. Fig. 75. & 76.] cur adeò necesse sit ipsas stantes ponere, nec possint satis superque fingi suo munere etiam sedentes, quod si in hoc nihil indecorum est, non video quid absurdi sit in faciendis columnis flexis, atque, ut ita dicam, sedentibus; aio tamen, licèt earum aspectu oculus minimè offendatur, sintque ferendo ponderi, eo quod, pilis conjunctæ sint; non tamen abutendum esse in alias res transferendo.*

des, couvertes d'un *Tailloir* quarré, sur lequel pose l'architrave. La naissance au sommet de la colonne est une Astragale ou Baguette ronde, qui laisse un intervale en façon de collier, apellé Corgerin ou *Collarin*, à cause de sa jonction au Chapiteau, comme le col est au dessous de la tête, ce qui est particulier à cet ordre; parce qu'aux Chapiteaux Ioniques & Corinthiens, l'Astragale en fait la naissance immédiate.

La simplicité de cet ordre semble devoir exclure de son Chapiteau les ornemens de sculpture; l'Antique nous fournit des exemples où il est tout unis, comme au Theatre de Marcellus; elle en fournit aussi d'autres, où l'Ove seule est taillée & l'Astragale unie, comme au Temple d'Albano, ce qui a beaucoup de grace. D'autres enfin où l'une & l'autre sont sculpés, comme au terme de Diocletien : voilà de quoi contenter la varieté des goûts & autoriser celui d'un Architecte quel qu'il soit. Sa hauteur est égale à celle du demi-Diametre de la Colonne, c'est-à-dire, d'un module sans y comprendre l'Astragale & son Reglet.

Le Chapiteau Ionique suivant la nature d'un ordre moyen entre le solide & le délicat, est plus orné que le Dorique. Sous son tailloir, qui est quarré, il y a une Ove taillée, qui jette aux deux côtez de la face vûë de front deux volutes d'Enroulemens, dont le contour sur cette face & son opposée est roulé en Spirale, & ses côtez en Campanes, adossées en façon de balustres, qui en forment le coussinet.

Vitr. l. 4. c. 1. *Basi Spiram supposuerunt pro Calceo, capitulo volutas uti capillamento concrispatos cincinnos prapendentes dextra ac sinistra collocaverunt, & cymatiis & Encarpis pro crinibus dispositis frontes ornaverunt, truncoque toto strias uti stolarum rugas matronali more demiserunt.*

La figure singuliere de ce Chapiteau a fait dire quelques puerilitez aux Archtiectes; Vitruve veut qu'il ait été inventé à l'imitation des coeffures & de l'arrengement des tresses des cheveux des femmes d'Ionie, comme si le Chapiteau avoit l'air d'un visage. Certainement quiconque prendra la base des colonnes pour leur chaussure & les Canelures pour les plis de leurs robes, peut bien prendre les Volutes pour les boucles de leurs cheveux; ces idées viennent des Pays où l'on métamorphosoit les hommes & les femmes en arbres. Un Philosophe en rit, prévenu que la nature n'a pas fait les hommes pour servir de piliers aux batimens, c'est aux forêts & aux carrieres à faire cette fourniture. Scamozzi, qui ne reconnoissoit aucune trace de nez ni de bouche au Chapiteau Ionique, s'est moqué de Vitruve; mais il n'a guères mieux rencontré dans la recherche de son origine, il veut que ce soit l'imitation d'un coussin, mis sur la colonne, auquel on a retroussé les coins en les roulans. Selon lui les colonnes de cet ordre devoient être à leur aise, puisque leurs bases posoient sur des lits de plumes bien molets, *Picemacetti teneri è Molli*, & leur Chapiteau étoit bourré d'un coussin pour n'être pas meurtri par la charge de l'Architrave. Il est vrai que l'expression de Vitruve, *Pulvinum*, qui

signifie un coussin, semble favoriser son sentiment; car il apelle les Chapiteaux Ioniques *Capitula pulvinata*, & plus bas *Pulvinorum Balthei*. Perrault mécontent de toutes ces prétendües significations, prétend que ces Volutes représentent des écorces tortillées; pour moi je ne sçai qu'en dire, si ce n'est que c'est une sorte d'ornement, qui nous est venu de l'Ionie, où les femmes avoient aparamment les cheveux tressez en rouleaux sur les oreilles, comme quelques femmes de Nuremberg, cette figure usitée a plû à quelque Architecte ou Sculpteur, qui l'a introduit au Chapiteau de cet ordre dans un batiment de conséquence, tel qu'étoit celui de Diane, qui l'a mis en vogue, & nous l'a transmis.

Sur Vitr. l. 3. c. 3.

Postea Dianæ constituere ædem quærentes novi generis speciem.

La hauteur de ce Chapiteau, suivant Vitruve, n'est que d'un tiers de diametre de la Colonne; ailleurs on le trouve de la moitié.

Il y a une chose à remarquer au Chapiteau Ionique, c'est qu'il paroît n'avoir été inventé que pour les colonnes; car il ne peut convenir aux pilastres sans attention de la saillie de ses volutes sur le devant: je suis surpris que les Auteurs des livres d'Architecture, qui ont entré dans le détail des plus petites choses, ne nous ayent pas averti de cet inconvenient, & du remede convenable pour le bien ajuster à la surface plane d'un pilastre.

Le chef-d'œuvre de l'invention des Chapiteaux, ou terminaisons de la partie supérieure des Colonnes est celle des Corinthiens; c'est une ingénieuse composition de feuilles arangées autour du Tympan de la Colonne, comme une espece de bouquet de verdure, qui a quelque conformité avec le sommet de certains arbres, comme des palmistes de l'Amerique; ce bouquet dans son origine étoit composé de feuilles d'Achante, que Callimachus copia d'après nature d'une plante, qui envelopoit un panier couvert d'une tuile; mais les Architectes, ou peut-être les Sculpteurs lui ont substitué des branches d'olivier, comme à la Rotonde; d'autres des feuilles de Laurier, comme au Temple de Vesta; quelques-uns des feuilles de Chêne, quoique les branches de ces arbres étant moins flexibles soient moins propres à plier pour faire les revers ou les *Galbes*, qui font une des principales beautez de l'ordonnance de ce Chapiteau, peut-être que leur raison a été la crainte de la confusion des parties des feuilles d'Achante, dont les divisions étant moins profondes, & plus petites que celles des feuilles détachées des autres arbres, ne seroient pas si bien articulées, étant regardées de loin; mais puisqu'ils ont transferé les feuilles d'Achante au chapiteau de leur composite, cette raison ne doit plus être admise; car s'ils les ont jugé moins apparentes & moins belles que les autres, pourquoi ont-ils prétendu rencherir sur le Corinthien, par

porter quelque chose à deux mains; il suit que nous devons trouver les bayes de pareilles proportions plus belles que les autres; d'où je conclus que les entrecolonnemens doivent être tels qu'ils reviennent à cette figure à peu près; or le Picnostile & l'Areostile n'y reviennent point, le premier pour être trop serré & trop étroit, le second pour être trop ouvert & trop large; donc ni l'un ni l'autre de ces entrecolonnemens n'est admissible, puisqu'il n'est pas conforme à la beauté de l'Architecture naturelle.

Des Arcades dans les Entrecolonnemens.

La difficulté de trouver & de manier d'assez grandes pierres pour faire les Architraves d'une piéce à de grands entrecolonnemens, a quelquefois engagé les anciens Architectes à les soutenir par des Arcades, pour pouvoir les faire de plusieurs piéces; quoique ces exemples soient assez rares dans les Monumens antiques, on en voit cependant au Colisée, au Theatre de Marcellus, & en quelques autres endroits, où il auroit fallu des pierres de 26. & 28. pieds de long & en grand nombre.

Les Architectes modernes, autorisez par ces exemples de l'Antique, se sont tous jettez sans discernement dans ce genre de construction, qui leur a parû concilier la solidité, la facilité de l'exécution, & la beauté des ordres d'Architecture, de sorte que depuis environ 200. ans on a vû toutes les Eglises baties dans ce goût. Il faut convenir que dans une masse énorme, comme à celle de S. Pierre de Rome, on ne pouvoit guères faire autrement, quoiqu'en aît dit M. le Prieur de Cordemoy. Mais hors de ces circonstances je croi avec lui & la plûpart des gens de bon goût, que les colonnes apliquées sur des piédroits d'Arcades, sont une vicieuse ordonnance d'Architecture; parce que les Colonades & les Arcades sont deux especes de suports différens, qui ne doivent pas être tous les deux mis en œuvre pour soutenir le même fardeau.

Si les colonnes sont suffisantes pour porter les entablemens & une voute, pourquoi les apuyer contre des piédroits d'Arcades? Si elles ne sont pas suffisantes, il faut en multiplier le nombre dans la longueur & dans l'épaisseur de l'édifice, en les serrant & en les acouplant dans les endroits où il en est besoin. Si enfin ces augmentations de Colonnes causent quelques embarras par leur multiplicité, il faut prendre le parti des Arcades simples, sans y ajouter des colonnes, qui deviennent alors inutiles, aussi bien que les Architraves & les entablemens; ce mélange ne produit que de vicieux arcostiles, usage

occasion de dépense superfluë, & une preuve de peu du jugement de l'Architecte.

Les Goths ou plutôt les Maures, dont on croit que nous est venuë l'Architecture nommée Gothique, quoique peu sensez dans l'Ordonnance de plusieurs parties de leurs ouvrages, ne sont pas tombez dans ce genre de défaut; ils ont fait de gros piliers pour suporter les Arcades, & des perches pour servir de base aux Nervures de leurs voutes; mais ils n'ont jamais fait d'Entablement, brochant sur le tout comme on en voit dans les Architectures modernes, qui jettent l'Architecte dans plusieurs inconveniens.

Le principal est, que faisant porter les Archivoltes des Arcades sur des corniches d'imposte, ces corniches se trouvent coupées par les colonnes ou pilastres, qui sont au-devant des piédroits des Arcades, où ils paroissent comme incrustées après coups, & où ils présentent une idée de la pénetration des corps d'autant plus ridicule, que les corniches des impostes sont saillantes à l'égard des pilastres ou colonnes, au travers desquelles elles passent. On remarque au Theatre de Marcellus, que leur saillie excede le demi diametre des colonnes, & quelque chose de pis au palais Farnese, où peu s'en faut qu'elle ne coupe la colonne par devant. La régle que Barozzi de Vignole donne de fixer la saillie des corniches d'impostes à la moitié de la colonne, ne fait que diminuer la grossiéreté de ce défaut sans la suprimer; il faudroit pour l'ôter radicalement, que la colonne fût totalement détachée du piédroit.

Nous voyons dans plusieurs Monumens de l'Antique, que lorsque les Architectes ont été obligez de faire de grands entrecolonnemens arcostiles adossez à des murs percez d'Arcades; ils ont eu soin d'écarter assez leurs piedroits des colonnes, pour pouvoir faire profiler les impostes au retour de la saillie du piedroit sous l'archivolte; c'est ainsi qu'en ont usé ceux des Mausolées Antiques de Terracine, auprès de Naples, & de S. Remy en Provence auprès de Tarascon. Nos Architectes modernes n'ont presque jamais imité la sagesse de ces exemples; ils ont tous affecté de faire regner les corniches des impostes, autant que celles des Entablemens, malgré les interruptions des colonnes & des Pilastres, qu'ils leur font pénetrer.

Je sçai que l'on objecte aux simples colomnades sans Arcades, le peu de solidité des platebandes, pour porter des entablemens, & la difficulté d'en faire de grandes d'une ou de plusieurs pieces; cependant l'experience nous fait voir, qu'en se donnant un peu de soin, on vient à bout d'en faire de belles & de solides dans une largeur de 13. à 14. pieds; on en voit la preuve à la façade du vieux Louvre à Paris, du côté de S.

Germain l'Auxerrois. Il se présente rarement occasion de faire des entre-colonnemens d'un plus grand intervale, & s'il s'en présentoit, l'experience nous prouve encore, qu'on peut pousser la portée jusqu'à vingt-six pieds; puisque M. Gautier nous parle dans son Traité des Ponts d'une platebande de cette longueur, qui subsiste à Nimes avec si peu de bombement, qu'on s'en aperçoit à peine. Je ne voudrois cependant pas en hasarder beaucoup de pareilles, l'exécution en est trop délicate pour s'exposer aux inconvéniens de cette construction; dans ce cas la solidité des Arcades est préferable à la foiblesse d'une architrave en platebande, qui se soutient à peine elle-même, la prudence veut qu'on s'assure de la durée au préjudice d'une plus agréable décoration.

Si l'on rejette le mélange des Arcades & des Colonnes, on trouvera bien des inutilitez dans les livres des Architectes modernes, qui semblent principalement occupez du soin de régler les entrecolonnemens, de maniere que les Arcades s'accordent avec les mesures de l'ordre, qui est apliqué au-devant, comme en bas relief de Colonnes & de Pilastres, qui couvre une partie des piedroits des Arcades & coupe en travers les corniches de leurs impostes. Mais tous les desseins de Vignole, Scamozzi, &c. multipliez sur ce sujet, ne font que mieux apercevoir le mauvais effet d'une telle ordonnance, non seulement par l'inconvenient de cette interruption & pénetration des corniches des impostes, mais encore plus sensiblement par celui de la terminaison des corniches des Piedestaux & de leurs bases, qui viennent s'amortir contre les piedroits, avec lesquels ils ne font aucun accord ni suite; parce que ce sont des choses de hauteur, de largeur & de figure inégale : les Architectes qui ont senti ce défaut ont continué la base du piedestal, ou du moins ses parties les plus hautes pour en faire celle de l'Alette ou piedroit de l'Arcade; mais ils n'ont pû en faire autant à sa corniche, qui ne peut embrasser le piedroit sans y faire une saillie inutile, incommode & de peu de durée; parce que ses carnes étant fort exposées au choc dans le passage, y seroient bientôt écornées. C'est pourquoi il semble que lorsqu'on est obligé de faire des Arcades, il convient de n'y rien ajouter au devant.

DES ARCADES SIMPLES.

J'appelle Arcades simples, celles qui ne sont point mélées dans les ordres d'Architecture, comme celles dont nous venons de parler. Une suite d'Arcades, qui n'ont d'autres ornemens que leurs Archivoltes & quelques clefs saillantes, n'est pas d'une si grande aparence qu'un ordre d'Architecture; mais elle a sa beauté, comme on le voit en plusieurs grands Hôtels de Paris, où les piedroits sont quarrez, c'est-à-dire, Angulaires; parce que les naissances & les arêtes des cintres y portent de fond.

D'ou il ſuit que l'on peut quelquefois ſubſtituer à de ſimples piedroits des pilaſtres, qui ont auſſi la même proprieté à l'égard des arêtes des cintres, mais non pas des colonnes, comme l'on voit en quelques édifices, par exemple, au Baptiſtere de Piſe & à la Colonnade des Boſquets de Verſailles. La raiſon en eſt fondée ſur ce grand principe d'Architecture, qu'il faut non ſeulement éviter les porte-à-faux pour la ſolidité, mais auſſi pour la beauté des édifices; or il eſt viſible que la baſe commune de deux arcades à leur naiſſance, qui eſt portée par une colonne, eſt un quarré, dont les 4. angles ſont ſans apuy, & leur ſaillie au-delà du nud de la colonne eſt d'autant plus aparente & choquante à la vuë, que le ſpectateur eſt près d'une des diagonales de ce quarré, de ſorte que s'il eſt dans la Diagonale, il aperçoit que ce porte-à-faux eſt de toute la difference de la demi-diagonale ſur celle du rayon ou module de la colonne, comme le cercle inſcrit au quarré circonſcrit. D'où je conclus contre le ſentiment de M. de Cordemoy, que cette conſtruction ne peut jamais être agréable à la vûë; parce qu'elle lui préſente toujours un défaut eſſentiel, qui eſt celui du porte-à-faux.

Les Architectes Gothiques, qui faiſoient ordinairement porter leurs Arcades par des piliers cylindriques, pour éviter cette difformité abatoient en chanfrin les arêtes des Arcades; mais ils n'ôtoient pas encore par ce moyen toute l'imperfection, il y reſtoit toujours un porte-à-faux quoique moindre, dont la difference des ſaillies des angles ſur le nud du pilier étoit celle de l'octogone circonſcrit au cercle inſcrit.

Ce défaut ne peut être levé qu'en arondiſſant l'arête de l'Arcade en forme d'aneau; parce qu'alors la baſe de deux arcades à leur impoſte commune devient un cercle; mais aparemment qu'un tel arondiſſement eſt déſagreable à la vûë; car les Architectes, qui ont eu occaſion de le faire ne l'ont jamais mis en œuvre.

DES ENTABLEMENS.

Les Entablemens ſont apellez par Vitruve *Ornamenta*, les ornemens des Colonnes. Cette expreſſion paroît fort impropre; parce que ce ne ſont pas des acceſſoirs qu'on puiſſe ôter & mettre indifferemment, ce ſont au contraire les parties eſſentielles d'un édifice: il y a quelque aparence que ce nom avoit été introduit par l'ignorance des ouvriers de ſon tems, comme à Paris celui d'*Architecture*, pour dire moulure. Quoiqu'il en ſoit le nom d'Entablement comprend trois parties fort differentes entr'elles, qui ſont l'Architrave, la Friſe & la Corniche, leſquelles priſes enſemble doivent faire la hauteur d'environ le quart de celle de la colonne. Je dis environ & non pas

toujours le quart, comme le veut Barozzi de Vignole ; mais selon les Ordres, tantôt le quart comme au Dorique, tantôt les deux neuviémes, comme à l'Ionique, & quelquefois le cinquiéme, comme au Corinthien, ainsi que nous l'avons dit ci-devant, & chacune de ses parties doit aussi avoir des raports constans avec les hauteurs des colonnes, comme nous devons en parler en particuler, nous observerons seulement en général, que les Entablemens doivent être continuez dans leurs directions droites ou courbes horisontalement, sans aucune interruption de coupure, de ressaut dans leur hauteur, & le moins qu'il est possible dans leur saillie. D'où il suit que les fenêtres, coupées dans l'Architrave & dans la frise, comme on en voit au Palais des Tuilleries à Paris, & dans plusieurs de ceux d'Italie, sont de grandes difformitez ; puisque les Sommiers & les Entrevoux ne sont pas faits pour y percer des passages à la lumiere du jour, comme le dit expressément Vitruve * ; la nécessité peut quelquefois rendre la chose excusable dans la Frise, où il y a du vuide ; mais rien ne peut rendre tolerable la coupure d'une Architrave ; parce qu'elle est directement contraire à l'idée de la solidité de la Charpente, d'où cette piece tire son origine, comme nous allons le prouver plus au long.

* *Quibus in locis omninò non patiuntur res fenestras fieri.* liv. 4. c. 8.

Secondement, il faut observer que les entablemens ne souffrent aucun mélange de composition d'ordre ; Vitruve dit Ch. 2. l. 1. que c'est une grande faute de bienséance, que de mettre sur des Architraves Doriques des Corniches dentelées, & sur des Chapiteaux Ioniques des Trigliphes ; cependant il nous parle au Ch. 9. du 5. l. d'un mélange de Colonnes de differens ordres, de Doriques, Ioniques & Corinthienes, qui étoient même d'inégale hauteur sur le même niveau de base *, où l'on mettoit quelquefois sur les Colonnes Corinthienes des entablemens Doriques ou Ioniques, l'Ordre Corinthien n'en ayant point de particulier, voilà donc une contradiction dans Vitruve.

* Voyez Perraut dans sa note sur le Ch. 9. du 5. liv.

DES ARCHITRAVES.

Puisque les Architraves représentent des poitrails ou saumiers, elles doivent en conserver la figure & les proportions, & en suivant cette analogie, plus les espaces des entrecolonnes sont grands, plus elles devroient être grosses, cependant comme ces intervales ont toujours un certain raport avec la grosseur & hauteur des Colonnes, on pourroit établir pour régle de décoration, qu'elles doivent avoir à peu près autant de hauteur que de largeur, & parce que leur largeur doit être égale au diametre supérieur du Fust des colonnes, il suit que leur hauteur devroit être égale à ce diametre, c'est la mesure que Vitruve donne à son Antitrave Toscane, liv. 4. Ch. 7. & celle de l'Architrave que l'on

l'on voyoit, il n'y a pas long-tems, au Palais des Tuteles de Bordeaux, où il n'y avoit au dessus ni Frise, ni Corniche, mais une espece d'Attique.

Les Architectes leur en prescrivent un peu moins, quelquefois d'un sixiéme, mais ceux qui ne leur en donnent que la moitié, comme Vignole dans son Dorique, s'écartent des loix d'une sage imitation & des modeles de l'Antique; & ce qui paroît encore plus contraire au bon sens, c'est qu'il leur donne plus de hauteur dans les ordres les plus délicats que dans les solides, au lieu qu'ayant moins de fardeau à supporter, elles ont moins besoin de force. Vitruve par un rafinement qui me paroît assez mal concerté, veut qu'on augmente la hauteur des Architraves suivant une certaine proportion rélative à la hauteur des colonnes, il auroit été bien plus naturel de la régler sur les intervales des entrecolonnemens; puisque l'on doit renforcer les poutres suivant l'étenduë de leur portée, la diminution des objets par leur éloignement devroit aussi bien influer sur les frises & les corniches, que sur les Architraves; cette délicatesse pourroit être de quelque usage dans un ordre Colossal; mais s'il l'étoit, les Architraves deviendroient impossibles à l'exécution; parce qu'on ne pourroit les faire ni d'une pierre ni de plusieurs en platebande.

Pour varier un peu la trop grande uniformité d'une face de poutre, on l'a ornée au parement de petites saillies, qu'on apelle *Faces*, & de quelques renfoncemens dans le sofite. Le nombre des faces suit naturellement la gradation des ordres, considerez par leur simplicité ou richesse. Au Dorique une face couronnée d'un réglet semble suffire, comme au Theatre de Marcellus, quoique dans d'autres Antiques on y en voit deux. A l'Ionique elle en a ordinairement trois & une moulure sous le réglet, elle devroit n'en avoir que deux suivant la gradation des ordres. Enfin au Corinthien elle en a trois, quelquefois seulement deux, comme au Frontispice de Néron, & au Temple de Trévi dessiné par Palladio, avec une moulure à chaque division, & une grande sous le réglet, qui la couronne par des ornemens taillez comme il convient au profil de chaque moulure & à sa situation, observant que les faces supérieures soient plus larges que les inférieures, quoique le contraire ne soit pas absolument sans exemple.

Tous les bons Architectes conviennent, qu'on ne doit pas interrompre l'alignement des Architraves en ligne droite, ni par des ressauts horisontaux, ni par des verticaux, ce sont des directions contraires à la solidité d'une poutre. Les fréquens exemples qu'on en voit particulierement aux rétables de nos Eglises, sont des productions de Menuisiers

ou de Sculpteurs, qui croient donner de la légereté & de la varieté à leur ouvrage. On en voit de ceintrées vérticalement dans nos portes-cocheres modernes, qui ne me paroissent guères plus raisonnables; car une poutre ainsi courbée demande à être chargée avec un parfait équilibre, pour qu'elle ne culbute ni en devant, ni en arriére; * mais quand on la supposeroit sans inconvénient dans cette situation, il seroit toujours vrai qu'elle tendroit à se redresser, & feroit effort pour écarter les colonnes ou les pilastres, qu'elle dérangeroit de leur à plomb; je sçai qu'on les butte si bien, que cet inconvénient n'est pas à craindre; mais nous devons contenter l'esprit, qui demande de la raison dans les imitations.

* *Quæ à veteribus ex veris rebus exempla sumebantur, nunc iniquis moribus improbantur.* Vitr. l. 7, c. 5.

DES PHRISES.

On apelle Phrise, l'intérvale qui est entre le Somier & le toit, considéré comme en charpente, c'est-à-dire, celui qu'occupent les bouts des poutrelles & leurs Entrevoux, par conséquent il doit être réglé par la hauteur convenable à leur solidité, qui exige qu'elles soient plus hautes que larges.

Les Mathématiciens ont trouvé que pour concilier la force avec l'assiete des bois posez de champ, la hauteur devoit être à leur épaisseur comme sept est à cinq. Les Architectes, guidez par la seule Géometrie naturelle, ne se sont pas beaucoup écartez de cette proportion; ils ont déterminé le raport de la largeur du Trigliphe à sa hauteur comme 2 est à 3, & ont fait cette largeur égale au module, c'est-à-dire, au rayon de la colonne, de sorte que leur hauteur est de trois quart de son Diametre dans son ordre dorique, ce qui a paru assez agréable à la vûë pour qu'on s'y soit conformé dans la plûpart des meilleurs ouvrages de ce genre; mais les Architectes se sont fait une loix si sévere de la figure du vuide des Entrevoux, auquel ils ont donné le nom Grec de *Metope*, qu'ils veulent absolument, que l'intervale de deux trigliphes soit un quarré parfait, ce qui a rendu l'exécution du Dorique, qui est le seul ordre où l'on fasse paroître l'image du bout des poutrelles, si genant & si difficile, qu'ils sont embarassez aux moindres variations d'ordonnance; ils ne sçavent, par exemple, comment faire, lorsqu'il s'agit d'acoupler deux colonnes; parce que les Trigliphes, suivant les loix de la solidité, devant être situez précisément sur le milieu des colonnes, les Metopes se trouvent oblongs. Il s'en est trouvé, parmi le nombre de ceux qui ont eu la réputation d'être habiles, qui ont mieux aimé confondre les bases des colonnes en les faisant se pénetrer, comme Mansard aux Minimes de la place Royale à Paris, que d'alterer le quarré parfait des Metopes, ou d'élever un peu

la Phrise, ridiculité digne des gens attachez à la minutie, même dans des choses aussi peu importantes que celle-là, comme si c'étoit une difformité insuportable d'espacer des poutrelles un peu plus près ou un peu plus loin les unes des autres; il faut être bien instruit de la convention de cette loy de simetrie, pour en sentir l'irrégularité; ce défaut n'a pas décrié le portail de S. Gervais & le Palais du Luxembourg, où l'on peut remarquer des Metopes plus larges que hauts.

L'ESPACE quarré des Metopes, renfoncez entre les trigliphes, sert ordinairement de champ à des bas reliefs, qui caracterisent la nature du bâtiment; ainsi aux Temples antiques on y représentoit des Massacres de boeuf ou de belier, pour désigner que c'étoit le lieu des Sacrifices. Dans nos Eglises modernes, comme aux Invalides de Paris & ailleurs, on y met des atributs des céremonies d'Eglise, comme Encensoirs, Chandeliers, Banieres, &c. de tels ornemens y sont très-bien placez.

DE ce que la Phrise est l'espace qu'occupent en hauteur les poutrelles portées par l'Architrave, il suit que sa hauteur doit être moindre que celle de l'Architrave, comme l'a fort bien remarqué Daviler (Page 46.) parce que la poutre doit être plus grosse que les poutrelles, dont elle est chargée; c'est par cette raison, sans doute, que Vitruve lui donne un quart moins de hauteur qu'à l'Architrave, cependant aujourd'hui on la fait plus grande & même souvent plus haute que l'Architrave.

L'APARENCE des bouts des poutrelles, dont on fait parade dans l'ordre Dorique avec quelques ornemens de trigliphes, & de quelques imitations de goûtes d'eau, qui pendent à leur base sur l'architrave, est suprimée dans les autres Ordres, où ces bouts sont couverts, soit pour empêcher que les impressions de l'air ne nuisent à leur durée, ou pour une plus grande uniformité & propreté des dehors. C'est une raison si naturelle, qu'on remarque dans plusieurs pays, où l'on bâtit de *pans de bois*, comme en Alsace & dans le Palatinat, qu'aux maisons les plus communes, les bouts des poutrelles sont aparens au dehors, mais qu'à celles des gens aisez elles sont recouvertes d'un cours de planches, tantôt bombées, tantôt unies & couronnées de quelques moulures, sans qu'on puisse soupçonner les Charpentiers, qui en sont les Architectes, d'avoir puisé ces inventions dans les Ecrits des Auteurs des Ordres d'Architecture; il est au contraire très-vraisemblable, que c'est de ces modeles de la simple Architecture, que l'on a tiré les idées des Phrises bombées, dont les Ecrivains ont donné des profils.

A la place des Trigliphes, qui sont des ornemens de peu d'apareil, mais suffisans pour la Phrise, un ordre où l'on n'afecte que de la so lidité, on en a répandu d'autres plus composez, & plus délicats sur les Phrises de l'Ionique & du Corinthien; parce que cet intervale entre l'Architrave & la Corniche est un des plus grands champs unis, & le plus aparent qu'il y ait dans toute l'ordonnance; c'est pourquoi on y mettoit quelquefois une inscription, mais plus souvent des bas reliefs de Rinceaux, c'est-à-dire, des ornemens d'enroulemens & de feuil lage semblables à ceux qu'on employe à la broderie des habits & des meubles; & parce que *Phrigios* signifie broderie, on a donné le nom de Phrise, au lieu où on l'apliquoit, même lorsqu'il n'y en avoit point; comme si on eût supofé que la broderie devoit y être, & que le champ tout uni étoit destiné à recevoir ces ornemens.

Les Rinceaux que nous voyons dans quelques Antiques, comme aux Thermes de Diocletien, au Frontispice de Neron & ailleurs, étoient de ces fictions que Vitruve condamne au Chap. 5. de son 7. liv. où l'on voit des moitiés de corps d'animaux ou de figures humaines sortir des fleurs & des enroulemens des feuillages, fiction qui est imaginée contre toute sorte de vraisemblance, & qui fait voir que les Antiques ne sont pas toujours la production des Architectes bien sensez. Un habile dessinateur de nos jours, nommé Berin, a fait revivre toutes ces folles idées * que Vitruve blâmoit dans ceux de son tems; nos Architectes en ont adopté le goût, avec cette difference, qu'ils y ont un peu plus ajoûté du goût Arabesque, des Joncs coudez, &c. J'aime mieux voir une Phrise toute unie, que ces sortes d'ornemens, que la mode détruira comme elle les a établi; un bas relief historique, comme celui de l'arc de Titus, n'est point sujet à ces vicissitudes.

Ce que nous venons de dire des ornemens, qui conviennent & doivent être apliquez aux Phrises, servira à confirmer le mauvais effet des fenêtres, que plusieurs Architectes y ont percées pour des Entresoles, puisqu'elles sont une couverture d'entrevoux.

* Pinguntur tectoriis monstra potiùs quam ex rebus finitis imagines certæ; pro columnis enim statuuntur calami, pro fastigiis harpaginetuli striati cum crispis foliis & volutis. Item candelabra ædicularum sustinentia, figuras supra fastigia earum, surgentes ex radicibus cum volutis coliculi teneri, plures habentes in se sine ratione sedentia sigilla, non minùs etiam ex Coliculis flores dimidiata habentes ex se exeuntia sigilla alia humanis, alia bestiarum capitibus similia hæc autem nec sunt, nec fieri possunt, nec fuerunt . . . Quemadmodum enim Calamus potest verè sustinere tectum, aut Candelabrum ædiculas, & ornamenta fastigii, seu Coliculus tam tenuis & mollis sustinere sedens sigillum aut de radicibus & coliculis ex parte flores, dimidiataque sigilla procreari . . . . neque enim picturæ probari debent, quæ non sunt similes veritati, nec *si facta sunt elegantes ab arte, ideo de his statim debent repentè judicari, nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.*

DES CORNICHES.

La Corniche, selon l'étimologie du mot Latin *Corona* ou du Grec *Coronis*, est le couronnement d'un édifice, par conséquent sa place naturelle est au sommet & non pas au milieu, au tiers, ou au quart de la hauteur d'un mur, & n'y doit point être repetée & multipliée, comme on le voit dans presque tous les plus somptueux bâtimens de l'Europe, dans lesquels il y en a au moins une à chaque division d'étage.

Si l'on veut remonter à leur origine, on reconnoîtra bien sensiblement que les corniches n'ont été imaginées que pour écarter des murs de face les eaux de pluye, & les goûtieres des combles qui les mouilleroient, les saliroient & en altereroient la durée sans leur saillie. Cette institution est bien prouvée par Vitruve, qui dit, que les têtes de Lions qu'on met aux Cimaises, sont des inventions ingénieuses pour orner les gargouilles nécessaires pour rassembler & jetter les eaux des égoûts.

A examiner la destination des corniches, il suit que la partie qui leur est essentielle, est celle qui est faite de maniere, qu'elle fournit un écoulement aux goûtieres, sans que l'eau puisse se répandre sur la face du mur; c'est celle qu'on apelle le *Larmier*, d'où elle découle comme en larmes. La figure qui convient le mieux à cet effet est une bande de surface verticale terminée en dessous par une autre inclinée à l'horison en angle aigu, où faisant un ressaut qu'on apelle *Mouchette pendante*.

La saillie de cette partie de Corniche ne pouvant être avancée au-dehors sans être suportée en l'air, on est obligé de la soutenir par des moulures ou par des corbeaux, comme on en voit au mur de cloture du Temple de Mars décrit par Palladio, afin qu'elle soit autant écartée du mur qu'il convient à la hauteur, & parce que le larmier est débordé au dessus par les bouts des tuiles ou des ardoises, depuis le dernier joint du Pareau, on y a ajouté une troisiéme partie plus saillante & plus mince, qui en fait la Cime, d'où lui est venu le nom de *Cimaise*; peut-être aussi parce qu'étant composée d'une moulure de contour ondé, que les Grecs apelloient *Cimation*, on lui a donné ce même nom; c'est de cette étimologie que Vitruve le fait venir. Quoiqu'il en soit cette partie est le sommet & l'extrémité de tout l'ordre, où l'on pratiquoit un canal pour rassembler les eaux du comble, qu'on faisoit dégorger par des gargouilles en forme de mufles de lions, telles qu'on en voit dans la plûpart des Corniches Antiques.

Une corniche n'est donc pas un simple ornement de fantaisie, c'est une saillie utile pour la conservation d'un édifice; ainsi les parties de la corniche, comme l'a fort bien dit Palladio *, doivent être faites à quelque usage, comme si l'ouvrage étoit de charpente, d'où il suit qu'elle doit être divisée en trois parties distinctes & à-peu-près d'égale hauteur, quoique variée par leur profil.

La premiere est le suport du larmier, composé d'une ou de deux moulures en saillie l'une sur l'autre, ausquelles on peut encore ajouter ces consoles, qu'on apelle Modillons, pour l'écarter encore davantage.

La seconde est le Larmier, qui doit être une surface verticale; parce que c'est la plus propre à faciliter l'écoulement de l'eau, d'où il suit qu'elle doit être unie & continuée sans ornemens de gravure ni de sculpture, afin que l'eau y ait moins de prise, & s'en détache plus facilement. Il est vrai qu'on en voit de sculpées dans quelques corniches antiques, comme à celles du Temple d'Antonin & de Faustine, & des Thermes de Diocletien; mais elles ne l'ont jamais été, que par des canelures verticales propres à faire égoûter les eaux. Au reste ces ornemens y sont superflus, & ne font que de la confusion, lorsque le reste des moulures de la corniche est sculpé, comme on le voit à ce dernier exemple des Thermes de Diocletien.

La troisiéme partie de la Corniche est la Cimaise, qui consiste ordinairement en une moulure, qu'on apelle Domine & un talon ou baguette, quelquefois en Cavet, comme à la corniche Dorique. Chacune de ces parties peut être distinguée, & agréablement liée à celle qui l'avoisine, par un filet, qui en fasse apercevoir la division.

Apre's le détail des trois parties essentielles à une Corniche, nous devons faire remarquer ce qui doit la caracteriser dans chaque ordre.

La Corniche Dorique est caracterisée par les Mutules, placées sous le platfond du Larmier, & ornée de goûtes, qui sont de petits cones tronquez, rangez par ordre & pendans à l'imitation des goûtes d'eau, qui en doivent découler; on pourroit, au lieu de cones tronquez, aprocher plus de la bonne imitation de vérité, en les faisant en forme de poires; mais toute imparfaite que soit cette ressemblance, il suffit qu'elle soit fondée dans la nature pour qu'elle soit agréable à la vûë.

Quant aux Mutules elles représentent selon Vitruve, le bout des Arbaletiers dans le systême de ces toits plats, usitez dans les pays chauds, où le tiran s'assemble dans l'arbaletier; mais parce que les

* *Essendo di bisogno che tutte le parti de la Cornice a qualche effetto siano fatte, & siano comme Demostratrici di quello che si vede rebbe, quando l'opera fosse di legname.*

mutules sont trop près pour que chacun d'eux représente une position de ferme : il y a quelque apparence que la Charpente des Anciens étoit comme celle qu'on fait dans quelques Provinces, dont nous allons parler ci-après, où chaque chevron tient lieu d'arbaletier, & fait avec son collateral une petite ferme, dont le tiran est une des poutrelles du plancher, de sorte qu'il y a autant de fermes que de poutrelles, d'où il suit qu'il ne doit point y avoir de denticules ; puisqu'elles représentent des chevrons, selon Vitruve ; or les arbaletiers de cette construction sont des chevrons, comme nous venons de le dire. Je ne sçai où un Auteur moderne a lû, que *Vitruve veut des denticules à l'ordre Dorique* : j'y trouve le contraire dans ses Ecrits, comme je vais le prouver par une citation l. 4. ch. 2.

De même, dit-il, que les trigliphes & les Mutules sont le propre de l'ordre Dorique, les Denticules sont affectées à la Corniche de l'ordre Ionique, ce sont à-peu-près ses expressions ; mais en voici le texte. Ubi ante in Doricis trigliforum & mutulorum est inventa ratio, *ita in Ionicis Denticulorum constitutio propriam in operibus habet rationem.*

La Corniche Ionique est donc caracterisée par les denticules, qui représentent, selon le même Vitruve, les chevrons. Il faut cependant convenir que cette représentation est bien imparfaite ; car dans quel genre de charpente met-on des chevrons si près-à-près, qu'il y ait plus de plein que de vuide ? disons que c'est un ornement de fantaisie, & destiné à cet ordre par une convention presque unanime ; je ne trouve que Scamozzi qui ne s'y soit pas conformé, mais il ne donne aucune raison qui nous fasse connoître, pourquoi il n'a pas suivi la mode générale.

Quemadmodum mutuli Cantheriorum projecturæ fuerunt imaginem, sic in Ionicis denticuli ex projecturis asserum habent imitationem. Vitr. l. 4. C. 2.

Enfin la Corniche Corinthiene est caracterisée par les Modillons placez sous le platfond du larmier, dont les Methopes sont couverts de Rozons ou d'autres ornemens de sculpture. Vitruve dit que ces modillons representent les bouts des Forces, ce qui embarasse beaucoup son commentateur Perraut, qui ne conçoit pas comment ces especes de Consoles, qui sont espacées près-à-près peuvent représenter les bouts des *Forces*, lesquelles sont espacées considerablement plus loin dans notre Charpente ordinaire, avec laquelle on ne peut comparer cette disposition. Pour justifier le discours de Vitruve, il dit, (page 111. 2e. éd.) „ qu'il faut concevoir, que les Modillons, qui sont au droit des colonnes, sont les seuls qui représentent les bouts des forces, & que „ ceux qui sont entre deux y sont ajoutez pour la bienséance, de „ même que les Trigliphes. „ Ce discours nous montre sensiblement, que les Commentateurs trouvent souvent des difficultez dans des choses qui sont toutes simples ; lorsqu'on est bien informé des mœurs & des

modes des differens tems & Pays. Un voyage en Alsace, dans le Palatinat ou dans le Wirtemberg auroit tiré Perrault d'embarras, & lui auroit fait voir à chaque comble des maisons ordinaires, que les modillons représentent très-naturellement les bouts des pieces de bois, qui servent en même tems de Forces & de Chevrons, en ce qu'elles sont espacées environ à deux pieds de distance les uns des autres, & qu'elles montrent leurs bouts saillans, sous l'avant toit, qui représente la Corniche ou plutôt, qui en est l'origine, & comme l'arête inférieure de ces bouts rectangulaires est inutile on l'abat souvent par une coupure en chanfrain, comme une ébauche de Console ou de Modillon. Je crois même en avoir vû de façonnez à-peu-près de même ; ainsi il n'est pas nécessaire de se donner la torture pour éclaircir le sens de Vitruve, il suffit de dire que de son tems la charpente des combles étoit disposée comme celles d'une grande partie des maisons d'Allemagne, où il y a autant de forces que de chevrons, qui sont comme autant de fermes assemblées *sans Faiste*, dont les arbaletiers ou forces montrent leurs bouts inférieurs; parce qu'ils ne sont pas assemblez dans le tiran ; au contraire le tiran est assemblé dans les arbaletiers, qui le débordent en dehors de deux ou trois pieds pour former un avant toit, dont la saillie met la face de l'édifice à couvert comme une corniche. Cette explication est d'autant mieux prouvée, que la mode de faire des toits peu élevez, comme en Italie, est trop favorable à cette construction, en ce que les arbaletiers poussent d'autant moins au vuide qu'ils sont plus inclinez à l'horison dans le raport de leur longueur à la hauteur du poinçon.

Les sectateurs de Vignole, qui mettent des denticules à tous les ordres excepté au Toscan, ne font point de scrupule d'en mettre au dessous des Modillons, & pour éluder le ridicule que Vitruve y trouve, ils disent que les modillons ne signifient rien, que ce ne sont que des Consoles de pure décoration. Je viens de montrer le contraire: ils seroient mieux fondez de parler ainsi des denticules, qui ont bien pû dans leur origine représenter les bouts des chevrons, comme le dit Vitruve; mais qui dans la disposition présente leur ressemblent très-peu ou point du tout par deux raisons.

La premiere, qu'elles sont trop près-à-près; puisqu'elles laissent entre elles moins de vuide que de plein; or il ne paroît guères naturel qu'on ait besoin d'arranger ainsi des chevrons; car ce seroit en multiplier le nombre sans nécessité, & les faire trop petits, même dans le systême de la couverture des tuiles creuses, où ils servent de lattes.

La seconde raison paroît encore plus concluante, c'est celle de leur position au dessous du Larmier; parce que les chevrons doivent être immediatément sous la Cymaise, laquelle étoit dans son origine le Cheneau, qui recevoit l'égoût des eaux du toit, & les rejettoit en dehors par des Gargouilles, dont la saillie & les ouvertures y sont encore aujourd'hui représentées par les mufles de Lions, dont on orne cette partie de la Corniche, comme nous l'avons dit.

La troisiéme raison, c'est que les chevrons étant inclinez, leurs bouts sciez quarrément devroient l'être aussi; or les surfaces des denticules sont à plomb; donc les denticules en aucun systême de Charpente ne peuvent représenter les bouts des Chevrons, comme l'a prétendu Vitruve.

Ajoutons à ces raisons celle de la bienséance, qui ne veut pas qu'on établisse de grosses consoles au dessus des petites denticules, dont elles ne sont séparées que par une moulure. Cependant Vitruve a beau décider contre cette ordonnance, l'antique en fournit des exemples, c'est assez pour autoriser ceux qui aiment à voir ces deux ornemens réunis dans une même Corniche. En fait d'ornement il semble que l'on ne s'embarasse plus de raisonner dès qu'on peut citer un modele dans les monumens de l'antique; quoiqu'ils en fournissent souvent de fort mauvais, qui ne seroient point à suivre, si l'on se conformoit au goût de Vitruve; puisqu'il condamnoit ces ouvrages de son tems, que nous prenons aujourd'hui pour modeles.

En effet, on y voit souvent des ornemens répandus sans discernement ni distinction caracteristique des ordres, comme lorsqu'on y en voit autant dans le Dorique que dans le Corinthien. Il étoit dans ce tems comme dans le notre des Architectes plus atentifs à surprendre les yeux qu'à satisfaire la raison.

Le Dorique des Thermes de Diocletien est plus enrichi de sculptures que l'Ionique du Theatre de Marcellus, l'Ionique de la Fortune Virile est plus enrichi des mêmes ornemens que le Corinthien de la Rotonde, & le Corinthien des Thermes de Diocletien est tellement surchargé de sculpture à chacune & à toutes ses moulures, qu'il en résulte une grande confusion, quoiqu'en disent les fades adulateurs de l'antique, qui se récrient sur la belle varieté de ces ornemens.

On ne peut disconvenir de cette ingénieuse varieté; mais elle n'est pas suffisante pour empêcher le papillotage de tant de petits objets, où la vûë ne peut se fixer. Or il est impossible de donner une certaine grace générale à un grand nombre de petits ornemens, qui par-

tagent trop la vûë, il faut lui laisser du repos; entre deux membres sculpez il en faut de tout unis pour leur servir de bornes, faute de quoi le spectateur ne sçait où fixer ses regards.

Observation sur l'usage des Corniches en général.

Quelques belles que soient les corniches, on ne doit pas les employer indifferemment par-tout sans discernement, ni leur ôter par des brisures ou des contours forcez, la simplicité de direction qui leur est naturelle.

Premierement, nous avons prouvé par de bonnes raisons, qu'on ne doit pas en entasser plusieurs les unes sur les autres dans une même face.

Secondement, qu'on doit les faire moins saillantes dans l'intérieur que dans l'exterieur des édifices par deux raisons, l'une qui est commune à Vitruve* & à Palladio, est que lorsqu'elles ont trop de saillie, leur pesanteur peut en faire détacher quelques parties, qui peuvent écraser ceux qui sont dessous.

L'autre qui est particuliere à Palladio, est qu'elles paroissent resserer & angustier les lieux où elles sont enfermées, ce qu'on remarque dans la plûpart des nouvelles Eglises d'Italie. L'Architecte de S. Pierre de Rome, qui avoit senti ce défaut, a tâché de diminuer la saillie de la Corniche du grand ordre Corinthien de la nef, en suprimant totalement la cimaise, & de crainte que la saillie de l'Architrave ne cachât une partie de la hauteur de la Frise, il en a couché les faces en talud.

La seconde observation que nous avons à faire concerne la simplicité de leurs alignemens, que les mauvais Architectes affectent de rompre, & d'en alterer & varier la direction, s'imaginant qu'une corniche n'est belle que par la multiplicité de ses ressauts horisontaux, qui en répetent plusieurs fois les profils, & par les contours variez de plusieurs parties, souvent détachées, tantôt cintrées, tantôt pliées en volutes, ou profilées sans rouleaux. On connoît souvent à ce défaut les desseins des sculpteurs & des menuisiers, qui alterent ainsi les seuls changemens de leur direction, qui sont nécessaires pour les égoûts, où elles forment des frontons, ce que nous allons expliquer.

DES FRONTONS.

Les Corniches ne représentent que la saillie horisontale des toits par le bas, les frontons expriment celle des côtez suivant la pente des

* L. 7. ch. 3. Cùm camerae politae fuerint sub eas coronae sunt subjiciendae easquequam *maximè tenues & subtiles* oportere fieri videntur; cùm enim grandes sunt pondere deducuntur, nec possunt se sustinere. Etiamque cavendae sunt in cameris prisco rum dispositiones, quod earum planitie coronam gravi pondere impendentes *sunt periculosa*.

égoûts, qui forment entr'eux une partie angulaire, qu'on apelle le *Pignon*, & en Architecture le *Fronton*; parce qu'anciennement cette partie étoit au *Front*, c'est-à-dire, à la face d'entrée du bâtiment.

Puisque la Corniche rampante est une portion du comble, il est clair qu'elle ne peut déborder le nud du pignon que par la prolongation des Pannes & des Lattes; donc les chevrons n'y peuvent être vûs par leurs bouts, non plus que les Forces ou Arbaletiers, mais par les côtez suivant leur longueur; par conséquent une Corniche à denticules & à modillons n'y peut être tolerée avec quelque vraisemblance d'imitation de l'Architecture naturelle, comme l'a fort bien remarqué Vitruve. * Les Anciens, dit-il, n'ont jamais aprouvé les Denticules ni les Mutules aux Corniches des Frontons; parce que les Forces & les chevrons n'y peuvent paroître en saillie, étant arangez pour l'égoût suivant la longueur de cette partie, & ils ont jugé avec raison, *qu'on ne devoit pas faire des représentations de choses, qui n'ont point de fondement dans la vérité.*

Il ne faut pas dire avec Daviler, que les modillons y signifient les bouts des pannes. Quelle aparence qu'on les mette si près-à-près? Mais si l'on pouvoit lui passer une excuse si mal fondée; pourquoi les faire à plomb & non pas perpendiculaires à la pente du toit comme les pannes? D'ailleurs comment veut-on que ce qui signifie une chose dans une corniche horisontale en signifie une autre sans aucun changement dans les inclinées à l'horison? Quelle contradiction!

L'Architecte du Temple de Scisi, dessiné par Palladio, avoit si bien senti cette raison, que quoiqu'il eût mis des modillons dans la Corniche horisontale, il n'en avoit point mis dans l'inclinée du fronton, il leur a substitué un ornement de sculpture. Disons plus, que si nous devons imiter scrupuleusement la nature, il ne faudroit point de corniche horisontale sous un fronton, mais seulement une espece de cours de plinthe, qui exprimeroit le tirant de la ferme, lorsqu'il y a un portique sous le fronton; s'il n'y en avoit point, cette partie ne seroit pas absolument nécessaire. J'en trouve un exemple dans l'antique chez Palladio au Temple du Soleil & de la Lune, & dans un bas relief trouvé dans les Dunes de Dombourg en Zélande, où la Deesse *Nehalennia* est sous un fronton, dont la Corniche horisontale est su-

* Etiamque Antiqui non probaverunt neque instituerunt in fastigiis mutulos aut denticulos fieri, sed puras Coronas, ideo quod nec Cantherii, nec asseres contra fastigiorum *frontes* distribuuntur, nec possunt prominere, sed ad stillicidia proclinati collocantur. *Ita quod non potest in veritate fieri, id non putaverunt in imaginibus factu posse certam rationem habere*, Vitr. l. 4. c. 2.

primée. Si les Architectes ne sont pas de cet avis, ils sentent du moins qu'elle ne doit pas être complete comme l'inclinée, mais qu'elle doit être mutilée de sa cimaise, ce qu'ils observent ordinairement.

Puisque les frontons représentent clairement la saillie d'un toit, il est évident qu'on ne doit placer cet ornement qu'au sommet de l'édifice, à moins qu'un avant-corps considerable ne demande un toit particulier, tel est par exemple un portique, comme celui de la Rotonde, qui a son comble séparé, & d'une figure differente de celle du Temple auquel il est adhérant; cela doit s'entendre des frontons qui couronnent un ordre d'Architecture.

Quant à ceux que l'on voit souvent au dessus des portes & des fenêtres, les sentimens sont partagez. Nos Architectes modernes blament les Italiens d'en mettre par-tout, & les condamnent dans plusieurs de nos grands édifices qui en sont couverts, comme au vieux Louvre & ailleurs; pour moi qui m'attache toujours à l'imitation de l'Architecture la plus naturelle, je trouve qu'ils n'y sont point hors de place; parce que leur figure angulaire ou bombée fait une bonne décharge aux Linteaux des Bayes des portes & des fenêtres : c'est une raison apuyée du sentiment de Scamozzi & de Vitruve *, & fondée sur un usage si général, qu'on ne se dispense jamais d'y en faire dans la construction, quoique ordinairement on les cache par l'enduit, mais non pas dans tous les pays ; car dans la Hollande ces especes de frontons sont encore presque tous aparens dans les vieux édifices, dont ils faisoient une décoration, suivant la mode du dernier siecle.

Considerons-les encore comme des petits toits, lorsqu'ils ont des Corniches, nous en trouverons l'utilité pour mettre à couvert ceux qui se présentent aux portes & aux fenêtres, & garantir les jambages, qui ne sont pas de matiere à l'épreuve de la pluye, cela est si vrai, qu'on en fait dans les pays où la pierre de taille n'est pas bonne ou fort commune. Cependant il faut éviter la multiplicité de ces ornemens, qui devient à la fin désagréable.

Soit qu'il s'agisse de frontons en grand ou en petit, on ne peut disconvenir, que c'est pecher contre le bon sens, que d'en mettre immédiatement deux ou trois les uns sur les autres, particulierement sur une même base de corniche horisontale, comme on en voit souvent en Italie à des riches bâtimens, par exemple au portail de la fameuse Eglise du Nom de Jesus à Rome.

* Vitr. l. 6. ch. 11. *Subcuneati postes* administrandum est, uti levent onus parietum fornicationes cuneorum divisionibus, & ad centrum respondentes earum *conclusuræ*, cùm enim extra trabes liminum capita arcus cuneis erunt conclusi, primum non pandabit materia levata onere. *Il me semble que Perrault n'a pas bien traduit cet endroit.*

A l'égard des brisures & des enroulemens des frontons, je n'ai rien à ajouter à ce qu'en on dit Palladio & Scamozzi, qui se sont fort récriez contre ces abus; la raison que ce premier en donne est, que toutes les parties des corniches doivent être faites à quelque usage, & représenter ce que l'on verroit, si l'ouvrage étoit de charpente; or de quel usage peuvent être des coupures & des enroulemens, qui découvrent au lieu de couvrir? Je crois que ces folles licences ont été copiées de quelques-unes de ces idées antiques, que Vitruve apelloit *Arpaginetuli striati cum crispis foliis & volutis*, dont Philander avouë, qu'il ne sçauroit deviner la signification, ce qui me donne lieu de le conjecturer, c'est que Vitruve y parle des frontons *pro fastigiis*.

Quoiqu'il en soit nos dessinateurs de Rétables, ont trouvé ces idées si belles, qu'ils les ont souvent repetées plusieurs fois dans le même lieu; je ne parle pas de ce que l'on fait dans ces Provinces reculées, où ces ouvrages sont livrez au caprice d'un Sculpteur sans goût; mais à Rome dans les ouvrages les plus aparens, par exemple, à la Chapelle du Bienheureux Louis de Gonzague, au College Romain, où l'on voit le couronnement du premier entablement cintré, brisé & coupé par des ressauts avec des morceaux de frontons, simplement bombez & profilez à leur coupure; ensuite immédiatement au dessus il est surmonté d'un second couronnement en façon d'Attique, interrompu par des ressauts de differens niveaux & allignemens, rechargé de deux autres morceaux de frontons roulez en volutes, qui acompagnent une sixiéme piece élevée sur un contour de Piedouche en adoucissement, lequel couronnement est encore interrompu au milieu à-peu-près comme le premier par une partie saillante de differente figure.

Ce sont cependant de ces ouvrages connus par la richesse de leur exécution, & par la place qu'ils occupent dans une ville, célebre par la réputation de contenir les plus beaux morceaux d'Architecture, que naissent tous les jours ces bisarres desseins, que les gravures ont multipliez & répandus entre les mains des Artistes, qui y puisent les idées des ouvrages qu'ils ont à faire, & qui se croient par-là bien autorisez à y mettre des frontons brisez & roulez, d'autant plus que de fameux Architectes, particulierement Michel Ange Bona Rota, en ont fourni des modeles, vantez par les Ecrivains, par exemple, à la Porte *Pie* à Rome, à celle de la Vigne de *Sermonetti* & de *Grimani*, comme si la réputation de cet Architecte étoit venuë de cette peu judicieuse invention; ce n'est pas la premiere licence de sa façon que l'on doit rejetter, ses ouvrages en sont pleins, & malgré les éloges & les excuses de Daviler, on peut dire qu'il donnoit souvent des exemples d'une bisarre composition. Je crois en deviner la raison; c'est

qu'il étoit plus Sculpteur & Peintre qu'Architecte ; or le goût des grands Dessinateurs est d'introduire par-tout des ornemens & de la varieté à quelque prix que ce soit ; l'Architecture simple leur déplait, ils se moquent de ceux qui n'y employent que la régle & le compas, comme d'une stérilité de génie, sans concevoir que les ordres d'Architecture ne sont pas de pures décorations de caprice, mais une sage & fidele imitation de l'Architecture naturelle, comme nous l'avons prouvé ci-devant. La Sculpture & les ornemens trouvent place dans les intervales de leurs parties, & en augmentent infiniment la grace; mais ces parties ne sont pas susceptibles d'alteration.

Raisons historiques de la Réduction des Ordres au nombre de trois.

Nous avons tiré de la nature des choses les raisons qui réduisent les ordres au nombre de trois; mais parce que les Architectes se conduisent plus par l'autorité des exemples de l'Antique, que par le seul raisonnement, il est à propos de faire voir que nous sommes fondez dans l'histoire, pour nous en tenir à ce nombre, & ne pas en admettre cinq.

PREMIEREMENT, il est constant que dans l'Antiquité Grecque on ne reconnoît que trois ordres. Cette véritée est prouvé par le témoignage de Vitruve. *E Columnarum formationibus TRIUM GENERUM factæ sunt nominationes.*

SECONDEMENT, il semble lui-même s'en tenir à ce nombre, & ne parler de la mode de Toscane, que comme d'une coutume de bâtir à laquelle il ne donne aucun rang; en effet il fait la colonne Toscane plus délicate que la Dorique, par conséquent il auroit dû mêler cet ordre prétendu parmi ceux des Grecs; mais il le met à part sans le compter pour un quatriéme.

Nos Architectes modernes ont voulu le mettre au premier rang comme le plus massif; mais en cela ils n'ont pour eux ni l'autorité de Vitruve, comme je viens de le dire, ni les modeles de l'Antique, dont il ne reste aucun monument de cet ordre; car l'Arêne de Verone, celle de Pole & son Theatre, ne sont qu'une maniere de bâtiment rustique, qui ne leur sert de rien pour les proportions de l'ordre Toscan, & la colonne Trajane, qui est leur seule ressource décide contre eux; puisqu'elle a la proportion de la Colonne Dorique, qui a pour hauteur huit fois son diametre pris à sa base; mais comment nous seroit-il resté des monumens de cette mode? c'étoit la maniere de bâtir des pau-

vres gens de Toſcane, qui n'avoient pas de quoi faire des Architraves de pierre; car Vitruve dit, qu'on les faiſoit de bois. J'aimerois autant qu'on me donnât pour un ordre les maiſons des montagnes des Alpes.

Or ſi la colonne a la proportion de la Dorique, ſuivant le ſeul monument cité, & que l'entablement ait le quart de ſa hauteur ſuivant le commun accord des Architectes, quelle difference y a-t-il entre l'ordre Toſcan & le Dorique? Ce ſont les triglipbes, dit-on : ô la belle difference! n'y a-t-il pas quelques pieces en ſaillie équivalentes dans le Toſcan, ſuivant Vitruve, qui les apelle *Antepagmenta*, & après lui, ſuivant les deſſeins de Palladio & de Scamozzi, que leur manque-t-il? deux gravures & deux demi-gravures angulaires? y a-t-il là de quoi faire un genre à part? Diſons donc que ce n'eſt qu'un abatardiſſement du Dorique retombé dans la groſſiereté de ſon origine, puiſqu'on a commencé à déterminer la hauteur de la colonne par la longueur de ſix de ſes diametres pris à la baſe, que cette proportion a déplû juſqu'à ce qu'elle ait été élevée à ſept & demi, & que la Toſcane n'en a que ſept ſuivant nos modernes; telle eſt la proportion dorique chez Vitruve au Chap. 1. du livre IV.

A l'égard de l'*Ordre Compoſite*, il eſt certain qu'il étoit inconnu du tems de Vitruve & de Pline; car l'un & l'autre, qui parlent des autres ordres, ne diſent rien de celui-ci, Perrault malgré ce ſilence voudroit ſur de frivoles conjectures, prouver que le compoſite eſt anterieur à Vitruve; mais il ne dit rien qui mérite attention. Les autres Architectes plus ſages diſent qu'il eſt poſterieur, & que par conſéquent ces Auteurs n'en ont pas eu connoiſſance, prétendans, que l'Arc de Titus eſt le premier qui ait été fait dans ce genre; or quelle eſt la difference des proportions de cet Arc avec l'ordonnance Corinthiene? Elles ſont ſi ſemblables, que nos Architectes modernes, comme Vignole, n'y ont pas trouvé des exemples qui les autoriſent à les changer; il n'y en a que dans les profils qui ne décident de rien, & un peu dans le chapiteau, qui ne peut par la varieté de ſa ſculpture donner un nouveau nom à tout l'ordre, qui conſiſte dans la proportion de ſes parties & particulierement de ſa colonne, comme l'a fort bien dit Vitruve: * On met quelquefois, dit-il, de differentes eſpeces de Chapiteaux ſur les mêmes colonnes, & on leur donne differens noms; mais nous ne devons pas pour cela les regarder comme de nouveaux ordres; ce ne ſont

* Sunt quæ iiſdem Columnis imponuntur capitulorum genera variis vocabulis nominata, quorum nec proprietates ſimetriarum, *nec Columnarum genus aliud nominare poſſumus*, ſed ipſorum vocabula traducta & commutata ex Corinthiis & Pulviniis & Doricis videmus, quorum ſimetriæ ſunt in novarum ſculpturarum tranſlatæ ſubtilitatem, l. 4. in proœm.

que des nouveautez de sculptures, que l'on doit toujours raporter aux ordres Corinthien, Ionique & Dorique ; donc le prétendu *Ordre Composite* n'est qu'une nouvelle subtilité ou rafinement de sculpture, apliqué à l'ordre Corinthien, & non pas un ordre different.

On pourroit répliquer à ce que j'avance, que suivant la maxime de Vitruve, & les proportions qu'il donne à la Colonne Ionique & à la Corinthiene qu'il fait égales, ces deux ordres n'en feroient plus qu'un, & l'on auroit raison; mais personne n'adopte cette égalité de proportion, & son raisonnement peut faire soupçonner, qu'il s'est glissé quelque faute dans le texte de Vitruve, sans quoi l'on ne peut l'excuser de se contredire. Quoiqu'il en soit, il est clair qu'il a vû plusieurs especes de compositions en vogue parmi les ouvrages d'Architecture, & que cependant il n'a pas cru en devoir faire un ordre à part.

Ce cinquiéme ordre est évidemment de la création des Architectes du 15. siecle, qui ne se sont pas accordez sur le rang qu'ils devoient lui donner ; Scamozzi a cru avec raison, qu'il devoit tenir le milieu entre l'Ionique & le Corinthien; parce que son Chapiteau est un composé des Volutes Ioniques & des feuilles Corinthienes ; suivant son opinion le composite n'est qu'un Ionique un peu élevé; parce que les parties dominantes du chapiteau sont les volutes, & comme les monumens de ces compositions sont plus fréquens à Rome qu'ailleurs, il lui donne le nom d'*ordre Romain* ; or si nous comptions le nombre des ordres par celui des modes de chaque ville sans égard au rang qu'elles tiennent en fait de la solidité ou de legereté de construction, il n'y a pas plus de raison de donner le nom d'ordre Romain à l'arc de Titus & à ses semblables, que celui de Veronnois à l'ordonnance de l'arc des Lions de Veronne; puisque cette derniere n'a rien d'égale à celle de l'arc de Titus; mais seulement quelque ressemblance dans le chapiteau; car l'Architrave & la Corniche sont totalement differentes.

D'autres Architectes ont cru que ce nouvel ordre devoit être plus délicat que le Corinthien, & pour cela l'ont mis le dernier. Mais quelle délicatesse lui trouvent-ils de plus? il n'y en a point dans la Corniche, & le Chapiteau est évidemment plus massif.

Quant à la distinction que Perrault veut faire de composé à composite, elle ne vaut pas la peine d'être relevée.

Convenons avec Daviler sur l'ordre composite page 72. *qu'on n'a pû s'écarter des Ordres Grecs, sans tomber dans quelque défaut*, & concluons qu'il faut retrancher les compositions Toscanes & Romaines du nombre

bre des ordres d'Architecture ; les principes naturels que j'ai établi de la constitution & énumeration des ordres me paroissent indivisibles, je ne connois que les extrémes & le milieu ; les combinaisons que l'on peut faire du plus ou du moins de grosseur & du mélange des parties sont sans contredit infinies en nombre. Je laisse aux Architectes la liberté de s'y exercer, pourvû que dans leurs compositions ils observent judicieusement ce qui convient à chaque degré de solidité ou de legereté, & qu'ils ne sortent pas de l'imitation d'une Architecture simple, solide & naturelle. Nous avons autant de droit, a fort bien dit un Auteur moderne, de changer les pensées des Romains, que ceux-ci en ont eu d'alterer les ordres des Grecs ; mais il ne faut pas les imiter dans une partie des changemens qu'ils ont faits, où l'on trouve du pire au lieu de la perfection.

On se récriera, sans doûte, sur une maxime qui semble livrer les Ordres d'Architecture au caprice des Architectes. Ignorez-vous, me dira-t-on, que cet Art a ses régles, qu'elles sont en grand nombre & plus précises que vous ne dites ?

Pour répondre à cette interrogation, je demanderai à mon tour, où sont ces régles ? les trouvera-t-on chez Vitruve, qui est le Legislateur ou plutôt le premier Compilateur de ces loix ? Il n'y a pas un Architecte de tous ceux qui ont écrit, & se sont érigez en maîtres, qui ne l'ait refuté & abandonné dans plusieurs choses, & l'on peut dire, que quoique toujours cité, comme s'il étoit le plus estimé, c'est un des moins imité. Il me paroît que ce n'est pas tout-à-fait sans raison ; car on peut sans affecter de le critiquer convenir, qu'il ne donne pas une idée distincte de ce qui doit faire la difference des ordres, qu'il semble établir dans la proportion des colonnes, & cependant qu'il veut distinguer sans en changer les mesures, ce qui envelope une contradiction manifeste.

On peut en second lieu dire, qu'il n'étoit pas d'un goût excellent, ce que l'on voit clairement par la comparaison de ses mesures avec les beaux Monumens de l'Antique qu'on admire le plus, ce qui prouve, qu'il n'étoit pas du goût de son siécle, non plus que du notre en certaines circonstances ; puisque les ouvrages faits par ses contemporains sont bien differens en proportions & en profil de ceux qu'il prescrit.

Au reste on ne peut lui refuser un grand fond de bon sens dans les choses essentielles à la construction, encore n'y est-il pas irrépréhensible ; puisqu'il conseille des surplombs sur une fausse idée d'Optique. Je ne veux pas faire la critique de ce Pere de la bonne Architecture sur quelques fautes qu'on peut lui reprocher. Je respecte sa Mémoire

& ses Ecrits; mais je ne conseille pas une aveugle déference pour les régles qu'il donne, & parmi plusieurs garans, que je pourrois trouver de la justice que je lui rends, je citerai ce que Scamozzi en a dit au Chap. 5. de son 6. Liv. Si l'on compare, dit-il, les proportions qu'il a donné à ses ordres avec celles de l'Antique, on conviendra qu'elles sont sans beauté; c'est pourquoi la plûpart n'ont été ni suivies, ni aprouvées par les Architectes intelligens. *Si puo comprendere da gli ordini & d'elle altre parti che egli descrisse nella sua opera è poste in dissegno le quali mancano di proportione & di bellezza se con le Antique Saranno Paragonate, & per questo la maggior parte di esse non sono state ne laudate ne parimente in uso da gli Architetti intendenti.*

Disons plus, que Vitruve lui-même n'a pas regardé les proportions des ordres, comme une régle constante; puisque au Chap. 9. du 5. Liv. il change pour les Theatres les proportions des ordres, qu'il avoit donné pour les Temples.

Dira-t-on que ces régles des ordres d'Architecture se trouvent chez les dix grands Architectes, qui en ont écrit, sçavoir Palladio, Scamozzi, Serlio, Vignole, Barbaro, Cataneo, Alberti, Viola, Bullan & de l'Orme; il n'y a qu'à ouvrir le parallele qu'en a fait le célebre Chambray, on trouvera qu'ils different très-considerablement entre eux, non seulement dans la varieté des profils, mais aussi dans le raport des diametres des Colonnes à leur hauteur, & à celles de leurs entablemens. Cependant malgré cette diversité chacun d'eux s'est acquis de la réputation pendant sa vie, & des partisans ou sectateurs après sa mort, qui ont traduit, commenté & mis en vogue leurs écrits. Palladio a été traduit à juste titre en plusieurs langues.

La magnifique édition Françoise qu'on en a fait à la Haye, il y a sept ou huit ans, est un témoignage du cas que l'on fait de cet Auteur deux cent ans après sa mort; Scamozzi n'a été traduit en François qu'en partie, & Vignole a été rendu célebre en France par le commentaire de Daviler, qui vaut cent fois mieux que le texte. Il est étonnant qu'un homme capable de donner de bons préceptes, ait épousé un des Architectes, qui a le moins raisonné; enfin les autres ont eu aussi leurs traducteurs & leurs Panegyristes, quoique sur de très-differentes proportions.

Quel est donc le véritable Legislateur, qui a sçû fixer les justes mesures & raports des parties des ordres? Personne n'en reconnoit, que celui qui est le plus à son gré. Si cependant on nous demandoit, lequel est le plus generalement estimé des Architectes & bons Connoisseurs? on peut s'en rapporter au jugement du célebre Chambray.

qui étoit très-capable de prononcer dans une matiere qu'il avoit discuté, étudié & combiné avec grand soin. Il donne la palme à Palladio, le second rang à Scamozzi, le troisiéme à Serlio & le quatriéme à Vignole, dit autrement Barozzi; je souscris à ce jugement sans m'attacher à personne, & sans vouloir pallier les fautes que chacun d'entre eux peut avoir fait contre les principes de la raison & de la bienséance de l'imitation; parce qu'il est bien prouvé, qu'il n'en est point qui les ait toujours observé, comme on pourra le remarquer par ce que nous avons dit jusqu'ici.

Puisque les régles des ordres d'Architecture ne sont pas reçûës sur l'autorité de Vitruve, ni recevables sur celle de plusieurs fameux Architectes, qui en ont écrit après lui, tant elles sont variées & peu constantes dans les mesures & proportions; il ne resteroit donc de lieu où l'on puisse les trouver, s'il y en avoit de parfaites, que dans les monumens Antiques; mais il n'est pas difficile de prouver qu'ils sont pleins de fautes, quelquefois même contre le bon sens, comme nous le remarquons suivant le jugement de Vitruve à l'égard des modillons & des denticules. Mais quand il n'y auroit rien à redire touchant l'ordre des choses, la difference des profils & des proportions, est souvent si considerable, qu'il est impossible d'y fixer des régles de beauté; car si elle consiste dans un certain raport & degré de combinaisons de parties, comme on le dit, il est évident, qu'elles ne peuvent se trouver dans des ouvrages differens, qu'on veut cependant être du même genre.

Certainement si les exemples des monumens antiques autorisent les desseins d'Architecture, il n'est sorte de défaut qui ne se trouve autorisé.

Voulez-vous des colonnes ridiculement courtes? vous en trouverez dans ce Mausolée Antique que j'ai vû auprès de S. Remy en Provence, que les Connoisseurs * jugent cependant du siécle d'Auguste, qui fournit les modeles de la belle Architecture.

* Il a 51. pieds 2. pouces de haut Voyez l'Histoire de l'Acad. des inscriptions an 1728.

Est-il besoin d'autoriser celles qui sont engagées en partie dans des murs? vous en trouverez au Temple de la Concorde, & à celui de Nimes, apellé la Maison quarrée.

Voulez-vous des Piedestaux d'une hauteur démesurée? l'Arc de Constantin vous en fournira un exemple. En voulez-vous d'Isolez? vous en trouverez au Temple de Scisi, dessiné par Palladio.

Voulez-vous des Chapiteaux composez de rinceaux bisarrement

arangez & mêlez d'animaux au milieu des volutes ? prenez pour modele ceux du Temple de Vesta de Nimes, ou de celui de Jupiter, dans lequel vous trouverez des Aigles & des Foudres, ou bien de celui de Mars, où vous trouverez des Pegases * au lieu de volutes, & plusieurs autres semblables.

* Ces Pegases pourroient bien avoir été imitez des Chapiteaux du Temple de Persépolis, où l'on voit des doubles bustes ou demi-corps de Chevaux, tournez en sens contraire, dont les corps se confondent & les jambes se plient sur l'Astragale.

Vous prendroit-il fantaisie de mettre des denticules à cru sur une Phrise, sans moûlure au dessous? apuyez-vous de l'exemple de *l'Arc des Lions* de Verone, & des frontons du Temple de Vesta de *Nimes*; ou presque à cru & immédiatement sous les *modillons*? apuyez-vous sur l'autorité de la Corniche du Temple de la Concorde.

Vos Modillons ne sont-ils pas à plomb sur le milieu des colonnes ? citez l'exemple de l'arc de Trajan, ou ce qui *est* encore pis, avez-vous un trigliphe hors du même à plomb du milieu de la colonne ? rapellez le Temple de la Pieté, où le trigliphe angulaire termine la Phrise à son extrémité, sur le côté de la colonne.

Voulez-vous excuser Vignole & Scamozzi d'avoir mis des Denticules à la Corniche Dorique contre l'exigence *caracteristique* de cet ordre ? citez les exemples du Theatre de Marcellus & des thermes de Diocletien.

Voulez-vous excuser le même Vignole d'avoir rassemblé des Denticules & des modillons dans une même corniche, contre le précepte de Vitruve & de la raison? produisez celle de l'arc de *Titus* & quelques autres. Si l'on vous dit, qu'il n'y en a pas à la Rotonde, qui est considerée comme un meilleur modele ? dites avec *quelques* Architectes, qu'on a oublié d'y tailler les denticules, que la place y est toute prête.

Voudriez-vous suprimer le larmier d'une Corniche ? *justifiez* votre dessein par l'exemple de celle de l'arc des Lions de Veronne, des Frontons du Temple de Vesta de Nimes, & du Temple *de la Paix*, qui sont mutilez de cette partie essentielle à une Corniche.

Cherchez-vous un modele de frontons écrasez ? jettez les yeux sur celui du Temple d'Aurelien, & de l'arc de Trajan d'Ancone.

En voulez-vous dans un lieu couvert, où cet ornement est *déplacé*? vous en trouverez au Panthéon & au Temple de Vesta de Nimes.

Avez-vous fait un assemblage bisarre de moulures, comme de très-grosses Cimaises sur un petit larmier & autres pareilles difformitez? montrez le profil de la corniche du Temple de la Fortune Virile, cité

par Daviler, Planche C. page XI. tirée d'un batiment qu'on met au rang des beaux morceaux de l'Antique, & celui de la maiſon quarrée de Nimes.

En un mot, ſi l'Antique eſt un bon modele en tout, il faut convenir, qu'il n'y a point de mauvaiſe ordonnance d'Architecture dans tout ce qu'ont fait nos Architectes, & les plus ignorans Deſſinateurs d'ordres ; en voici la raiſon.

Il eſt certain qu'en tout tems il y a eu de bons & de mauvais Architectes, même ſuivant le goût de leur nation. Etoient-ils tous bons au ſiecle d'Auguſte ? Non ſans doute, puiſque Vitruve blâmoit pluſieurs de leurs ouvrages en établiſſant ſes régles. Il nous reſte en France un monument de ce tems-là, dans lequel on ne trouve rien de bon goût. C'eſt cet édifice qui eſt au milieu du Pont de la Charente, où on lit encore...... O CÆSARI NEPOTI DIVI JULII PONTIFICI AUGURI, les Antiquaires ſupléent *Divo Auguſto* ; ainſi le tems de ſa conſtruction en eſt connu ; cependant on y voit des piedroits d'Arcades canelez & décorez ſous un maſſif tout uni, qui ſoutient deux Arcades écraſées, dont les Archivoltes ſont exceſſivement larges, les corniches des impoſtes trop petites, des colonnes angulaires ridiculement courtes, & ſans aucun accompagnement d'un angle à l'autre ; des corniches ſans régularité de profil, & répetées trois fois les unes ſur les autres à-peu-près d'égale groſſeur ; enfin où l'on ne reconnoît rien de ces Antiques du même tems, que nous prenons pour modeles.

D'où je conclus, qu'il eſt impoſſible de pouvoir ſtatuer ſur d'autres régles, que ſur celle de l'imitation de cette Architecture naturelle, dont j'ai fait la deſcription dans toute la ſimplicité de ſon origine, & ſur celles de l'accompagnement convenable au genre de bâtir, qu'on ſe propoſe, comme fort, ou délicat, ſimple ou riche, ſelon que chacune des parties en eſt plus ou moins ſuſceptible. Il eſt inutile de citer la compoſition Romaine ou la Toſcane, & tous les changemens faits ou a faire par les Architectes, qui veulent inventer de nouveaux ordres, ce ne ſeront jamais que des noms differens, donnez aux mêmes ordres.

Il y auroit beaucoup d'autres choſes à dire ſur cette matiere, quoiqu'elle a été traitée & rebatuë par pluſieurs Ecrivains ; la plûpart d'entr'eux ont touché les abus des changemens faits dans quelques parties des ordres d'Architecture ; mais j'en trouve un plus grand, dont ils n'ont point parlé ; c'eſt celui d'employer ces ordres par-tout où ils ne ſervent de rien, où ils n'ont rien à porter, & où ils ſont réduits à de petits colifichets. Il n'eſt preſque point de nos Egliſes où l'on ne

trouve l'un & l'autre de ces abus. Le premier y est remarquable par la répetition de plusieurs ordres inégaux, en espece ou seulement en grandeur, dont les uns sont du corps de l'édifice, les autres apliquez contre les surfaces des murs, sous des Arcades, ou dans l'ordonnance des Retables; & le second se voit dans presque tous les Tabernacles, où ils sont multipliez en petit, de sorte qu'on voit plusieurs édifices en imitation renfermez comme plusieurs bottes de differentes grandeurs, les uns dans les autres.

Nous devons l'introduction de ce fatras à l'ignorante devotion de quelques Communautez Religieuses, qui ont cru orner leurs Eglises & leurs Autels par ces superflus & ineptes accompagnemens, faute d'avoir consulté les usages des premiers siecles de l'Eglise, où l'on ne faisoit les Autels que d'une simple table, qui a restée nuë jusque vers le dixiéme siecle, je veux dire sans Gradins, Niches, Retables, ni Tabernacles; il n'étoit même permis d'y mettre autre chose que le livre des Evangiles. Dans ce tems il n'y avoit qu'un Autel dans chaque Eglise, lequel n'étoit point plaqué contre un retable, mais Isolé, de maniere qu'on pouvoit tourner tout au tour, comme l'exigent plusieurs céremonies de l'Eglise. Mais soit qu'on ait cru bien faire pour décorer la maison du Seigneur, soit que les Communautez ayent eu la foiblesse de vouloir se distinguer par des édifices, enrichis des plus brillans ouvrages des beaux arts, qui attireut les curieux & les yeux du peuple, & occasionnent une plus grande fréquentation des Eglises; les Religieux & Religieuses ont presque tous donnez dans la nouveauté des Retables depuis environ 150. ans, leur exemple a entrainé quelques-uns de ces Curez de Village, qui n'ont lû que leurs Cahiers de Scolastique, & a donné de l'émulation aux Architectes & aux Dessinateurs non lettrez, qui ont cru faire merveille en proposant beaucoup de fatras, qui ne signifient rien. L'ancienne simplicité & disposition des Autels ne s'est soutenuë que dans les Cathedrales, qui ont en recommandation la sainte Antiquité; comme à celle de Lyon, qui n'a admis aucune nouveauté depuis 800. ans. On n'y voit encore qu'une simple table, sans additions de Gradins ni de Tabernacles, pas même de chandeliers, qu'on n'y met que pendant la celebration de la Messe; mais il en est peu qui ayent si religieusement observé les anciens usages; presque tout le monde Catholique a donné dans le fagotage des ordres d'Architecture pour orner les Autels. Les Sculpteurs qui ont été le plus souvent les Architectes des Retables & des Tabernacles, n'ont pas manqué, suivant le goût de leur profession, de les surcharger de beaucoup de Sculptures & d'ornemens de toutes especes, même jusqu'à des masques & à des chimeres, & autres pareils réceptacles de la poussiere, propres à des nids d'araignées, & contraire à l'entretient de la propreté; ce qui est encore plus ridicule, ils

y mêlent des figures humaines, ordinairement si mal faites, ou si bizarrement peintes de couleurs naturelles, mêlées de dorures, qu'on ne peut les regarder sans répugnance ou sans distraction.

Cependant on consomme la plus grande partie des fonds de la Fabrique des Eglises à ces sortes de désagréables superfluitez, pour lesquelles on néglige la propreté des murs, des voutes, des Vitraux & des pavez, & l'on croit une Eglise bien parée, quand elle a un beau retable doré, avec deux ou trois ordres d'Architecture.

Quoique j'estime fort la simplicité d'un Autel, je ne prétends pas cependant en exclure tout accompagnement d'Architecture, je sçai que depuis le cinquiéme siecle on les a souvent couverts d'une espece de Dais, porté par quatre ou six colonnes, qu'on apelloit *Ciboire*, auquel ont succedé nos Baldaquins, qui leur ressemblent beaucoup, j'en ai décrit la figure & l'usage dans mes remarques sur l'Architecture de M. de Cordemoy, inserées dans les Mémoires de Trevoux, où je crois aussi avoir prouvé que les Ciboires n'étoient pas des Domes, tels que sont les nôtres, comme il l'a cru sur un trait d'histoire, qui semble le prouver.

L'occasion que j'ai de parler ici de cette dispute, qui a été interrompuë par mon voyage de la Mer du Sud, où j'ai été plus de deux ans & demi, & qui a fini par la mort de M. de Cordemoy, me fournit un moyen de relever une faute d'impression considerable, qu'on avoit fait dans ma réplique : On lit à la page 1577 des Mémoires de Trevoux de l'année 1711, *sept pieds* au lieu de CENT pieds ; quoique cette faute fut facile à deviner ; puisque je parlois de la hauteur de la voute de Ste. Sophie de Constantinople, sous laquelle il n'étoit pas extraordinaire qu'un Poëte, comme Paul le Silenciaire exaltât la hauteur du Ciboire par une expression hyperbolique, *Vastum in aërem* ; mon Adversaire n'a pas voulu l'appercevoir, pour en tirer matiere à se divertir sur la disproportion de la petitesse d'une hauteur de seps pieds. Revenons à notre sujet.

De tout ce que je viens de dire, je veux conclure contre l'abus de la multiplication des ordres d'Architecture, & insinuer qu'on ne doit point en mettre dans les endroits d'un batiment, où ils n'ont rien à suporter, & où ils ne sont employez que comme une décoration postiche ; sans rélation avec les suports des voutes, ou des Galeries.

Je crois même que c'est une dépense mal entenduë, que d'en décorer une Porte de Ville de Guerre ; cet ajustement ne leur convient point ; parce qu'il n'est pas censé, qu'elles doivent être faites en por-

tiques, ce n'eſt pas là ſa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un batiment; or puiſqu'il eſt de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilaſtres qu'on y peut mettre en ſaillie, ſont toujours une eſpece de bas relief de Portique, qui feroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'eſt celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une maniere plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons ſont des reſſources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maîtres ont d'autres décorations martiales & ſimples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, ſi elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je ſçai que les Partiſans des ordres croyent, que par le moyen des Bandes & de Boſſages, qu'ils ajuſtent aux colonnes, ils rendent leurs deſſeins plus mâles & même terribles, diſent-ils; mais ces additions ſont, comme nous avons dit, une déſagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une choſe ridicule ne ſçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choſes, nous reconnoitrons que tout ordre d'Architecture, qui eſt hors de la place qui lui convient, qui ne ſuporte rien, ou qui ne doit être d'aucun uſage, que de ſe montrer ſans fonction, eſt un ouvrage & une dépenſe ſuperfluë, qui ſera toujours *réputée* contraire au bon ſens, quand même il ſeroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

* Terme de l'Art, qui ſignifie, ſans Fenêtre, du Latin *Orbus*.

Je ſçai que c'eſt en quelque façon ſe déclarer contre la mode & contre un goût preſque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre preſque par-tout, & auſquelles nos yeux ſont ſi acoutumez, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, ſans examiner ſi les ordres ſont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant ſi l'eſprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautez conſtantes au goût de tous les hommes? je doute que ſi on l'expoſoit aux yeux d'un Chinois, il prît plus de plaiſir à voir un aſſemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches tournées en rouleaux, pliées, & comme chifonées par des reſſauts, chargées de feſtons, de cartouches & autres choſes, ſi communes dans les deſſeins des Architectes d'Eſpagne, d'Allemagne & d'Italie, particulierement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, dis-je, qu'il y prît plus de plaiſir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimeres, qui paſſent pour des beautez à la Chine, où on les employe à tout ce qu'on veut décorer.

Mais

Mais, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adossé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de differentes façons, canelées & torses, ou couvertes de quelques ornemens de sculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raisins, dans les creux de ses ondulations, ou si l'on veut être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les régles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni représente un Portail, & que lorsqu'il est couvert de sculpture, comme dans certaines Eglises, particulierement d'Espagne, c'est un réservoir de poussiere, on en revient toujours là. Il est vrai; & c'est en cela que paroît la stérilité des Architectes & des Dessinateurs; car il est des manieres simples & ingénieuses de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derriere le Chœur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilastre, que celle des deux Autels Collateraux à son entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de se montrer sous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui sont décorées de bon goût sans ordre d'architecture.

Revenons à la simplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *qui ne faisoient rien dont ils ne pussent rendre de bonnes raisons.* Regardons l'usage & la fin des choses, comme une régle invariable & universelle, qui est seule le principe de la vraye beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le secours de l'art, comme dans la composition & la disposition des Ordres d'Architecture.

FIN.

tiques, ce n'eſt pas là ſa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un batiment; or puiſqu'il eſt de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilaſtres qu'on y peut mettre en ſaillie, ſont toujours une eſpece de bas relief de Portique, qui ſeroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'eſt celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une maniere plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons ſont des reſſources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maitres ont d'autres décorations martiales & ſimples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, ſi elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je ſçai que les Partiſans des ordres croyent, que par le moyen des Bandes & de Boſſages, qu'ils ajuſtent aux colonnes, ils rendent leurs deſſeins plus mâles & même terribles, diſent-ils; mais ces additions ſont, comme nous avons dit, une déſagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une choſe ridicule ne ſçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choſes, nous reconnoitrons que tout ordre d'Architecture, qui eſt hors de la place qui lui convient, qui ne ſuporte rien, ou qui ne doit être d'aucun uſage, que de ſe montrer ſans fonction, eſt un ouvrage & une dépenſe ſuperfluë, qui ſera toujours réputée contraire au bon ſens, quand même il ſeroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

* Terme de l'Art, qui ſignifie, ſans Fenétre, du Latin *Orbus*.

Je ſçai que c'eſt en quelque façon ſe déclarer contre la mode & contre un goût preſque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre preſque par-tout, & auſquelles nos yeux ſont ſi acoutumez, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, ſans examiner ſi les ordres ſont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant ſi l'eſprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautez conſtantes au goût de tous les hommes? je doute que ſi on l'expoſoit aux yeux d'un Chinois, il prít plus de plaiſir à voir un aſſemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches tournées en rouleaux, pliées, & comme chifonées par des reſſauts, chargées de feſtons, de cartouches & autres choſes, ſi communes dans les deſſeins des Architectes d'Eſpagne, d'Allemagne & d'Italie, particulierement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, dis-je, qu'il y prít plus de plaiſir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimeres, qui paſſent pour des beautez à la Chine, où on les employe à tout ce qu'on veut décorer.

Mais

Mais, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adossé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de differentes façons, canelées & torses, ou couvertes de quelques ornemens de sculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raisins, dans les creux de ses ondulations, ou si l'on veut être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les régles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni représente un Portail, & que lorsqu'il est couvert de sculpture, comme dans certaines Eglises, particulierement d'Espagne, c'est un réservoir de poussiere, on en revient toujours là. Il est vrai; & c'est en cela que paroît la stérilité des Architectes & des Dessinateurs; car il est des manieres simples & ingénieuses de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derriere le Chœur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilastre, que celle des deux Autels Collateraux à son entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de se montrer sous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui sont décorées de bon goût sans ordre d'architecture.

Revenons à la simplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *qui ne faisoient rien dont ils ne pussent rendre de bonnes raisons.* Regardons l'usage & la fin des choses, comme une régle invariable & universelle, qui est seule le principe de la vraye beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le secours de l'art, comme dans la composition & la disposition des Ordres d'Architecture.

FIN.

tiques, ce n'eſt pas là ſa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un batiment; or puiſqu'il eſt de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilaſtres qu'on y peut mettre en ſaillie, ſont toujours une eſpece de bas relief de Portique, qui ſeroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'eſt celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une maniere plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons ſont des reſſources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maitres ont d'autres décorations martiales & ſimples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, ſi elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je ſçai que les Partiſans des ordres croyent, que par le moyen des Bandes & de Boſſages, qu'ils ajuſtent aux colonnes, ils rendent leurs deſſeins plus mâles & même terribles, diſent-ils; mais ces additions ſont, comme nous avons dit, une déſagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une choſe ridicule ne ſçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choſes, nous reconnoitrons que tout ordre d'Architecture, qui eſt hors de la place qui lui convient, qui ne ſuporte rien, ou qui ne doit être d'aucun uſage, que de ſe montrer ſans fonction, eſt un ouvrage & une dépenſe ſuperfluë, qui ſera toujours réputée contraire au bon ſens, quand même il ſeroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

* Terme de l'Art, qui ſignifie, ſans Fenêtre, du Latin *Orbus*.

Je ſçai que c'eſt en quelque façon ſe déclarer contre la mode & contre un goût preſque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre preſque par-tout, & auſquelles nos yeux ſont ſi acoutumez, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, ſans examiner ſi les ordres ſont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant ſi l'eſprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautez conſtantes au goût de tous les hommes? je doute que ſi on l'expoſoit aux yeux d'un Chinois, il prît plus de plaiſir à voir un aſſemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches tournées en rouleaux, pliées, & comme chifonées par des reſſauts, chargées de feſtons, de cartouches & autres choſes, ſi communes dans les deſſeins des Architectes d'Eſpagne, d'Allemagne & d'Italie, particulierement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, dis-je, qu'il y prît plus de plaiſir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimeres, qui paſſent pour des beautez à la Chine, où on les employe à tout ce qu'on veut décorer.

MAIS

Mais, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adossé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de differentes façons, canelées & torses, ou couvertes de quelques ornemens de sculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raisins, dans les creux de ses ondulations, ou si l'on veut être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les régles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni représente un Portail, & que lorsqu'il est couvert de sculpture, comme dans certaines Eglises, particulierement d'Espagne, c'est un réservoir de poussiere, on en revient toujours là. Il est vrai; & c'est en cela que paroît la stérilité des Architectes & des Dessinateurs; car il est des manieres simples & ingénieuses de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derriere le Choeur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilastre, que celle des deux Autels Collateraux à son entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de se montrer sous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui sont décorées de bon goût sans ordre d'architecture.

Revenons à la simplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *qui ne faisoient rien dont ils ne pussent rendre de bonnes raisons.* Regardons l'usage & la fin des choses, comme une régle invariable & universelle, qui est seule le principe de la vraye beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le secours de l'art, comme dans la composition & la disposition des Ordres d'Architecture.

FIN.

tiques, ce n'est pas là sa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un batiment; or puisqu'il est de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilastres qu'on y peut mettre en saillie, sont toujours une espece de bas relief de Portique, qui seroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'est celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une maniere plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons sont des ressources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maitres ont d'autres décorations martiales & simples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, si elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je sçai que les Partisans des ordres croyent, que par le moyen des Bandes & de Bossages, qu'ils ajustent aux colonnes, ils rendent leurs desseins plus mâles & même terribles, disent-ils; mais ces additions sont, comme nous avons dit, une désagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une chose ridicule ne sçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choses, nous reconnoitrons que tout ordre d'Architecture, qui est hors de la place qui lui convient, qui ne suporte rien, ou qui ne doit être d'aucun usage, que de se montrer sans fonction, est un ouvrage & une dépense superfluë, qui sera toujours réputée contraire au bon sens, quand même il seroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

* Terme de l'Art, qui signifie, sans Fenétre, du Latin *Orbus*.

Je sçai que c'est en quelque façon se déclarer contre la mode & contre un goût presque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre presque par-tout, & ausquelles nos yeux sont si acoutumez, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, sans examiner si les ordres sont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant si l'esprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautez constantes au goût de tous les hommes? je doute que si on l'exposoit aux yeux d'un Chinois, il prît plus de plaisir à voir un assemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches *tournées* en rouleaux, pliées, & comme chifonées par des ressauts, chargées de festons, de cartouches & autres choses, si communes dans les desseins des Architectes d'Espagne, d'Allemagne & d'Italie, particulierement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, *dis-je*, qu'il y prît plus de plaisir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimeres, qui passent pour des beautez à la Chine, où on les employe à tout ce qu'on veut décorer.

Mais

Mais, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adossé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de differentes façons, canelées & torses, ou couvertes de quelques ornemens de sculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raisins, dans les creux de ses ondulations, ou si l'on veut être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les régles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni représente un Portail, & que lorsqu'il est couvert de sculpture, comme dans certaines Eglises, particulierement d'Espagne, c'est un réservoir de poussiere, on en revient toujours là. Il est vrai; & c'est en cela que paroît la stérilité des Architectes & des Dessinateurs; car il est des manieres simples & ingénieuses de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derriere le Choeur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilastre, que celle des deux Autels Collateraux à son entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de se montrer sous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui sont décorées de bon goût sans ordre d'architecture.

Revenons à la simplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *qui ne faisoient rien dont ils ne pussent rendre de bonnes raisons.* Regardons l'usage & la fin des choses, comme une régle invariable & universelle, qui est seule le principe de la vraye beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le secours de l'art, comme dans la composition & la disposition des Ordres d'Architecture.

FIN.

tiques, ce n'eſt pas là ſa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un batiment; or puiſqu'il eſt de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilaſtres qu'on y peut mettre en ſaillie, ſont toujours une eſpece de bas relief de Portique, qui feroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'eſt celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une maniere plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons ſont des reſſources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maitres ont d'autres décorations martiales & ſimples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, ſi elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je ſçai que les Partiſans des ordres croyent, que par le moyen des Bandes & de Boſſages, qu'ils ajuſtent aux colonnes, ils reudent leurs deſſeins plus mâles & même terribles, diſent-ils; mais ces additions ſont, comme nous avons dit, une déſagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une choſe ridicule ne ſçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choſes, nous reconnoitrons que tout ordre d'Architecture, qui eſt hors de la place qui lui convient, qui ne ſuporte rien, ou qui ne doit être d'aucun uſage, que de ſe montrer ſans fonction, eſt un ouvrage & une dépenſe ſuperfluë, qui ſera toujours réputée contraire au bon ſens, quand même il ſeroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

* Terme de l'Art, qui ſignifie, ſans Fenétre, du Latin *Orbus*.

Je ſçai que c'eſt en quelque façon ſe déclarer contre la mode & contre un goût preſque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre preſque par-tout, & auſquelles nos yeux ſont ſi acoutumez, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, ſans examiner ſi les ordres ſont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant ſi l'eſprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautez conſtantes au goût de tous les hommes? je doute que ſi on l'expoſoit aux yeux d'un Chinois, il prît plus de plaiſir à voir un aſſemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches tournées en rouleaux, pliées, & comme chifonées par des reſſauts, chargées de feſtons, de cartouches & autres choſes, ſi communes dans les deſſeins des Architectes d'Eſpagne, d'Allemagne & d'Italie, particulierement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, *dis-je*, qu'il y prît plus de plaiſir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimeres, qui paſſent pour des beautez à la Chine, où on les employe à tout ce qu'on veut décorer.

Mais

Mais, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adossé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de differentes façons, canelées & torses, ou couvertes de quelques ornemens de sculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raisins, dans les creux de ses ondulations, ou si l'on veût être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les régles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni représente un Portail, & que lorsqu'il est couvert de sculpture, comme dans certaines Eglises, particulierement d'Espagne, c'est un réservoir de poussiere, on en revient toujours là. Il est vrai; & c'est en cela que paroît la stérilité des Architectes & des Dessinateurs; car il est des manieres simples & ingénieuses de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derriere le Choeur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilastre, que celle des deux Autels Collateraux à son entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de se montrer sous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui sont décorées de bon goût sans ordre d'architecture.

Revenons à la simplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *qui ne faisoient rien dont ils ne pussent rendre de bonnes raisons.* Regardons l'usage & la fin des choses, comme une régle invariable & universelle, qui est seule le principe de la vraye beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le secours de l'art, comme dans la composition & la disposition des Ordres d'Architecture.

FIN.

tiques, ce n'est pas là sa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un batiment; or puisqu'il est de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilastres qu'on y peut mettre en saillie, sont toujours une espece de bas relief de Portique, qui feroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'est celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une maniere plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons sont des ressources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maitres ont d'autres décorations martiales & simples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, si elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je sçai que les Partisans des ordres croyent, que par le moyen des Bandes & de Bossages, qu'ils ajustent aux colonnes, ils rendent leurs desseins plus mâles & même terribles, disent-ils; mais ces additions sont, comme nous avons dit, une désagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une chose ridicule ne sçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choses, nous reconnoitrons que tout ordre d'Architecture, qui est hors de la place qui lui convient, qui ne suporte rien, ou qui ne doit être d'aucun usage, que de se montrer sans fonction, est un ouvrage & une dépense superfluë, qui sera toujours réputée contraire au bon sens, quand même il seroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

* Terme de l'Art, qui signifie, sans Fenétre, du Latin *Orbus*.

Je sçai que c'est en quelque façon se déclarer contre la mode & contre un goût presque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre presque par-tout, & ausquelles nos yeux sont si acoutumez, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, sans examiner si les ordres sont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant si l'esprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautez constantes au goût de tous les hommes? je doute que si on l'exposoit aux yeux d'un Chinois, il prît plus de plaisir à voir un assemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches tournées en rouleaux, pliées, & comme chifonées par des ressauts, chargées de festons, de cartouches & autres choses, si communes dans les desseins des Architectes d'Espagne, d'Allemagne & d'Italie, particulierement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, dis-je, qu'il y prît plus de plaisir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimeres, qui passent pour des beautez à la Chine, où on les employe à tout ce qu'on veut décorer.

Mais

Mais, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adossé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de differentes façons, canelées & torses, ou couvertes de quelques ornemens de sculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raisins, dans les creux de ses ondulations, ou si l'on veût être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les régles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni représente un Portail, & que lorsqu'il est couvert de sculpture, comme dans certaines Eglises, particulierement d'Espagne, c'est un réservoir de poussiere, on en revient toujours là. Il est vrai; & c'est en cela que paroît la stérilité des Architectes & des Dessinateurs; car il est des manieres simples & ingénieuses de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derriere le Choeur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilastre, que celle des deux Autels Collateraux à son entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de se montrer sous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui sont décorées de bon goût sans ordre d'architecture.

Revenons à la simplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *qui ne faisoient rien dont ils ne pussent rendre de bonnes raisons.* Regardons l'usage & la fin des choses, comme une régle invariable & universelle, qui est seule le principe de la vraye beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le secours de l'art, comme dans la composition & la disposition des Ordres d'Architecture.

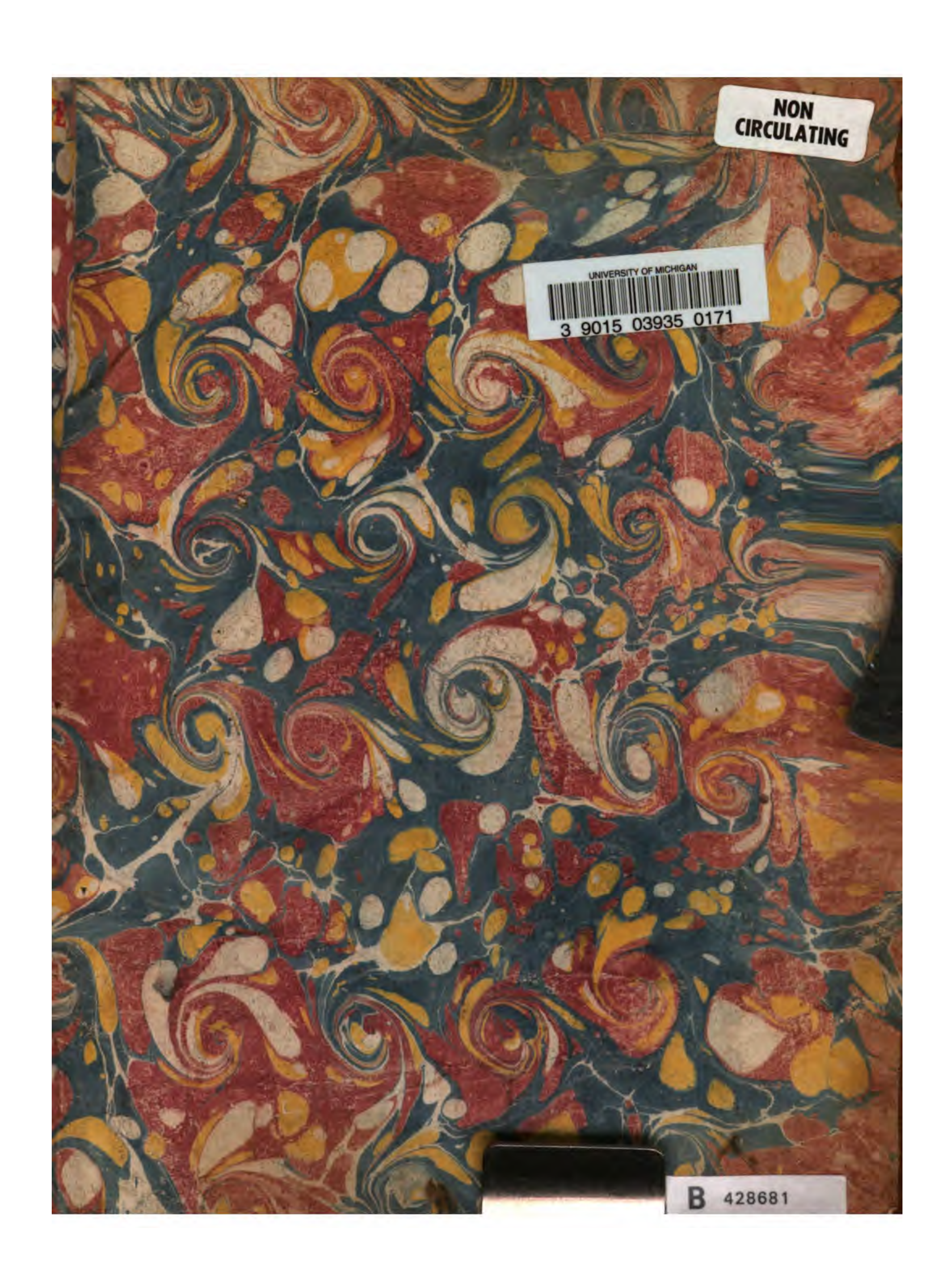
FIN.

FAUTES à corriger avant que de lire la Dissertation sur les Ordres d'Architecture.

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
3	10	d'Architectures	d'Architecture
8	37	Chenards	Renards
10	7	ceux de	ceux que
ibid.	14 à la marge	ftititutas	conftitutas
11	1 & 33	d'Apaherius	d'Apaturius
ibid.	11 à la marge	ponunt	ponuntur
13	4 à la marge	fteelto	Stretto
15	12	conjectu	conjecture
17	31	le	les
ibid.	pénul.	la mauvaife	*effacez* la
ibid.	à la marge l. 15.	delicatoribus	delicatioribus
19	1	que ce	que le
20	4	le quart de	le quart du
21	23	Cornes	Carnes
23	22	mette	mettent
ibid.	25	l'on eft	l'on n'eft
24	7	antrainé	entraîné
ibid.	17	à pan	à pans
25	11	prétend	il prétend
ibid.	12	Pice macetti	Piumacetti
27	33	Canetez	Canelez
28	16	Cianes	Lianes
29	5	Bottes	Côtes
ibid.	12	Rudenture	Rudentures
ibid.	23	Bonavota	Bonarota
30	3	Corgerin	Gorgerin
ibid.	12	au terme	aux Thermes
ibid.	39	Picemacetti	Piumacetti
31	16	attention	alteration
32	19	la baque	l'Abaque
35	32	naturel	naturelle
ibid.	36	belles	belle
36	4 & derniere.	Arcoftile	Areoftile
37	25	arcoftile	Areoftile
39	34	acceffoirs	acceffoires
40	23	dentelées	dentées
ibid.	31	faumiers	Sommiers
42	25	fon ordre	l'Ordre
44	2	un ordre	d'un ordre
ibid.	31	une couverture	des ouvertures

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
45	31	Pareau	Pureau
46	22	Domine	Doucine
ibid.	marge 11.	vede rebbe	vederebbe
48	22	trop	très-
50	18	reſſerer	reſſerrer
51	pénul.	factu	factum
56	28	d'égale	d'égal
57	21	& ſe	& qui ſe
58	10	*laudatie*	*Laudan*
60	1	au milieu	au lieu
61	16	en eſt connu	eſt bien connu
62	7	bottes	Boëtes
ibid.	13	a reſtée	eſt reſté
64	13	& de	& des




NON
CIRCULATING
UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 03935 0171
B 428681